

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

Departamento de Física de la Tierra, Astronomía y Astrofísica I



**ANÁLISIS Y MITIGACIÓN DEL ERROR IONOSFÉRICO
EN LOS SISTEMAS GLOBALES DE NAVEGACIÓN POR
SATÉLITE CON RECEPTORES DE UNA FRECUENCIA**

**MEMORIA PRESENTADA PARA OPTAR AL GRADO DE
DOCTOR POR**

Elsa Mohino Harris

Bajo la dirección de los Doctores:

Miguel Herráiz Sarachaga
Mauricio Gende

Madrid, 2006

ISBN: 978-84-669-2788-8

© Elsa Mohino Harris, 2005

Análisis y Mitigación del error ionosférico en los Sistemas Globales de Navegación por Satélite con receptores de una frecuencia

Tesis Doctoral

Departamento de Física de la Tierra, Astronomía y Astrofísica I

Facultad de Ciencias Físicas

Universidad Complutense de Madrid, 2005

Elsa Mohino Harris

Directores: Dr. Miguel Herraiz Sarachaga, Universidad Complutense de Madrid
Dr. Mauricio Gende, Universidad Nacional de La Plata

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría expresar mi agradecimiento a los Directores de esta Tesis Doctoral, al Departamento de Geofísica y Meteorología de la Facultad de Ciencias Físicas de la Universidad Complutense de Madrid, donde se ha realizado parte importante de esta Tesis, así como al Laboratorio de Aeronomía y Radio Propagación del Centro Internacional para la Física Teórica Abdus Salam de Trieste (Italia) y a la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad de La Plata (Argentina) por su colaboración en el desarrollo de la Tesis.

Por último, también quisiera agradecerle al Ministerio de Educación y Cultura la Beca de Formación del Personal Universitario que me ha permitido llevar a cabo este trabajo, así como a la beca de la OTAN (NATO Cooperative Linkage Grant, número PST.CLG 978486) que ha sufragado parte de los gastos de las estancias.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Sistemas Globales de Navegación por Satélite	1
1.1.1. Los antecedentes: la radionavegación y la navegación por satélite	2
1.1.2. Estructura del sistema GPS	2
1.1.3. Funcionamiento básico del sistema GPS	3
1.1.4. Fuentes de error	5
1.1.5. Navegación mediante receptores de una única frecuencia	6
1.2. El efecto de la ionosfera	9
1.2.1. La ionosfera	9
1.2.2. Propagación de señales electromagnéticas en la ionosfera	9
1.2.3. Efectos ionosféricos sobre la navegación mediante receptores de una frecuencia	13
1.3. Objetivos y estructura de la Tesis	14
1.4. Principales contribuciones de la Tesis	15
2. La ionosfera. Modelos ionosféricos	17
2.1. La ionosfera	17
2.1.1. Antecedentes históricos: descubrimiento de la ionosfera	17
2.1.2. Fuentes de ionización de la ionosfera	18
2.1.3. Origen, características y comportamiento típico de las regiones y capas ionosféricas	20
2.2. Modelos ionosféricos	26
2.2.1. Modelos teóricos	27
2.2.2. Modelos empíricos clásicos	29
2.2.3. Modelos empíricos basados en medidas GPS	33
2.3. Comparación de modelos ionosféricos	35
2.4. Incorporación de datos GPS en modelos ionosféricos clásicos	39
3. Generación de observaciones GPS artificiales	47
3.1. Introducción	47
3.2. Observables básicos del sistema GPS	48
3.3. Distancia geométrica satélite-receptor	49
3.3.1. Efemérides transmitidas	50
3.3.2. Efemérides precisas	50
3.3.3. Interpolación de las órbitas	51
3.3.4. Efecto de la rotación de la Tierra: efecto Sagnac	52
3.4. Errores de los relojes	53
3.5. Efectos relativistas	54

3.6.	Efectos atmosféricos	57
3.7.	Ecuaciones de observación	59
3.8.	El formato RINEX	59
3.9.	Evaluación de los archivos RINEX artificiales	61
3.9.1.	Posicionamiento puntual con códigos	61
3.9.2.	Posicionamiento diferencial con fases	64
4.	Posicionamiento puntual: 1. Análisis del error ionosférico	69
4.1.	Modelo matemático para el posicionamiento puntual	69
4.1.1.	Representación matricial del sistema en coordenadas locales	71
4.1.2.	Resolución del sistema: ajuste de mínimos cuadrados	73
4.1.3.	Una medida de la influencia de la geometría: Dilución de la Precisión	74
4.1.4.	Propagación de errores no aleatorios	75
4.2.	Estimación del error ionosférico en la posición a partir de observaciones GPS	76
4.2.1.	Selección de los datos	78
4.2.2.	Ruido de las estaciones y promedio de los datos	81
4.2.3.	Análisis estadístico	88
4.2.4.	Características generales	94
4.3.	Resolución analítica: sistemas de alta simetría	97
4.4.	Resolución aproximada: método Santerre (1991)	103
4.5.	Nueva metodología: resolución numérica	109
4.5.1.	Comparación de resultados con la técnica de Santerre (1991)	110
4.5.2.	Aplicación a una ionosfera más realista: modelo ionosférico NeQuick	112
4.5.3.	Análisis de la relación entre la “forma” de la ionosfera en elevación y azimut con el error en posición	119
4.5.4.	Relación entre las hipótesis y la matriz de diseño	126
5.	Posicionamiento puntual: 2. Mitigación del error ionosférico	133
5.1.	Empleo del modelo NeQuick para mitigar el error ionosférico	133
5.1.1.	Promedio de los datos	135
5.1.2.	Histogramas	135
5.2.	Empleo del modelo NeQuick con datos GPS incorporados para mitigar el error ionosférico	143
5.3.	Mitigación del error ionosférico a través del uso de correcciones diferenciales	146
5.4.	Correcciones para receptores que no registran los observables	156
6.	Análisis y mitigación del efecto ionosférico en posicionamiento diferen- cial	161
6.1.	Análisis del error ionosférico en posicionamiento diferencial	162
6.2.	Mitigación del efecto ionosférico en posicionamiento diferencial mediante una red de estaciones de referencia	169
6.2.1.	Metodología	170
6.2.2.	Datos	171
6.2.3.	Resultados	175
7.	Conclusiones y propuestas de nuevas investigaciones	185
7.1.	Comportamiento del error ionosférico en la posición	185
7.2.	Mitigación del error ionosférico	187
7.3.	Propuesta de nuevas investigaciones	189

Apéndices**A. Coordenadas geocéntricas y parámetros orbitales 191****B. Generador de observaciones para órbitas precisas 197****C. Generador de observaciones para órbitas transmitidas 201****D. Integrales de la sección 4.4 203****Bibliografía 205****Índice de figuras 211****Índice de tablas 219****Glosario 223**

Capítulo 1

Introducción

Este capítulo introductorio está dedicado a exponer el problema que se aborda en la Tesis: el estudio del efecto de la ionosfera en la navegación por satélite mediante receptores de una única frecuencia y la elaboración de estrategias para mitigarlo.

Con objeto de introducir al lector en la problemática que se trata, la primera parte del capítulo se dedica a describir las características generales de los sistemas de navegación por satélite, abordando las aplicaciones para la navegación con receptores de una única frecuencia, los más extendidos y baratos del mercado. La segunda parte se dedicará a describir cómo afecta la ionosfera a la navegación por satélite.

Por último, una vez mostrado el marco general, se pasará a precisar los principales objetivos a abordar así como la estructura que organiza la Tesis, enumerando sus contribuciones más importantes.

1.1. Sistemas Globales de Navegación por Satélite

Los Sistemas Globales de Navegación por Satélite (GNSS) son, en pocas palabras, un conjunto de elementos que tienen por objetivo permitir la localización en tiempo real de un usuario situado en cualquier lugar del ámbito terrestre, en cualquier momento y bajo cualquier condición meteorológica permitiendo, así mismo, la diseminación de tiempos precisos. Constan, básicamente, de una constelación de satélites orbitando alrededor de la Tierra en una órbita media (5000 a 20000 km de altitud) que emiten señales con las que el receptor puede estimar tanto la distancia como la posición de estos satélites y, mediante trilateración, calcular la suya propia. Se trata de sistemas pasivos ya que no necesitan interactuar con cada receptor sino que es este último el que, simplemente recibiendo la señal, es capaz de realizar todos los cálculos de manera independiente. Esta unidireccionalidad hace que estos sistemas sean accesibles a un número ilimitado de usuarios.

Actualmente existen tres Sistemas Globales de Navegación por Satélite: el estadounidense Sistema de Posicionamiento Global (GPS), el ruso GLONASS y el proyecto europeo GALILEO. El primero se desarrolló como proyecto militar a partir de finales de la década de los 70 y alcanzó el grado de operatividad en 1995. GLONASS surgió como respuesta por parte del bloque soviético y consiguió completar la constelación de satélites hacia 1996. Sin embargo, a partir de ese momento y debido a la coyuntura política y económica, este sistema entró en decadencia perdiendo satélites activos (quedaban menos de 10 en funcionamiento a principios de 2001) y su futuro se vislumbra poco claro. El sistema europeo GALILEO es un proyecto en fase de desarrollo y validación y se espera que entre en funcio-

namiento hacia 2008. Su funcionamiento será autónomo, independiente del sistema GPS pero complementario a él, de manera que en un futuro próximo un usuario tendrá el doble de satélites en órbita y podrá mejorar la calidad de las aplicaciones empleando ambos sistemas.

Dado que actualmente el GPS es el único sistema Global de Navegación por Satélite completamente operativo, será con el que se expondrán los principios básicos que rigen la navegación mediante satélite. La Tesis ha sido desarrollada en torno a este sistema, pero sus conclusiones (tanto las relativas al efecto ionosférico en las diversas aplicaciones de la navegación mediante receptores de una única frecuencia, como las técnicas desarrolladas para mitigarlo) son extrapolables a un sistema Global de Navegación por Satélite genérico.

1.1.1. Los antecedentes: la radionavegación y la navegación por satélite

Los orígenes de la radionavegación datan de la segunda Guerra Mundial con el desarrollo de los sistemas *Gee* en Gran Bretaña y *Loran* en Estados Unidos. Ambos están basados en calcular la diferencia de tiempos con la que llegan las señales provenientes de un mínimo de tres transmisores sincronizados. El primer sistema global de radionavegación con disponibilidad continuada, bautizado como *Omega*, comienza a usarse en la década de los 70 con la finalidad principalmente militar de determinar la posición en dos dimensiones de barcos en travesías transoceánicas. La precisión del sistema era de unos $2 - 4km$ (Misra y Enge, 2001).

El primer sistema de radionavegación por satélite, conocido como *TRANSIT*, se desarrolla tras el lanzamiento del satélite Sputnik I en 1957, que dio comienzo a la era espacial. Los primeros satélites de este sistema se lanzan a principios de la década de los '60 y a partir de 1964 el sistema está completamente operativo. El principal objetivo de *TRANSIT* era, al igual que para los sistemas *Omega* y *Loran*, de tipo militar, orientado a la localización de submarinos. Más tarde, en 1967, comienza a usarse en el ámbito civil con aplicaciones limitadas. El sistema consistía en un conjunto de 4 a 7 satélites de baja órbita ($1100km$) que emitían señales en dos frecuencias ($150MHz$ y $400MHz$), señales que, conjuntamente con las efemérides del satélite, se empleaban para determinar la posición del submarino en dos dimensiones con una precisión de unos $25m$ (Misra y Enge, 2001). A diferencia de *Omega* o *Loran*, esta posición se estimaba a partir de medidas Doppler. El posterior desarrollo del sistema GPS y, por extensión, los GNSS en general, debe su origen al éxito de este sistema pionero.

1.1.2. Estructura del sistema GPS

El sistema GPS se desarrolló para solventar uno de los principales problemas de *TRANSIT* que consistía en la larga duración de los intervalos de tiempo que transcurrían entre dos medidas consecutivas, ya que el sistema no ofrecía una cobertura temporal continua.

Como *TRANSIT*, su objetivo inicial era puramente militar: localizar un comando de una manera barata y precisa. La precisión en las estimaciones de la posición, velocidad y tiempo debían ser $10m$, $0.1m/s$ y $100ns$, respectivamente. La estructura básica del sistema se aprobó en 1973 y a finales de esta misma década se anunció su apertura al uso civil.

El sistema está estructurado en tres segmentos: el espacial, de control y de usuarios. El segmento espacial está constituido por la constelación completa de satélites GPS. La estructura básica consiste en 24 satélites localizados en 6 planos orbitales que muestran una inclinación de unos 55° respecto al plano ecuatorial (véase figura 1.1). Las órbitas son casi circulares con un radio aproximado de $26560 km$, lo que implica un periodo de

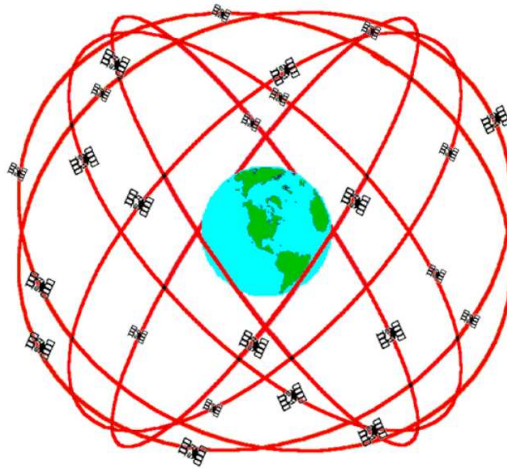


Figura 1.1: Planos orbitales de los satélites GPS

revolución de casi 12 horas. Actualmente y desde hace unos años, el número de satélites activos excede de 24.

Los primeros prototipos experimentales de satélites (Block I) se lanzaron entre 1978 y 1985 y dieron pie al siguiente conjunto, Block II y Block IIA, cuyo lanzamiento comenzó en 1989 y prosiguió hasta 1995, año en que el sistema se consideró completamente operativo con la puesta en órbita de la constelación completa de 24 satélites. Actualmente, el sistema está constituido principalmente por los satélites tipo Block IIR y IIF. En el futuro próximo está previsto poner en órbita una nueva generación, conocida como Block III.

El segmento de control está compuesto por una serie de estaciones de seguimiento en tierra situadas alrededor del globo y controladas por una estación maestra que se encarga de integrar toda la información y operar los satélites. Dentro de las responsabilidades de la estación maestra de control, situada en Colorado, están predecir las órbitas de los satélites y actualizar la información orbital que radian éstos, así como la de ordenar las maniobras pertinentes para el mantenimiento de la órbita.

Por último, el segmento de usuarios consiste en los receptores que son capaces de recibir las señales de los satélites, decodificarlas y emplearlas para hallar su posición y velocidad. El gran avance en este tipo de tecnología ha permitido rebajar los precios de los receptores y hacerlos accesibles a un gran número de usuarios.

En la sección 1.1.3 se ofrece un resumen de los principios que rigen el funcionamiento básico del sistema GPS. Para aquellos lectores interesados en una revisión más profunda, se recomiendan textos clásicos como Hofmann-Wellenhof *et al.*, (1994), Teunissen y Kleusberg (1998a) o Misra y Enge (2001).

1.1.3. Funcionamiento básico del sistema GPS

El sistema GPS es, en esencia, un sistema de medida de tiempos, donde el observable básico es el tiempo de retardo entre la emisión de la señal por el satélite y la llegada a nuestro receptor. Cada satélite GPS transmite señales centradas en dos frecuencias de radio de microondas, 1575.42 MHz , llamada Link 1 ó L1, y 1227.60 MHz , ó L2. Estos canales pertenecen a la banda de frecuencias L (1-2 GHz). Ambas son múltiplos de la

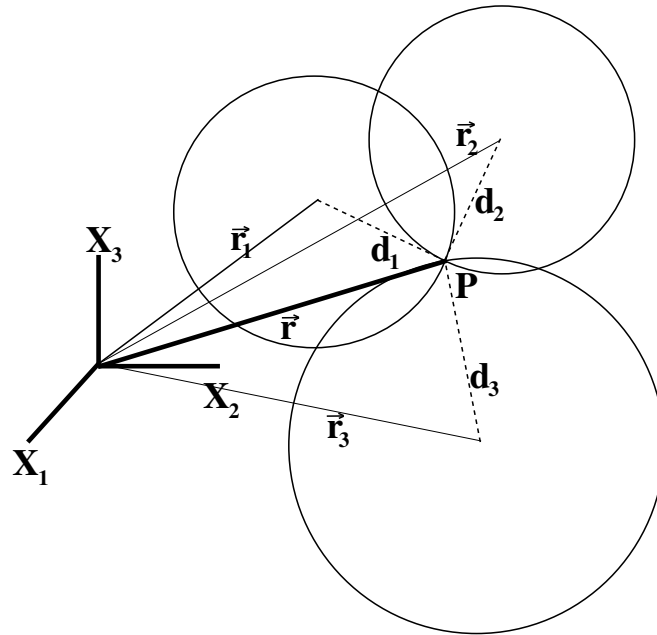


Figura 1.2: Esquema para la trilateración: dadas las distancias a tres puntos (d_1 , d_2 y d_3) de coordenadas conocidas (r_1 , r_2 y r_3), se puede obtener la posición del receptor P (r)

frecuencia fundamental $10,23 \text{ MHz}$, patrón de tiempo del sistema.

Si los relojes con los que medimos estos tiempos están perfectamente sincronizados y las señales se propagan en el vacío, este tiempo de retardo nos estaría midiendo la distancia geométrica a cada satélite. Calculando la distancia a un mínimo de tres satélites y conociendo su posición podríamos, mediante trilateración, estimar nuestra posición (véase figura 1.2). Conocer la posición de cada satélite con una cierta aproximación no constituye un gran problema, pues en esta misma señal se modulan los parámetros de las efemérides. Sin embargo, la sincronización de los relojes sí constituye un problema serio: una desincronización entre ambos relojes de tan sólo $4ns$ equivale a un error en la distancia satélite-receptor del orden de $1m$. A pesar de que los satélites llevan a bordo relojes atómicos de gran estabilidad, el segmento de control ha de realizar un seguimiento de ellos para calcular las desviaciones que muestran respecto al patrón de tiempos GPS, información que, conjuntamente con las efemérides, radian moduladas en las señales que emiten. Sin embargo, la posibilidad de incorporar relojes de gran precisión a los equipos receptores de estas señales no es viable ya que, además de restarles movilidad, los encarecerían enormemente. La única solución consiste en añadir una incógnita más al sistema, el error del reloj del receptor, lo que incrementa a cuatro el número mínimo de satélites en vista para determinar la posición del receptor.

El tiempo de retardo se estima de dos maneras básicas: mediante el código y mediante la fase.

Pseudo rango sobre el código.

Para obtener posiciones en tiempo real, las señales emitidas por el satélite deben ser moduladas: la senoide pura debe ser alterada de forma que puedan hacerse medidas

del retardo del tiempo. Esto se realiza modulando la fase de las ondas a transmitir con códigos, que consisten en secuencias de valores binarios que a primera vista parecen haber sido elegidos aleatoriamente. Tales secuencias se llaman Ruido Pseudo Aleatorio (PRN). Independientemente, se replican las mismas secuencias del código en el receptor. Alineando la secuencia replicada con la recibida y conociendo el instante en que la señal fue emitida por el satélite, puede calcularse el tiempo del viaje y, así estimarse la distancia. Cada satélite genera su propio código único, ortogonal al del resto, con lo que es sencillo para un receptor identificar qué señal viene de cada satélite incluso cuando llegan señales de varios satélites a su antena simultáneamente. A tales medidas se las conoce como pseudo rango y no son más que la diferencia entre el tiempo de recepción de la señal en el receptor y el de emisión en el satélite, escalados por la velocidad de la luz en el vacío, c^1 (Teunissen y Kleusberg, 1998b).

La señal GPS se emite en dos frecuencias y sobre cada una de ellas se modula un código (C/A sobre L1 y el código P sobre ambas). En total, tenemos tres tipos de observables de pseudo rango: C1, P1 y P2.

Fase de la portadora.

La fase de la portadora también se puede utilizar para medir el tiempo de retardo de la señal. Esta medida se realiza a partir de la diferencia entre la fase que genera nuestro receptor en el momento de la recepción de la señal y la fase generada por el satélite en el momento de la transmisión. Aunque la fase de un ciclo particular de una onda pueda medirse con mucha precisión, cada ciclo particular es como el siguiente, con lo que no es posible saber exactamente cuántos ciclos hay entre el satélite y el receptor. De modo que para relacionar esta diferencia de fases con el camino recorrido por la señal, hemos de añadir un número entero de longitudes de onda (ambigüedad de fase).

Dado que tenemos dos frecuencias, podremos medir la fase en cualquiera de las dos: L1 y L2. Este tipo de observable se mide en ciclos de la portadora.

1.1.4. Fuentes de error

Las fuentes de error son la principal limitación de la precisión que se puede adquirir a través de medidas GPS. Para los observables básicos, se distinguen las siguientes fuentes de error:

- Errores en las posiciones de los satélites y en el error del reloj del satélite. Los parámetros de las órbitas y del error del reloj que transmite cada satélite GPS son extrapolaciones realizadas por la estación de control a partir de estimaciones previas. Están sujetas, por tanto, a errores en la estimación y a errores de la extrapolación, mayores estos últimos cuanto mayor es el intervalo de tiempo entre la estimación y la extrapolación. En términos cuadráticos medios, estos errores pueden llegar a ser de unos $3m$ (Misra y Enge, 2001). Una manera de reducir esta fuente de error es emplear efemérides precisas calculadas con más tiempo de datos pero accesibles con posterioridad a la fecha de observación.
- Errores asociados al medio en el que se propaga la señal. La presencia de un medio distinto al vacío provoca que la diferencia de tiempos entre la emisión y recepción de la señal no dé una medida directa de la distancia entre ambos. La atmósfera terrestre

¹ $c = 299792458 \text{ ms}^{-1}$

influye tanto en la velocidad de propagación de las señales como en su trayectoria. La influencia de la atmósfera se suele dividir en dos partes: el efecto de la atmósfera neutra y el de la atmósfera ionizada. El primero se produce en aquellas zonas de mayor densidad de gas neutro, esto es, en las proximidades de la superficie terrestre, principalmente en la zona conocida como troposfera. La influencia de la troposfera se analizará con más detalle en la sección 3.6. El efecto de la componente ionizada del gas atmosférico se concentra en capas un poco superiores de la atmósfera, típicamente a partir de los 50 km de altitud, comienzo de la ionosfera. El efecto de la ionosfera en la propagación de las señales se discutirá en la sección 1.2. El principal efecto de la troposfera consiste en aumentar el tiempo de propagación de las señales, haciendo aumentar la distancia satélite-receptor aparente entre $2,5m$ y $25m$ (Misra y Enge, 2001). Sin embargo, la ionosfera afecta de manera distinta a las medidas de fase y código, acortando la distancia aparente para las primeras y aumentándola para las segundas. El efecto puede variar entre pocos metros y algunas decenas de metros.

- Errores asociados al efecto de camino múltiple. Se incluyen aquí los relacionados con el hecho de que la señal puede llegar a la antena del receptor por más caminos que el rayo directo. La señal puede, por ejemplo, rebotar en un objeto próximo y llegar más atenuada a la antena un poco más tarde que el rayo directo, lo que afectará a ambos tipos de medidas, de código y fase. Este error puede variar entre $1m$ y $5m$ para las primeras y entre $1cm$ y $5cm$ para las segundas (Misra y Enge, 2001).
- Errores asociados a la medida del receptor. Normalmente se conocen bajo el nombre de ruido del receptor, que incluye errores asociados a radiaciones no relacionadas con las señales GPS que llegan a la antena del receptor, problemas con los amplificadores, cables, interferencias y otros efectos no modelados. Este ruido es altamente dependiente del modelo de receptor y del tipo de medida. Típicamente, para las medidas de código están entre $10cm$ y $300cm$, según el código empleado (P ó C/A) y $0,5mm$ y $5mm$ para las de fase (Hofmann-Wellenhof *et al.*, 1994).

1.1.5. Navegación mediante receptores de una única frecuencia

El GPS, y por extensión cualquier GNSS, es una herramienta muy versátil. Sus aplicaciones pueden ir desde el posicionamiento puntual hasta la sincronización de relojes, pasando por una gran variedad de usos en multitud de campos como la industria, la ciencia, los transportes y un largo etc, sin olvidar las aplicaciones militares, objetivo primordial de todo el sistema.

Esta Tesis se centra en una de las aplicaciones más extendidas, la localización de un usuario y, en particular, la navegación, esto es la localización en tiempo casi real. Dentro de este tipo de aplicación se pueden distinguir un gran número de subgrupos que dependen principalmente del grado de precisión requerido (desde varios metros, hasta pocos centímetros), del número de receptores (un solo receptor aislado o varios receptores), del tipo de receptor (receptor de única frecuencia o bifrecuencia), del momento de procesado (navegación a tiempo real o posicionamiento en postprocesado), del tiempo durante el que estemos observando (podemos calcular la posición con una sola observación o necesitamos observar durante un tiempo) y de si se trata de un observador quieto o en movimiento.

Un parámetro de especial relevancia a la hora de decantarse por un tipo u otro de receptor es el presupuesto con el que se cuenta. Los precios de los receptores pueden variar desde el rango de 200 a 600 € para un receptor de una única frecuencia que mida

código C/A, hasta unos 30000 € de un receptor de doble frecuencia que mida fases L1 y L2 (típico de aplicaciones de muy alta precisión geodésicas), pasando por unos 6000 € de receptor de única frecuencia con correcciones vía satélite (sistemas de aumento como el Servicio Geostacionario Complementario Europeo de Navegación (EGNOS) o el Sistema de Aumento de Zona Amplia (WAAS) americano) y unos 10000 € para los de única frecuencia de aplicación geodésica. En la mayor parte de los casos, para un usuario civil medio (incluyendo algunas aplicaciones geodésicas) el presupuesto limita el poder de elección a un receptor de una única frecuencia, ámbito de estudio al que se restringe la Tesis. Para un gran número de aplicaciones de los receptores de una sola frecuencia como, por ejemplo, la navegación por satélite para el ámbito del transporte tanto rodado (coches, autobuses, y otros servicios como ambulancias, Policía, Bomberos, Protección Civil) como marítimo (localización de embarcaciones, navegación costera o en puertos), servicios de extinción de incendios, seguimiento de conducciones subterráneas (oleoductos, gaseoductos, alcantarillado), o aplicaciones catastrales, la ionosfera introduce un error que es necesario reducir.

Dado un receptor de una única frecuencia se distinguen varias posibilidades de posicionamiento dependiendo de la información con la que se cuenta.

Posicionamiento con un único receptor

Un receptor aislado puede optar por alguna de las siguientes modalidades de posicionamiento:

- **Posicionamiento puntual absoluto:** Se trata del modo más sencillo en el que sólo se necesita recibir la señal procedente de un mínimo de cuatro satélites. Con esta señal, el receptor estima la distancia a cada satélite y, empleando los parámetros de las órbitas transmitidos por cada uno, calcula su posición. La precisión en el rango del 95 % de confianza es de 15 a 25m (Alkan, 2001).

Debido a la complicación que presenta la resolución de la ambigüedad de fase, en el posicionamiento absoluto se emplean fundamentalmente medidas sobre el código. La fase se emplea en algunos casos para suavizar las medidas sobre el código (Misra *et al.*, 1999), que son unas cien veces más ruidosas (Hofmann-Wellenhof *et al.*, 1994).

- **Posicionamiento puntual preciso:** Con esta técnica se refina el posicionamiento puntual absoluto mediante información adicional. Se puede, por ejemplo, reducir el error asociado al uso de efemérides transmitidas mediante el empleo de efemérides precisas. Se trata de órbitas no extrapoladas de mayor precisión que las transmitidas. Para disminuir los problemas relacionados con los errores de los relojes de los satélites se pueden emplear los productos del Sistema Canadiense de Control Activo (CACs), perteneciente a la división de seguimiento Geodésico del Servicio Canadiense de Recursos Naturales (NRCan) (Heroux y Kouba, 1995). La precisión horizontal con este tipo de correcciones es un poco menor que 1m, mientras que la vertical, si no hay correcciones ionosféricas, está cercana a varios metros dependiendo de la ubicación del receptor (entre los 2m de Héroux y Kouba (1995) y los 6m de Beran *et al.*, (2003)). Este error se puede mitigar empleando los mapas de Contenido Vertical de Electrones (VTEC) que producen varios centros del Servicio Internacional de GPS (IGS) como el Centro de Determinación Orbital Europeo (CODE), el Laboratorio de Propulsión a Chorro (JPL) o el Centro Europeo de Operaciones Espaciales (ESOC)

(Feltens y Doherty, 2001). Con este tipo de correcciones, el error cuadrático medio en la componente vertical es inferior a $2m$ (Beran *et al.*, 2004).

Dado que estos datos sólo son accesibles con posterioridad a la observación, estas técnicas no son aplicables a la navegación.

- **Posicionamiento con correcciones GPS Diferenciales (DGPS):** Este sistema saca partido de la correlación espacial que muestran varias fuentes de error (errores de los relojes de los satélites, efemérides, retardos atmosféricos) para calcular el error de las medidas en una estación de posición bien conocida (estación de referencia) y utilizarlas como corrección para las observaciones del receptor de coordenadas desconocidas, mejorando así la precisión de las estimaciones. Este tipo de correcciones, conocidas como DGPS, y que se abordarán con más detalle en la sección 5.3, se pueden utilizar en postprocesado o en navegación, radiándolas desde la estación de referencia a través de un radio enlace, por ejemplo. El receptor calcula su posición como si estuviera aislado, pero corrigiendo cada observación. La precisión alcanzable depende de la distancia a la estación de referencia. Para distancias del orden de $100km$, los errores típicos están por debajo de $4m$ en el 95% de los casos (Misra *et al.*, 1999). A medida que aumenta la distancia, los errores se descorrelacionan y la técnica muestra peores resultados.
- **Posicionamiento puntual asistido por satélite:** Otro tipo de correcciones que sí son directamente aplicables a la navegación son los sistemas Sistemas de Aumento a través de Satélites (SBAS). Consisten en una serie de estaciones en tierra y satélites de comunicación en órbita geostacionaria que calculan y radian correcciones para una malla equiespaciada de puntos, además de la precisión esperable de las estimaciones de la posición. El receptor GPS ha de ser capaz de recibir estas correcciones, lo que encarece el precio. Tras recibir los datos, el receptor interpola geográficamente y extrapola temporalmente para obtener las correcciones que aplicará a las pseudo distancias que está midiendo. Actualmente existen tres sistemas de este tipo operativos: el europeo EGNOS, el americano WAAS y el Sistema MTSAT de Aumento a través de Satélites (MSAS) japonés. Aunque los satélites geostacionarios asociados a cada sistema abarcan un área mucho mayor, las correcciones que radian están centradas en América del Norte (WAAS), Europa (EGNOS) y Japón (MSAS). Con la ayuda de estos sistemas, los errores en navegación son inferiores a $7m$ (Dixon, 2003). Sin embargo, algunas pruebas muestran resultados aún mejores para el EGNOS, de 1 a $2m$ (EGNOS News, 2004). Actualmente existen proyectos para extender estos sistemas a otras zonas geográficas como Brasil o la India.

Posicionamiento con más de un receptor

Dados dos receptores, las posibilidades para el posicionamiento con receptores de una única frecuencia se amplían y se contemplan, básicamente, las siguientes alternativas:

- **Posicionamiento diferencial:** Si se cuenta con las observaciones de la estación de referencia y no sólo las correcciones, se puede calcular el vector diferencial entre ambas estaciones a partir de la observación de un mínimo de cuatro satélites en común. Esta técnica es más precisa que las correcciones DGPS y se puede emplear con medidas de código, fase o ambas. Las mayores precisiones se obtienen utilizando las medidas de fase y, de nuevo, dependerán grandemente de la distancia entre ambas

estaciones y del tiempo de observación. La máxima precisión que se puede adquirir con este tipo de posicionamiento está en el orden de los centímetros (Manetti *et al.*, 2002). Esta técnica se aplica en postprocesado, aunque existe una variante que se puede aplicar en navegación conocida como posicionamiento diferencial Cinemático en Tiempo Real (RTK).

El uso de las medidas de código está ligado a requerimientos de precisión inferiores, típicamente del orden de $1m$ (Goad, 1998a).

- **Posicionamiento diferencial RTK:** Variante del posicionamiento diferencial que se realiza mediante la transmisión de las observaciones brutas de una de las estaciones para realizar el cálculo en la otra. Suelen emplearse con medidas de la fase de la portadora y se conocen como posicionamiento RTK. Dependiendo de las características del tipo de RTK (línea de base, tipo de ambigüedades) la precisión varía entre niveles centimétricos y $1m$ (Diggelen, 1997).

1.2. El efecto de la ionosfera

1.2.1. La ionosfera

La ionosfera es la región de la atmósfera donde la concentración de electrones es lo suficientemente alta como para tener un efecto importante en la propagación de las ondas de radio. Se trata de un magnetoplasma, esto es, un gas de baja densidad cuyos constituyentes presentan carga individual aunque, en conjunto, es eléctricamente neutro, y que se encuentra en presencia de un campo magnético. Mientras su frontera inferior se sitúa a unos 50 ó $60km$ de altura sobre la superficie terrestre, la superior no está bien definida. A unos $1500km$ de altura la densidad electrónica no supera el 1% del máximo de la ionosfera, que se sitúa sobre los $300 - 400km$. Algunos autores (Ratcliffe, 1972) consideran que comprende todo el entorno de la Tierra hasta la magnetopausa, mientras que otros (Gold, 1959) separan la magnetosfera de la ionosfera y como frontera entre ambas sitúan la plasmapausa (a unos 4 radios terrestres en el ecuador geomagnético), en la cual la concentración electrónica sufre una fuerte caída pasando de 10^9 a $10^7 m^{-3}$. Por su lado, la magnetosfera se define como la región en la que el campo magnético de la tierra tiene un control dominante sobre el movimiento de las partículas cargadas. Al contrario que la ionosfera, su límite exterior está claramente marcado por la magnetopausa, mientras que el inferior no lo está tanto: según unos autores (Ratcliffe, 1972) la plasmapausa sería este límite, mientras que para otros (Torr, 1985) la magnetosfera incluiría a la plasmasfera. A su vez, la ionosfera se subdivide en varias regiones conocidas como D, E y F cuyo origen, características y comportamientos típicos se detallarán en la sección 2.1.3.

Estudiemos con más detalle cómo afecta la ionosfera a la propagación de las señales provenientes de los satélites GPS.

1.2.2. Propagación de señales electromagnéticas en la ionosfera

Las propiedades de la atmósfera terrestre influyen en la propagación de las ondas electromagnéticas que la atraviesan y modifican, como veremos, su trayectoria y velocidad. Para estudiar con más detalle estos efectos supongamos un observador i que recibe las señales electromagnéticas emitidas por un satélite k . Si la onda electromagnética se propaga a velocidad v , la relación entre el elemento de trayectoria dl recorrido y el tiempo dt

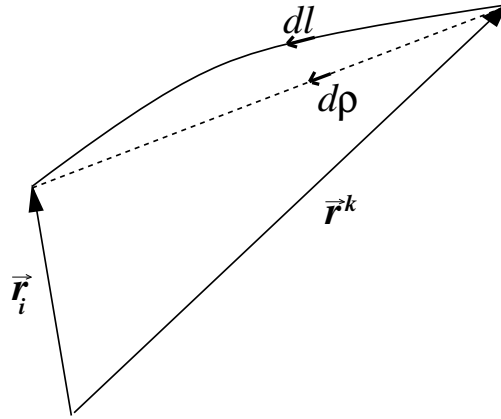


Figura 1.3: Curvatura de los rayos debido a la propagación en un medio distinto del vacío

empleado será:

$$v = \frac{dl}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dl}{v} \quad (1.1)$$

que, integrando entre la posición del emisor (\vec{r}_i^k) y la del receptor (\vec{r}_i), permite calcular el tiempo de retardo total (τ_i^k) entre la emisión en el satélite y la recepción en tierra:

$$\tau_i^k = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}^k} \frac{dl}{v(l)} \quad (1.2)$$

donde estamos teniendo en cuenta que la velocidad dependerá de la posición.

La relación entre esta velocidad y la de propagación en el vacío se conoce como índice de refracción (n):

$$n = \frac{c}{v} \quad (1.3)$$

con la que podemos reescribir 1.2 como:

$$\begin{aligned} \tau_i^k &= \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}^k} \frac{n}{c} dl = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}^k} \left[\frac{1}{c} + \frac{n-1}{c} \right] d\rho + \left[\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}^k} \frac{n}{c} dl - \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}^k} \frac{n}{c} d\rho \right] \\ &= \frac{\rho_i^k}{c} + \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}^k} \frac{n-1}{c} d\rho + \left[\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}^k} \frac{n}{c} dl - \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}^k} \frac{n}{c} d\rho \right] = \frac{\rho_i^k}{c} + \frac{\delta\rho_{atm}}{c} \end{aligned} \quad (1.4)$$

donde se ha empleado dl como elemento de la trayectoria y $d\rho$ como elemento de la distancia geométrica (véase figura 1.3). El término ρ_i^k es la distancia geométrica entre satélite y receptor, mientras que en el término $\frac{\delta\rho_{atm}}{c}$ se incluyen todos los efectos atmosféricos que contribuyen a retardar la señal, de manera que se trata la propagación a través de la atmósfera como un término adicional del problema y se calcula independientemente de la

distancia satélite-receptor:

$$\delta\rho_{atm} = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}^k} (n-1)d\rho + \left[\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}^k} n dl - \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}^k} n d\rho \right] \quad (1.5)$$

El primer término hace referencia al error que cometemos al suponer que el medio en el que se propaga la onda es el vacío, mientras que el segundo hace referencia a la curvatura del rayo debida a la refracción de la señal en la atmósfera. Se trata de un término muy pequeño y que normalmente se desprecia (Teunissen y Kleusberg, 1998b).

El término atmosférico ($\delta\rho_{atm}$) que acabamos de calcular es el que afecta a la propagación de una onda electromagnética, esto es, el que afecta a las medidas que se realizan sobre la fase de la portadora. Sin embargo, si lo que queremos es emplear medidas sobre el código, habremos de estudiar la propagación no de una onda electromagnética monocromática como hasta ahora, sino de una onda modulada y trabajar sobre la velocidad de esta modulación, conocida como velocidad de grupo (v_G), que se relaciona con la velocidad de la fase (v) a través de la frecuencia angular de la onda (ω) y el número de onda (k):

$$v_G = \frac{d\omega}{dk} = v + k \frac{dv}{dk} \quad (1.6)$$

El índice de refracción del grupo (n_G), se relacionará con el índice de refracción de la fase (n) a través de:

$$n_G = \frac{c}{v_G} = c \frac{dk}{d\omega} = n - c\omega \frac{1}{c^2} \frac{dv}{d\omega} = n + \omega \frac{dn}{d\omega} \quad (1.7)$$

Ambos índices coincidirán tan sólo en aquellos medios en los que el índice de refracción es independiente de la frecuencia, medios no dispersivos.

Particularicemos ahora al caso de un magnetoplasma. Para tal medio, la forma generalmente aceptada del índice de refracción (n) para una onda electromagnética de frecuencia ω que se propaga a su través se conoce como ecuación de Appelton-Hartree (Hargreaves, 1992):

$$n^2 = 1 - \frac{X}{1 - Zi - \frac{Y_T^2}{2(1-X-Zi)} \pm \sqrt{\frac{Y_T^4}{4(1-X-Zi)} + Y_L^2}} \quad (1.8)$$

con $i = \sqrt{-1}$, y donde X , Y , Y_L , Y_T y Z son cantidades adimensionales definidas como:

$$\begin{aligned} X &= \frac{\omega_N^2}{\omega^2} \\ Y &= \frac{\omega_B}{\omega} \\ Y_L &= \frac{\omega_L}{\omega} \\ Y_T &= \frac{\omega_T}{\omega} \\ Z &= \frac{\nu}{\omega} \end{aligned} \quad (1.9)$$

donde ω_N^2 es la frecuencia de plasma del medio, ω_B^3 es la girofrecuencia de electrón, cuya componente paralela a la dirección de propagación de la onda es ω_L y la perpendicular ω_T , ν es la frecuencia de colisión de los electrones.

² $\omega_N = \sqrt{\frac{Ne^2}{\epsilon_0 m}}$, con N densidad electrónica, e carga del electrón, ϵ_0 permitividad del vacío y m masa del electrón

³ $\vec{\omega}_B = \frac{\vec{B}e}{m}$, con \vec{B} campo magnético, e carga del electrón y m su masa

A partir de 1.8 se puede deducir que la ionosfera es un medio inhomogéneo (n depende de la posición), dispersivo (n depende de la frecuencia), anisótropo (n depende de la dirección de propagación a través de su relación con la dirección del campo magnético) y absorbente (debido al término dependiente de la frecuencia de colisión). El signo \pm de la expresión 1.8 se debe a que la ionosfera es un medio birrefringente, esto es, un medio en el que los rayos con distintas polarizaciones viajan a velocidades distintas. Este signo se ha de tomar como $+$ para el rayo extraordinario y $-$ para el ordinario.

Para el rango de frecuencias en el que estamos interesados, banda L ($1 - 2GHz$), se pueden realizar ciertas aproximaciones y simplificar así la ecuación de Appelton-Hartree. Tomando como valor máximo del campo magnético terrestre $6 \times 10^{-5} T$, podemos dar una cota máxima para el valor de la girofrecuencia de $1,7MHz$, por lo que podremos despreciar los términos Y , Y_L e Y_T sin cometer demasiado error. Así mismo, una cota máxima para la frecuencia de colisión de los electrones ν sería $1,6MHz$ (Ratcliffe, 1972), que también podemos despreciar frente a la frecuencia de las señales GPS. Con estas aproximaciones, el índice de refracción en la ionosfera para las ondas GPS queda como:

$$n = \sqrt{1 - X} \approx 1 - \frac{X}{2} = 1 - \frac{\omega_N^2}{2\omega^2} \quad (1.10)$$

quedándonos en primer orden del desarrollo de Taylor. Como se trata de un medio dispersivo, este índice de refracción no coincide con el del grupo que, calculándolo a partir de 1.7, queda como:

$$n_G = 1 + \frac{\omega_N^2}{2\omega^2} \quad (1.11)$$

con lo que podemos escribir el retardo para el grupo debido a la ionosfera para una onda de frecuencia $f = \omega/2\pi$ a partir de 1.5 despreciando la curvatura del rayo como:

$$\delta\rho_{ion} = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}^k} \frac{Ne^2}{2\epsilon_0 m f^2} d\rho = \frac{e^2}{2\epsilon_0 m f^2} \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}^k} N d\rho = \frac{e^2}{2\epsilon_0 m f^2} STEC = \frac{\alpha}{f^2} STEC \quad (1.12)$$

donde e es la carga del electrón y m su masa, ϵ_0 la permitividad del vacío y el Contenido Oblicuo de Electrones (STEC) es el total de electrones que se encuentra el rayo en su propagación, que se suele medir en Unidades de Contenido Electrónico Total (TECU). Un TECU equivale a $10^{16} m^{-2}$. El cálculo de la constante α da como resultado $40,28 m^3 s^{-2}$. Para la fase el retardo es el mismo sólo que con el signo cambiado, lo que significa que mientras la propagación en la ionosfera retrasa el grupo, adelanta la fase.

La propiedad dispersiva de la ionosfera conduce a que al medir los observables en más de una frecuencia podamos, con la combinación adecuada, eliminar la mayor parte del retardo ionosférico. Tal combinación se designa como combinación libre de ionosfera (L3 y P3) y no es más que (Schaer, 1999):

$$\begin{aligned} L3 &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} L1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} L2 \\ P3 &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} P1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} P2 \end{aligned} \quad (1.13)$$

donde $L1$ y $L2$ son los observables de la fase para las frecuencias f_1 y f_2 , respectivamente y $P1$ y $P2$ los del código. Esta combinación tan sólo se puede realizar si se cuenta con un receptor bifrecuencia. Aún para estos receptores en algunos casos la ionosfera puede

seguir siendo un problema si se persiguen estimaciones de gran precisión. Por ejemplo, para posicionamiento diferencial de alta precisión es necesario emplear las medidas de la fase de la portadora que incorporan un término debido a la ambigüedad de este observable. El uso de la combinación 1.13 hace que esta ambigüedad pierda su carácter de número entero, complicando mucho su resolución. Como ya se ha mencionado anteriormente, esta Tesis se centrará en aquellas aplicaciones del posicionamiento que emplean receptores de una única frecuencia, para los que no es posible realizar esta combinación que mitiga en gran medida el efecto de la ionosfera.

1.2.3. Efectos ionosféricos sobre la navegación mediante receptores de una frecuencia

El efecto del retardo ionosférico en el cálculo de la posición dependerá del tipo de posicionamiento que se realice, distinguiéndose, básicamente, dos posibilidades:

- **Posicionamiento absoluto:** Para este primer caso y hasta mayo de 2000 la ionosfera no suponía un problema ya que estos usuarios tenían otro bastante más grande, la Disponibilidad Selectiva (SA). Originalmente, la precisión teórica que se esperaba del posicionamiento mediante el cálculo del pseudo rango con código C/A era del orden de unos 400m. Sin embargo, con los trabajos de campo se observó que la precisión que se podía obtener era mucho mayor, del orden de 15 a 40 m y de una fracción de m/s para velocidad. Las autoridades militares responsables del sistema (el Departamento de Defensa de los Estados Unidos (DoD)) consideraron que tal precisión era excesiva para el uso civil y la degradaron artificialmente. Esta degradación es lo que se conoce como SA y consiste en introducir una imprecisión en el reloj del satélite (variando la frecuencia fundamental de éste) además de un error en las efemérides de los satélites transmitidas con la señal GPS (truncando el mensaje de manera que no conocemos con total precisión estas efemérides). La SA rebajaba la precisión a unos 100m en horizontal y unos 156m en vertical. Esta situación cambió en mayo de 2000 cuando oficialmente se desconectó la SA. Es entonces cuando las demás fuentes de error, sobre todo la ionosférica, adquieren una mayor relevancia al convertirse en las limitantes de la precisión del sistema.

En la sección 1.2.2 se ha mostrado que el error que introduce la ionosfera en la medida de la distancia receptor-satélite es, en primera aproximación, una función del contenido oblicuo total de electrones (STEC). Este contenido electrónico depende de la porción de ionosfera que el rayo haya tenido que atravesar, así como de las condiciones de la ionosfera, que a su vez pueden variar según la localización del receptor (la ionosfera presenta mayor contenido electrónico en latitudes ecuatoriales que en latitudes medias), la hora del día (dado el ciclo diurno de la ionosfera), la época del año (diferencias estacionales) y la actividad solar (el sol es la principal fuente de ionización).

No obstante, el efecto de la ionosfera en el cálculo de la posición absoluta depende de la interrelación entre este error en el cálculo de la distancia a cada satélite y de la geometría de la configuración de satélites particular sobre el receptor en el momento de observación. El efecto más notable de esta interrelación es el hecho de que la componente del error que recae en altura del receptor sea sustancialmente mayor que la que recae en la horizontal, al existir una asimetría básica en el problema

que consiste en que no se pueden recibir señales de satélites localizados debajo del receptor en tierra.

- **Posicionamiento diferencial:** Como ya se ha mencionado previamente, este tipo de algoritmo saca partido de la correlación espacial que muestran varias fuentes de error, entre ellas la ionosférica. Para líneas de base cortas, típicamente inferiores a $10km$ (Odiijk, 2002), se considera que el error ionosférico se elimina en la diferenciación de observaciones. Sin embargo, a medida que crece la distancia entre receptores, este efecto comienza a manifestarse y se convierte en la principal fuente de error para líneas superiores a pocas decenas de kilómetros. No sólo degrada la precisión de la estimación del vector diferencial, sino que complica el proceso de resolución de ambigüedades.

1.3. Objetivos y estructura de la Tesis

Como su título indica, esta Tesis se dirige a aplicaciones relativas al posicionamiento con receptores de una sola frecuencia y, en especial, a la navegación. Sus dos objetivos principales son:

1. Analizar el efecto de la ionosfera en la determinación de la posición de un receptor de una sola frecuencia. La Tesis hace especial hincapié en realizar el estudio sobre las coordenadas y no sólo sobre la línea que une al receptor con el satélite. Por este motivo se divide en dos partes bien diferenciadas, la primera dedicada al efecto sobre el posicionamiento aislado y la segunda sobre el vector diferencial.
2. Mitigar este efecto. A lo largo de la Tesis se mostrarán diversas estrategias para reducir el impacto de esta fuente de error en ambos tipos de posicionamiento.

Para el caso de algoritmos de posición absoluta se muestra el resultado de corregir las observaciones mediante modelos ionosféricos clásicos, versiones con datos GPS incorporados y correcciones diferenciales (DGPS). Así mismo, se mostrará una técnica que permite a usuarios con receptores que no registran las observaciones realizar estas mismas correcciones sobre las posiciones finales con la única restricción de conocer qué satélites eran visibles en cada época.

Por último, para reducir el efecto ionosférico sobre las determinaciones del posicionamiento diferencial, se muestra una técnica basada en el empleo de múltiples estaciones de referencia y se discute la posibilidad de emplearla para determinaciones en tiempo real.

Para llevar a cabo estos objetivos, la Tesis se ha estructurado en 7 capítulos:

- El capítulo 2 está dedicado a la ionosfera. Se mostrará su estructura y fuentes de ionización. Se presentarán los modelos ionosféricos empíricos clásicos, centrándonos en el NeQuick (Hochegger *et al.*, 2000) e Ionosfera Internacional de Referencia (IRI) (Bilitza, 1990), así como modelos ionosféricos basados en medidas GPS, centrándonos en los mapas de Contenido Vertical de Electrones (VTEC) que desarrolla el Centro de Determinación Orbital Europeo (CODE) (Schaer, 1999) y el Modelo Ionosférico de La Plata (LPIM) (Brunini *et al.*, 2004), que será utilizado en el capítulo 6. En este capítulo se comparan los modelos empíricos clásicos NeQuick e IRI empleando

los mapas del CODE con vistas a su uso como correctores del efecto ionosférico en posicionamiento puntual. Se propone y prueba, así mismo, una estrategia para la asimilación de datos provenientes de medidas GPS en modelos clásicos.

- El capítulo 3 se ha dedicado al desarrollo de una herramienta para la generación de observaciones GPS artificiales. Se trata de una herramienta crucial para varias técnicas de estudio y mitigación del efecto ionosférico que se muestran en esta Tesis. Parte importante se emplea en el estudio del efecto ionosférico tanto para posición absoluta como diferencial, y es la base para el desarrollo de correcciones diferenciales DGPS, así como para el algoritmo de corrección sobre las coordenadas.
- El capítulo 4 se circunscribe al efecto ionosférico en la determinación de posiciones absolutas. Comienza con el análisis para estaciones europeas en condiciones geomagnéticamente no perturbadas, para pasar a estudiar en profundidad la interrelación entre la ionosfera y la geometría de satélites sobre el receptor.
- En el capítulo 5 se prueban diversas técnicas de mitigación de este efecto en posicionamiento puntual tanto mediante la corrección a las observaciones, por un lado, como mediante la corrección a las coordenadas, por otro. Se mostrará la corrección empleando el modelo NeQuick. También se mostrará el resultado de emplear una de las estrategias de asimilación presentadas en el capítulo 2. Por último, se propone una técnica basada en el generador de observaciones GPS artificiales que permite la obtención de correcciones DGPS.
- En el capítulo 6 se estudia el efecto ionosférico en la determinación de la posición diferencial entre dos estaciones empleando, de nuevo, el generador de observaciones artificiales GPS. Para completar este capítulo, se propone una técnica que reduce el error ionosférico para líneas de base largas (del orden del centenar de kilómetros) y se discute la posibilidad de aplicarla a determinaciones en tiempo real.
- Por último, en el capítulo 7 se resumen las principales conclusiones que se extraen de esta Tesis y se proponen nuevas líneas de investigación.

1.4. Principales contribuciones de la Tesis

Entre las contribuciones más destacables de esta Tesis se pueden enumerar:

- Desarrollo de un programa de generación de observaciones GPS artificiales en formato de Intercambio Independiente entre Receptores (RINEX) (Gurtner, 2002), partiendo de efemérides tanto precisas como transmitidas, en lenguaje Fortran 77. El programa es de acceso público en <http://jupiter.fis.ucm.es/~emohino/SiGOG/> bajo licencia GNU. Esta herramienta se puede aplicar al estudio del efecto de diversas fuentes de error, no sólo la ionosférica, en múltiples aplicaciones del GPS, así como para la evaluación de estrategias para campañas de observación previas a su realización. El funcionamiento básico de esta herramienta está publicado en (Mohino *et al.*, 2005)
- Desarrollo de una técnica que permite propagar las correcciones de cada distancia satélite-receptor a las coordenadas finales, de modo que un receptor de única frecuencia que no registra las observaciones (los más baratos), puede beneficiarse de

cualquier tipo de algoritmo de corrección a las coordenadas con la sola restricción de conocer los satélites visibles en cada época. La aplicación de esta técnica a la mitigación del error ionosférico para usuarios que no registran el observable está publicada en (Gende *et al.*, 2005)

- Desarrollo de un proveedor de correcciones DGPS, basado en la generación de observaciones GPS artificiales. Un ejemplo de esta aplicación está publicado en (Mohino *et al.*, 2005)
- Desarrollo de una técnica de mitigación en diferencial con red de estaciones de doble frecuencia.
- Estudio en profundidad de la interrelación entre la geometría y la ionosfera para posicionamiento puntual
- Desarrollo de esquemas para la asimilación de datos GPS en modelos ionosféricos clásicos.

Capítulo 2

La ionosfera. Modelos ionosféricos

En la primera parte de este capítulo se ofrece una descripción más profunda de las características del medio que nos interesa, indagando sobre las fuentes que dan origen a la ionización y estructurando las regiones y capas que abarca la ionosfera.

En la segunda parte del capítulo, se introducen los modelos ionosféricos. Dada la revolución que ha supuesto el acceso a una herramienta global y continua de obtención de datos como son los GNSS, los modelos se han separado en clásicos y basados en medidas GPS. Dentro de estos últimos, se explicarán con más detalle los mapas de Contenido Vertical de Electrones (VTEC) del CODE y el modelo ionosférico de La Plata, ya que se emplearán a lo largo de la Tesis. A su vez, dentro de los modelos clásicos, se analizarán con más detalle la Ionosfera Internacional de Referencia (IRI) (Bilitza, 2001) y el modelo NeQuick (Hochegger *et al.*, 2000) y se compararán tomando como patrón las medias mensuales de los mapas de VTEC del CODE sobre Europa. Por último, se propone una estrategia sencilla para facilitar la asimilación de datos GPS en los modelos ionosféricos clásicos con las que se obtienen mejoras del 50% en los cálculos de contenido electrónico vertical de los modelos.

2.1. La ionosfera

2.1.1. Antecedentes históricos: descubrimiento de la ionosfera

Los primeros indicios que sugerían la presencia en la atmósfera terrestre de una capa eléctricamente conductora, que ahora llamamos ionosfera, provienen de los estudios del campo magnético terrestre. Las pequeñas variaciones diarias del campo magnético se conocían desde el siglo XVIII y ya en 1839 C. F. Gauss especuló con la idea de que su origen podría guardar relación con corrientes eléctricas atmosféricas. A partir de estas variaciones, Stewart en 1882 dedujo por primera vez la existencia de esta capa y Schuster hacia 1889 calculó matemáticamente las corrientes eléctricas que debían de fluir en la ella. Por otro lado, ya en 1860 Lord Kelvin también había sugerido la existencia de una capa conductora en conexión con el fenómeno de electricidad atmosférica.

Esta teoría no era muy conocida fuera de este ámbito científico, de modo que cuando el 12 de diciembre de 1901 G. Marconi logró transmitir ondas de radio desde Inglaterra hasta Norteamérica, de nuevo se propuso la existencia de una capa conductora. Esta propuesta se realizó en 1902 independientemente por O. Heaviside en Gran Bretaña, A. K. Kennelly en Estados Unidos y K. Nagaoka en Japón.

En la misma década, J. E. Taylor y J. A. Fleming, entre otros, sugirieron que la capa

conductor se producía por la acción de la radiación ultravioleta solar ionizante sobre la alta atmósfera. Esto conllevaba un control solar sobre la propagación de las ondas de radio, lo que se confirmó tan pronto como se establecieron las comunicaciones comerciales a través del Atlántico. Se encontró que la fuerza de las señales que se recibían variaba con el día, la estación y el ciclo solar de una manera regular y que se perturbaban cuando el campo magnético terrestre se encontraba perturbado.

En 1924 E. V. Appleton y M. Barnett obtuvieron la primera evidencia experimental definitiva de la existencia de la capa Kennelly-Heaviside (llamada capa E por Appleton) estudiando el desvanecimiento de una onda de radio por interferencia de la señal directa y la reflejada por la ionosfera. La primera medida directa de la capa conductora se puede atribuir a los americanos G. Breit y M. A. Tuve en 1925 quienes utilizaron un precursor de las modernas ionosondas: enviaban pulsos de radio de corta duración para calcular la altura aparente de reflexión.

Fue el australiano R. A. Watson-Watt quien propuso en 1926 el nombre de “ionosfera”, aunque no comenzó a usarse hasta unos años más tarde.

2.1.2. Fuentes de ionización de la ionosfera

Actualmente, sabemos que la conducción en la ionosfera es posible gracias a la existencia de cargas libres, principalmente electrones e iones que se forman a partir de la ionización del gas neutro atmosférico. Podemos clasificar las fuentes ionizantes atendiendo a su naturaleza en radiaciones y partículas.

Radiaciones electromagnéticas de origen solar

La principal fuente de radiaciones electromagnéticas es el Sol. Se trata de una estrella G2 que emite un amplio espectro de radiaciones electromagnéticas además de una corriente continua de plasma y estallidos de partículas energéticas. La superficie visible, la fotosfera, se puede aproximar a un cuerpo negro a $6400K$. Tiene un radio de unos $7 \times 10^5 km$ y las regiones por encima de ella, la cromosfera y la corona, son transparentes en el rango del visible. La cromosfera se puede observar durante los eclipses solares. Se extiende unos $2000km$ por encima de la fotosfera y la temperatura en ella alcanza los $5 \times 10^4 K$. La corona, que está a unos $1,5 \times 10^6 K$ se puede observar a más de $10^6 km$ sobre la cromosfera pero no tiene una terminación aparente. En la órbita de la Tierra la temperatura de la corona es de unos $3 \times 10^5 K$.

El sol emite $4 \times 10^{26} W$ de radiación electromagnética, irradiando la Tierra con casi $1,4 kW m^{-2}$, la mitad de los cuales alcanzan la superficie terrestre. Correspondiendo a la temperatura de cuerpo negro, el espectro de radiación tiene un máximo en el visible y la intensidad decae tanto hacia las longitudes de onda más cortas (ultravioleta, rayos X y rayos gamma) como hacia las más largas (infrarrojo y radio). En la figura 2.1 se muestra el espectro de radiación electromagnética solar a su entrada en la atmósfera, así como a su llegada a la superficie, donde se puede observar la absorción producida por la atmósfera. Las emisiones en el visible son muy constantes en el tiempo, con variaciones de tan sólo el 1%, salvo en momentos de fulguraciones solares. Las partes del espectro más relevantes para la ionosfera son las que corresponden a los rayos X ($0,1 - 17nm$) y al ultravioleta extremo ($17 - 175nm$), que provienen de la cromosfera y corona. Cabe destacar, dentro del ultravioleta, la línea Lyman- α del hidrógeno, con una longitud de onda de $121,6nm$, que es mucho más intensa que las otras radiaciones próximas en el espectro. La potencia que emite el Sol en esta línea es aproximadamente igual a la que corresponde a todo el resto

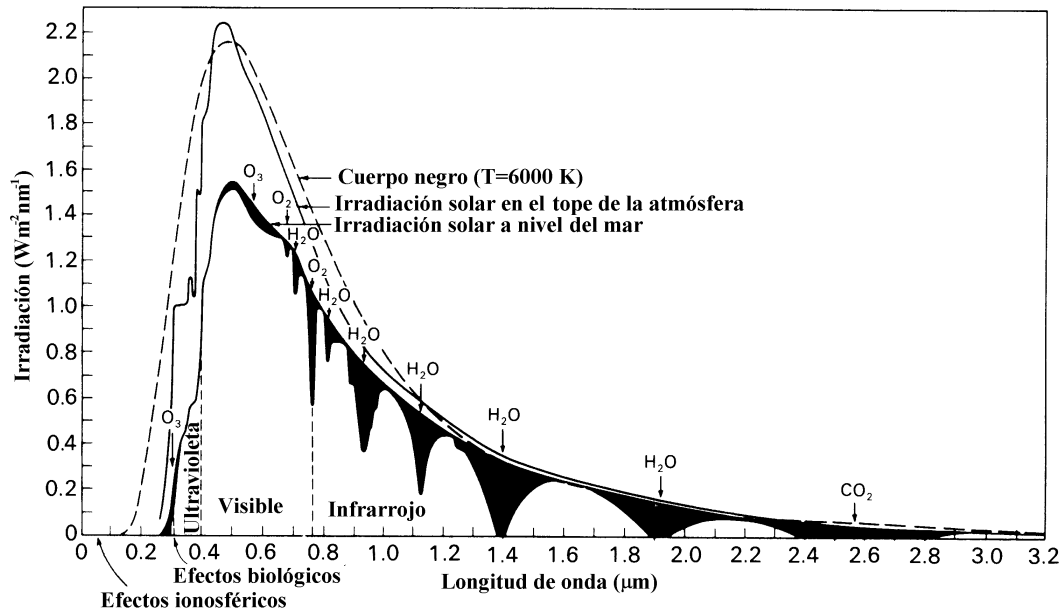


Figura 2.1: Espectro de radiación electromagnética solar a su entrada en la atmósfera y en la superficie. Se incluye la curva de cuerpo negro a $6000K$ para comparación. Las áreas negras muestran la absorción producida por la totalidad de la atmósfera para una trayectoria vertical. Se señala el efecto de algunos componentes atmosféricos. *Adaptada de Hargreaves (1992)*

del espectro con longitud de onda menor de $100nm$. La línea Lyman- α produce una parte importante de la ionización en la baja ionosfera (región D). Aunque la mayor parte de la energía del espectro en la zona visible viene de fuentes uniformemente distribuidas sobre la superficie solar, la Lyman- α y otras del calcio se emiten en pequeñas áreas irregularmente distribuidas. Para longitudes de onda menores, y particularmente en la región de los rayos X, la energía proviene predominantemente de pequeñas áreas del mismo tipo, normalmente próximas a las anteriores.

Debido a que las zonas activas del Sol no están uniformemente distribuidas, la rotación respecto de su eje resulta importante para los fenómenos geofísicos. Su periodo de rotación se incrementa con la latitud desde 25,4 días en su ecuador hasta 33 días a 75° de latitud. Se suele tomar 27 días como periodo promedio.

Frecuentemente se observan en la superficie del Sol una serie de regiones más oscuras que se denominan manchas solares. El número R , basado en las medidas de diversos observatorios, se utiliza para representar combinadamente el número y área de las manchas. La magnitud de R varía entre 0 y 200 con un cuasi-periodo de 11 años que no es simétrico: el tiempo desde el mínimo al máximo es, en promedio, 4.3 años y el del máximo al mínimo 6.6 años. Así mismo, el periodo de 11 años varía entre 9.5 y 12.5 años, por lo que se suele hablar de una periodicidad de 22 años que es constante y que incluye el periodo de inversión y reinversión (regreso a la orientación inicial) del campo magnético solar.

A lo largo del ciclo solar el flujo de energía en la parte ultravioleta del espectro es aproximadamente proporcional a $1+0,01R$, esto es, se incrementa en un factor dos cuando

R pasa de 0 a 100. Los cambios son aún mayores para la parte del espectro con longitud de onda menor que $10nm$ (rayos X). Por el contrario, la línea Lyman- α del hidrógeno cambia tan sólo un 50% a lo largo del ciclo solar y en la correspondiente al visible apenas se aprecian cambios. Para los trabajos sobre ionosfera es más común emplear el número de manchas solares suavizado, $R12$, que consiste en el promedio pesado de los números de manchas solares mensuales de los 6 meses justo anteriores y posteriores.

Otro índice con el que se mide la actividad solar y que muestra gran correlación con el número de manchas solares es el flujo de emisiones de radio en la banda de $10,7cm$ ($2800MHz$). Las emisiones en esta banda, que se originan en la cromosfera y corona solares, se mide en unidades de flujo solar ($1u.f.s. = 10^{-22}Wm^{-2}Hz^{-1}$) y se registran de manera diaria en varios observatorios. Este flujo proporciona una buena medida de la potencia de emisión solar en la región de rayos X y ultravioleta (Ratcliffe, 1972).

Ionización debida a partículas

La ionización que producen los electrones y protones que se precipitan sobre la atmósfera procedentes del sol y en forma de rayos cósmicos es normalmente pequeña comparada con la correspondiente a los fotones. Puede, sin embargo, llegar a ser importante en momentos de tormentas magnéticas, durante la noche o a bajas alturas, donde los fotones no alcanzan. Las partículas más energéticas son las correspondientes a los rayos cósmicos (energía superior a $1000MeV$), las siguientes son las emitidas por el sol durante los sucesos de protones solares ($10 - 1000MeV$) seguidas por los protones de los sucesos solares de plasma (varios keV). Durante las tormentas magnéticas también hay precipitación de partículas con energías de varios keV que son localmente aceleradas en la magnetosfera.

El campo geomagnético desvía las partículas cargadas que se aproximan a la Tierra hacia las regiones aurales por lo que, aunque no están enteramente ausentes en latitudes medias, son mucho más importantes en altas latitudes.

2.1.3. Origen, características y comportamiento típico de las regiones y capas ionosféricas

A menudo los términos capa y región se usan indistintamente. Sin embargo, en esta exposición se empleará el término región para describir una sección de la atmósfera. La palabra capa se reservará para describir una distribución de electrones dentro de una región. De este modo, una región podrá contener en general una o más capas, que podrán variar en altura, en tiempo y espacio dentro de la región a la que se vinculan. La ionosfera se divide en las regiones D , E y F y región superior, por encima de las cuales se encuentra la plasmasfera. Las diferentes capas y las regiones a las que pertenecen se resumen en la tabla 2.1. Las concentraciones electrónicas de las distintas regiones y capas pueden ser muy variables, como se muestra en la figura 2.2.

La región D

La región D abarca aquella parte de la atmósfera terrestre entre 50 y $90km$ de altitud. La concentración electrónica típica diurna es de unos 10^8 a 10^9m^{-3} , dependiendo de la capa, mientras que por la noche se puede considerar que las capas en ella presentes se desvanecen. La frecuencia de colisión entre electrones y moléculas neutras es muy alta, lo que provoca que la absorción de ondas de radio se produzca principalmente en esta región.

Región	Rango aproximado de alturas (km)	Capa	Rango aproximado de alturas (km)	Concentración diurna aproximada de electrones (m^{-3})
D	50 – 90	C	65	10^8
		D	70 – 90	10^9
E	90 – 140	E ₁	100 – 110	10^{11}
		E ₂	115	10^{11}
		E _S	110 – 120	variable
F	140 – 400	F ₁	140 – 220	2×10^{11}
		F ₂	220 – 400	10^{12}
parte superior	400 – 1000			$10^{10} - 10^{11}$
plasmassera	> 1000			10^9

Tabla 2.1: Regiones y capas ionosféricas

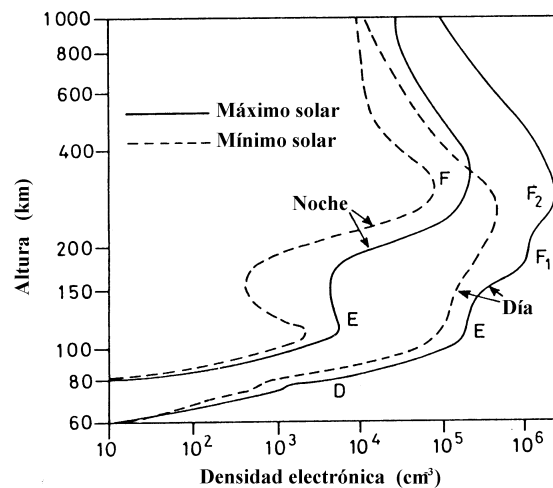


Figura 2.2: Perfiles verticales típicos de concentración electrónica en la ionosfera de latitudes medias. Adaptada de Hargreaves (1992)

Debido a que esta región se encuentra en la turbosfera, las especies principales que la componen son aproximadamente las mismas que las del aire en las cercanías de la superficie terrestre (N_2 , O_2 , Ar , CO_2 , Ne , He).

En cuanto a las especies menores hay que prestar especial atención a la presencia de NO en esta capa; su distribución es muy variable (en el espacio y en el tiempo), debido a que involucra varios mecanismos de producción y pérdida. Normalmente presenta un mínimo a unos 85 – 90km de altura. La profundidad de este mínimo es mayor en verano que en invierno y varía con la latitud.

Otros constituyentes menores de la atmósfera en esta región son O , O_3 , NO_2 , H_2O y metales alcalinos. Dada la gran cantidad de fenómenos que contribuyen a la variabilidad de los constituyentes menores, el comportamiento de esta región es menos regular que el de las otras regiones ionosféricas. La ionización en esta región se produce principalmente mediante los siguientes mecanismos:

- En la alta región D (a unos $80km$), la intensa línea Lyman- α , que apenas ha sido absorbida en el resto de la atmósfera, penetra hasta aquí ionizando el NO .
- Radiaciones entre $102,7$ y $111,8nm$ (que penetran bien hasta esta capa) ionizan las moléculas de oxígeno que estaban en el estado metaestable $O_2(^1\Delta_g)$.
- La radiación ultravioleta también ioniza las especies moleculares N_2 y O_2 , como en la región E .
- Los rayos X de longitud de onda menor que $1nm$ ionizan todos los constituyentes, especialmente el oxígeno y el nitrógeno moleculares (O_2 y N_2), ya que son los principales gases existentes en esta región.
- Los rayos cósmicos suponen una fuente adicional de ionización, más importante en la parte baja de esta región. El hecho de que en la capa D la ionización por rayos cósmicos (secundarios) sea más importante que en el resto de la ionosfera se debe a que apenas son absorbidos en la atmósfera, por lo que la ionización que producen es proporcional a la concentración de los gases atmosféricos, con lo que esta ionización crece al bajar en altura.
- En altas latitudes, las partículas energéticas procedentes del sol o con origen en las auroras, producen ionización, y en algunos momentos pueden constituir la fuente principal.

La contribución relativa de las distintas fuentes varía con la latitud, la hora del día y con el nivel de actividad solar. Como ya se dijo, la intensidad de la línea Lyman- α se incrementa un 50 % a lo largo del ciclo solar, mientras que la correspondiente a los rayos X en un factor 10^3 . Los rayos cósmicos, por el contrario, se reducen en un factor 0,5 al pasar del mínimo al máximo solar.

Existe mucha incertidumbre asociada a la fuente más importante, ionización del NO , debido a la falta de información sobre este componente en la mesosfera. Las variaciones estacionales y latitudinales de NO pueden ir desde concentraciones bajas del orden de $10^{12}m^{-3}$ en verano, hasta $10^{14}m^{-3}$ en invierno. Se han llegado a detectar concentraciones invernales de NO de hasta $10^{15}m^{-3}$.

Típicamente, en latitudes medias, la ionización de NO por Lyman- α y la debida a rayos X dominan en la parte alta de la región; por debajo (capa C) la principal fuente la constituyen los rayos cósmicos (cuya intensidad permanece aproximadamente constante a lo largo del día). Sin embargo, los rayos cósmicos no explicarían por sí solos la presencia de electrones en la baja región D , ya que a estas altitudes la densidad del aire es lo suficientemente alta como para asegurar muchas colisiones, de forma que los electrones arrancados enseguida quedarían adheridos, mediante reacciones de tres cuerpos, a átomos neutros formando iones negativos. Es gracias a las radiaciones solares que llegan a estos niveles que los iones negativos quedan de nuevo separados en átomo neutro y electrón. Así se explica el ciclo diario de la baja región D : la concentración de electrones crece súbitamente al amanecer, cuando los primeros rayos de sol separan los electrones de los átomos neutros; esta concentración permanece más o menos constante a lo largo del día para luego bajar bruscamente al anochecer. Por el contrario, en la parte alta de la región D , la concentración de electrones se incrementa desde el amanecer hasta el mediodía, y disminuye desde el mediodía hasta el anochecer.

La región D es la más compleja desde el punto de vista químico. Los iones primarios son NO^+ , O_2^+ y N_2^+ , el último de los cuales intercambia rápidamente su carga con el oxígeno molecular dejando a las especies NO^+ y O_2^+ como las principales.

La región D es la principal responsable de la absorción de ondas de radio, por lo que las medidas de esta absorción constituyen una manera de estudiar el comportamiento de la región.

La región E

Está comprendida entre unos 90 y 140km. La concentración electrónica típica varía desde unos $10^{11}m^{-3}$ por el día hasta unos $5 \times 10^9m^{-3}$ por la noche, con un máximo en torno a los 105 – 110km de altura.

La región E tiene, desde el punto de vista geomagnético, un interés especial dado que las corrientes que producen ciertas variaciones geomagnéticas fluyen a alturas entre 100 y 150km, como, por ejemplo, los electrochorros ecuatorial y auroral.

En la región E , la temperatura aumenta rápidamente con la altura y se pasa de una región con gases fundamentalmente bien mezclados (homosfera) a otra en la que los constituyentes se encuentran separados por difusión (heterosfera). Esta capa está constituida principalmente por N_2 , O_2 y O . También hay NO . El oxígeno atómico comienza a aparecer a partir de los 90km y más allá de los 125km domina a la forma molecular cada vez más con la altura. Así mismo, en esta región están presentes iones metálicos procedentes de meteoritos. De nuevo los iones positivos primarios son O_2^+ , NO^+ y O^+ , aunque los dominantes son O_2^+ y NO^+ .

La radiación responsable de la ionización en esta región es la ultravioleta comprendida entre 80 y 102,7nm (la parte más penetrante del ultravioleta, que es la que logra atravesar la capa F y llega hasta estos niveles) que ioniza el oxígeno molecular para formar O_2^+ . Las radiaciones Lyman- β (102,5nm) y $C(III)$ (97,7nm) son las responsables del pico de concentración de O_2^+ , situado entorno a 110–115km. Así mismo, los rayos X con longitudes de onda entre 1 y 10nm ionizan todos los constituyentes atmosféricos. La intensidad de estos rayos X varía con el ciclo solar, de forma que su contribución en un mínimo solar es probablemente muy pequeña.

La luz de las estrellas entre 91,1 y 102,6nm y la retrodispersión resonante hacia el sector nocturno de la línea Lyman- β constituyen las fuentes más importantes de ionización nocturna para la región E (Torr, 1985). Otra posible causa es la ionización ocasionada por los meteoritos (Hargreaves, 1992).

La ionización de la región E puede dividirse principalmente en dos partes, una capa E regular, por un lado y una capa E -esporádica (E_S), por otro. Mínimos relativos junto al máximo de densidad electrónica dan lugar a veces a una subdivisión de la capa E regular en E_1 y E_2 .

La capa E regular está formada por el equilibrio entre la producción electrónica por las anteriores fuentes, y la pérdida por recombinación disociativa que da lugar a un pico relativo en la concentración electrónica. Por su lado, la capa E -esporádica (E_S) puede presentarse a cualquier hora del día y de la noche. Consiste en un incremento anormal de la ionización en un nivel de unos 100km que se extiende sobre un área limitada de un radio de unos 1000 ó 2000km. En latitudes medias, la aparición de este tipo de regiones es más frecuente cerca del mediodía y en verano.

Las medidas realizadas con cohetes, y recientemente mediante radar de scattering incoherente, muestran que en latitudes medias estas capas esporádicas son muy finas,

puede que menos de $1km$ de espesor. La causa principal de la existencia de esta E_S en latitudes medias es la variación del viento con la altura (viento de cizalla) que, junto a la presencia del campo magnético terrestre, consiguen comprimir la ionización.

La región F

Esta región está comprendida entre los 140 y $2000km$. Normalmente se pueden distinguir en esta región dos capas conocidas como F_1 y F_2 , lo que da lugar a subdividirla en regiones F_1 y F_2 .

La F_1 se sitúa entre los $140km$ y los $220km$, mientras que la F_2 entre los 220 y los $2000km$, aunque hay que tener en cuenta que estos límites son, hasta cierto punto, arbitrarios y no implican límites físicos.

La región F_1

Esta región tiene una concentración electrónica típica de unos $10^{11} - 10^{12}m^{-3}$ por el día y por la noche se desvanece. El pico de concentración suele encontrarse en torno a los $180km$ de altura, que coincide con la posición del máximo de producción electrónica en la ionosfera. Esta región está constituida principalmente por N_2 , NO y O .

La temperatura en esta región crece rápidamente con la altura desde unos $500K$ en la base hasta más de $1000K$ a $220km$.

La existencia de la capa F_1 se atribuye a la parte del espectro solar que está más fuertemente absorbida, entre 20 y $90nm$, para la cual la tasa de producción iónica alcanza un máximo desde unos 140 hasta unos $170km$. Los productos de las radiaciones primarias son O_2^+ , N_2^+ , O^+ , He^+ y N^+ pero reacciones posteriores convierten a las especies NO^+ y O_2^+ en las más abundantes.

El origen de la capa F_1 , como el de la E regular, se debe a un pico en la producción electrónica. No obstante, esta capa no está siempre presente, es más pronunciada en verano y en momentos de mínimo del ciclo solar. En los inviernos de los años correspondientes a máximo solar esta capa no se observa.

La región F_2

En esta región se produce el máximo de concentración electrónica de toda la ionosfera. Puede llegar a tener una concentración electrónica de varios $10^{12}m^{-3}$ y se sitúa entre 220 y $500km$. Esta capa persiste durante la noche. Su composición consiste principalmente (para un perfil típico de temperatura) en las siguientes especies: O , N_2 , O_2 , He , H , He y Ar .

Al contrario que para las capas E -regular y F_1 , la presencia de este máximo no es atribuible a un máximo de producción electrónica, sino a un cambio en el mecanismo de pérdida electrónica y se sitúa donde las pérdidas por difusión toman el relevo a la recombinación disociativa.

El comportamiento típico del máximo electrónico se puede relacionar con patrón teórico Chapman- β (máximo directamente proporcional al coseno del ángulo cenital solar), aunque presenta varias anomalías respecto a él:

- Anomalías en las variaciones diurnas: existe un comportamiento asimétrico del máximo de la concentración electrónica respecto del mediodía. Puede haber rápidos cambios al amanecer pero los cambios son pequeños o nulos al atardecer. El pico diario

puede ocurrir antes o después del mediodía local en verano, aunque en invierno es probable que sea muy cerca del mediodía. Algunos días aparece un mínimo secundario entre el máximo de la mañana y el de la tarde.

- El patrón de variación diario no se suele repetir exactamente de un día al siguiente.
- Anomalía estacional: normalmente los valores del máximo de concentración de electrones al mediodía son mayores en invierno que en verano, mientras que según un patrón teórico Chapman- β se esperaría lo contrario.
- Anomalía anual: promediando la contribución de ambos hemisferios resulta que la concentración de electrones es un 20 % mayor en diciembre que en junio. El cambio en la distancia entre el sol y la Tierra sólo explicaría una diferencia del 6 %.
- Anomalía semianual: la concentración de electrones es anormalmente grande en los equinoccios.
- Anomalía nocturna: la capa F_2 no se desvanece durante la noche, sino que se mantiene en un nivel no desdeñable.

A estas anomalías temporales hay que añadir las espaciales, la más notable de las cuales es la denominada anomalía ecuatorial, también conocida como anomalía de Appleton: en lugar de que la concentración electrónica alcance un máximo sobre el ecuador, como cabría esperar, aparece un mínimo sobre el ecuador magnético y dos máximos sobre unos 10° a 20° al norte y sur de él. La separación entre los picos depende de la altura y que tienden a unirse por encima de $500 - 600km$. El responsable de esta anomalía es el efecto fuente; consiste en un movimiento ascendente del plasma ionosférico en la zona del ecuador geomagnético y una posterior difusión a lo largo de las líneas geomagnéticas que llevan el plasma a las regiones de máximas concentraciones que se observan. El origen del ascenso es un efecto de interacción entre el campo geomagnético (horizontal en la zona ecuatorial) y los campos eléctricos generados en la región de la dinamo (localizada entre unos 100 y $130km$) que se transmiten hasta la región F .

La parte superior

La región por encima del máximo de concentración de electrones en la ionosfera (aproximadamente de 400 a $2000km$) es inaccesible para las técnicas de sondeo convencionales con ondas de radio de alta frecuencia desde el suelo. La principal fuente de información sobre esta región son los satélites, bien empleados como sondeadores, o bien a través de medidas in situ. El ion positivo dominante es el O^+ , con una distribución espacial determinada por la altura de plasma correspondiente.

Gradualmente, el H^+ comienza a cobrar importancia hasta que por encima de un nivel se convierte en el ion dominante. La altura de esta transición (h_t) varía entre los $800km$ durante las noches invernales de años con baja actividad solar a varios miles de km durante los días veraniegos. A los $1000km$ la concentración electrónica es del orden de 10^{11} a $10^{11}m^{-3}$.

La plasmasfera

La plasmasfera (también llamada protonosfera) es la parte de la ionosfera exterior limitada inferiormente por la altura de transición (h_t) y superiormente por la plasmapausa

(a una distancia geocéntrica de unos 4 radios terrestres), en la que la densidad del plasma disminuye entre uno y dos órdenes de magnitud. Algunos autores (Davies, 1996) consideran que la protonosfera es la parte de la magnetosfera que rota solidariamente con la Tierra. En ella las densidades de elementos neutros son pequeñas y las concentraciones del plasma están determinadas por el transporte.

Los protones se producen en la base de la protonosfera mediante reacciones de intercambio de carga con los iones O^+ ionosféricos. Básicamente no hay ninguna fuente de producción electrónica en la protonosfera y la ionización que en ella se encuentra llega mediante difusión desde esta fuente en la base.

La protonosfera y la región F están fuertemente acopladas mediante esta reacción de intercambio de carga. Tras el amanecer, a medida que se incrementa la ionización en la capa F , el plasma se calienta y se mueve hacia mayores altitudes donde se crean los protones que, a su vez, fluyen a lo largo de las líneas de campo geomagnético para poblar la protonosfera. Al atardecer el movimiento se invierte, los protones bajan e intercambian cargas con el oxígeno. Así pues, la protonosfera actúa como una reserva; toma plasma de la ionosfera durante el día, lo almacena en un ambiente libre de pérdidas y lo devuelve a la ionosfera durante la noche, ayudando al mantenimiento nocturno de la capa F . Así mismo, a través de la plasmasfera la ionosfera en una determinada zona puede verse influenciada por otra zona magnéticamente conjugada. La ionosfera en una zona perteneciente al hemisferio de invierno puede alimentarse a través de este mecanismo de su conjugada en el hemisferio de verano, ya que el plasma de la plasmasfera está disponible para ambos puntos conjugados pero proviene principalmente de la ionosfera que está en el hemisferio de verano.

2.2. Modelos ionosféricos

A pesar de los esfuerzos, los modelos ionosféricos aún no han alcanzado el grado de desarrollo de los correspondientes a la baja atmósfera neutra, tanto climáticos como meteorológicos. La dificultad de obtener datos de la alta atmósfera ha contribuido a un comienzo más tardío, así como a un desarrollo más lento de estos modelos. A estos factores hay que unir la complicación adicional de intentar modelar el comportamiento de un magnetoplasma frío.

Por este motivo, actualmente los modelos más extendidos son los empíricos, que dan cuenta del comportamiento climático medio de la ionosfera basándose en el análisis de datos registrados por diversos métodos, ya sea a partir de medidas directas mediante cohetes o satélites (espectrómetros de masas, acelerómetros, manómetros, sonda Langmuir, fotómetros, magnetómetros, ...), o indirectas, como son las ionosondas localizadas tanto en la superficie como a bordo de satélites, o las medidas mediante radares de dispersión, y, tan sólo en los últimos años, datos extraídos de observaciones GPS. Los modelos empíricos clásicos, cuyo desarrollo comienza en la década de los 60-70 del siglo pasado, no han incorporado todavía datos de observaciones GPS. El acceso fácil y barato a estas observaciones ha propiciado que en los últimos 10 años hayan surgido una gran cantidad de modelos ionosféricos de contenido de electrones basados exclusivamente en estas medidas. Para una revisión sobre los distintos modelos ionosféricos clásicos, se puede consultar Lathuillère *et al.*, (2002) y Cander *et al.*, (1998).

En las dos ó tres últimas décadas han comenzado a desarrollarse modelos ionosféricos que podríamos llamar físicos o teóricos, basados en la resolución de las ecuaciones físicas que gobiernan el plasma ionosférico.

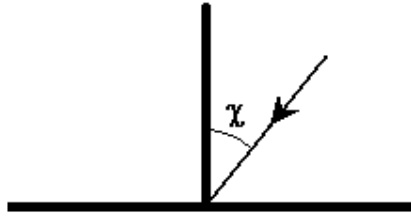


Figura 2.3: Ángulo cenital solar

Como ya se ha visto, para las aplicaciones de navegación, el parámetro de importancia es el contenido oblicuo de electrones entre satélite y receptor, por lo que los modelos que interesan son aquéllos que proporcionan este contenido, bien como salida directa o bien a través de la descripción e integración de los perfiles de concentración electrónica.

2.2.1. Modelos teóricos

Se podría decir que el primer modelo teórico que trata de explicar la formación de la ionosfera es el modelo de producción electrónica desarrollado por Chapman en 1931. Supone una atmósfera plana, estratificada y compuesta por una sola especie gaseosa, distribuida exponencialmente con una altura de escala constante (H). Considera que la radiación solar incidente es monocromática y se absorbe de manera proporcional a la concentración de la especie gaseosa. Con estas suposiciones se puede deducir la función de producción de Chapman (q) que relaciona el ritmo de producción de los pares ion-electrón con la altura h y el ángulo cenital χ que forma el sol con la vertical del lugar (véase figura 2.3):

$$q = q_{m0} \exp(1 - z - \sec \chi \cdot e^{-z}) \quad (2.1)$$

donde z es la altura reducida del gas neutro, dada por $z = (h - h_{m0})/H$, q_{m0} es el máximo ritmo de producción que tiene lugar para $\chi = 0$ y h_{m0} es la altura a la que se produce este máximo.

El principal mecanismo de pérdida de electrones en la ionosfera se produce a través de la recombinación disociativa de iones:



donde XY^+ representa un ión genérico (principalmente las especies O_2^+ y NO^+), e^- y un electrón. El ritmo de pérdida es proporcional al producto de las concentraciones de cada especie que reacciona (XY^+ y e^-) que, para el modelo de Chapman, que sólo contempla una especie gaseosa, son la misma: N . Suponiendo que no intervienen más procesos, el equilibrio se alcanza al igualarse la tasa de producción electrónica y la pérdida, con lo que el perfil de densidad electrónica resulta:

$$q = \alpha \cdot N^2 \rightarrow N = N_{m0} \exp\left(\frac{1 - z - \sec \chi \cdot e^{-z}}{2}\right) \quad (2.3)$$

donde α es el coeficiente de recombinación de la reacción de disociación, N_{m0} el máximo valor de la densidad electrónica que tiene lugar durante el mediodía local ($\chi = 0$). La dependencia del máximo de concentración electrónica (N_m) con el ángulo cenital viene dado por:

$$N_m = N_{m0} \cos^{\frac{1}{2}} \chi \quad (2.4)$$

Una capa con estas propiedades se denomina capa α -Chapman. La capa E -regular presenta, aproximadamente, este tipo de comportamiento proporcional a la raíz del coseno del ángulo cenital.

Sin embargo, los procesos de pérdida de electrones en la ionosfera pueden actuar a través de complicadas cadenas de reacciones de intercambio ión-átomo. Por ejemplo, si estamos particularmente interesados en la pérdida de electrones, el proceso de unión de un electrón a una partícula neutra puede considerarse en sí mismo otro tipo de proceso de pérdida de electrones:



Suponiendo la especie neutra mucho más numerosa que la electrónica, el ritmo de pérdida de electrones dependerá de la concentración de éstos, que tomaremos de nuevo como N . Sin tener más procesos en cuenta, en la situación de equilibrio la concentración de electrones vendrá dada por:

$$q = \beta \cdot N \rightarrow N = N_{m0} \exp(1 - z - \sec \chi \cdot e^{-z}) \quad (2.6)$$

donde β es el coeficiente de unión. En una capa de este tipo, denominada capa β -Chapman, el máximo de concentración electrónica es directamente proporcional al coseno del ángulo cenital solar:

$$N_m = N_{m0} \cos \chi \quad (2.7)$$

El desarrollo de los modelos teóricos globales del sistema magnetosfera - ionosfera - termosfera comenzó hace unos 20 años con modelos magnetohidrodinámicos sencillos de la interacción entre el viento solar y la magnetosfera (Raeder, 2003). Los modelos teóricos modernos tratan de obtener las características de la alta atmósfera (densidades y temperaturas de electrones, iones y componentes neutros, principalmente) empleando los principios físicos que gobiernan el plasma ionosférico. Entre estos modelos cabe destacar los modelos de circulación general que desarrolla el Centro Nacional de Investigación Atmosférica estadounidense (NCAR), tanto el Modelo de Circulación Global del Sistema Termosfera-Ionosfera (TI-GCM) como el Modelo de Circulación Global Termosfera - Ionosfera - Mesosfera (TIME-GCM) que incluye la estratosfera y mesosfera. Para más información, se puede consultar <http://www.hao.ucar.edu/public/research/tiso/tgcm/tgcm.html>

Cabe también destacar el Modelo Acoplado Termosfera - Ionosfera - Plasmasfera (CTIP) (Lathuillère *et al.*, 2001) como otro ejemplo de modelo teórico tridimensional global de acoplamiento desarrollado en el departamento de Física y Astronomía de la Universidad College London. Es una extensión del modelo conocido como Modelo Acoplado Termosfera - Ionosfera (CTIM) (Fuller-Rowell *et al.*, 1987), que no incluía la plasmasfera y cuya parte ionosférica estaba desarrollada sólo para latitudes polares. El CTIM se desarrolló conjuntamente por la Universidad College London y la Universidad de Sheffield. En esta última institución y en colaboración con el Centro Ambiental Espacial de Boulder, Colorado, se ha generado otro modelo de características similares al CTIP, conocido como Modelo Acoplado Termosfera - Ionosfera - Plasmasfera de Sheffield (SCTIP) disponible

en Internet, bajo previa petición en <http://www.shef.ac.uk/~sparc/sctip.html>. El Modelo Plasmasférico de Líneas de Campo Interhemisféricas (FLIP) (Torr *et al.*, 1990) hace una descripción de la ionosfera terrestre a partir de la resolución de las ecuaciones acopladas de continuidad, momento y energía a lo largo de las líneas de campo.

En cuanto a modelos teóricos no globales, se puede mencionar el Modelo Ionosférico Dependiente del Tiempo (TDIM) (Schunk *et al.*, 1986) cuya descripción tridimensional de densidad y temperatura de electrones e iones está también basada en la resolución de estas ecuaciones, pero adecuadas a latitudes medias y altas, al incluir, en este último caso, procesos como la precipitación de partículas y la convección de plasma. Otro modelo teórico que tiene en cuenta procesos ionosféricos de altas latitudes es la empresa conjunta de las instituciones francesas Centro de Investigación de Estudios Espaciales (CESR) y Laboratorio de Planetología de Grenoble (LPG) conocida con el nombre de TRANSCAR (Diloy *et al.*, 1996). Para una revisión acerca de estos procesos, el lector interesado puede consultar Schunk y Nagy (2000).

Estos modelos teóricos presentan, en general, un alto grado de complejidad que se traduce en un tiempo de computación muy grande. Para reducir este tiempo, se han desarrollado simplificaciones de estos modelos que dan una representación espacio-temporal de la ionosfera en función de una serie de parámetros, principalmente geomagnéticos y de actividad solar. Este último tipo de modelos se conocen con el nombre de paramétricos. Dentro de este grupo, encontramos el Modelo de Latitudes Bajas y Medias (FAIM) (Anderson *et al.*, 1989), modelo paramétrico de la región F de latitudes medias y bajas dependiente de la estación del año, la actividad solar, la latitud y la hora local que utiliza una versión modificada de la capa Chapman. Como ejemplo de modelo paramétrico global se puede citar el Modelo Ionosférico Paramétrico (PIM) (Daniell *et al.*, 1995), que cubre las regiones E y F para todas las latitudes a partir de la parametrización de varios modelos teóricos parciales, como el TDIM. Este modelo, que sirve como base climatológica para el modelo Modelo Ionosférico Paramétrico para Especificaciones a Tiempo Real (PRISM), está preparado para calcular contenidos electrónicos oblicuos (STEC) lo que permitiría una corrección del error ionosférico independiente de la función de mapeo. El PIM incorpora el modelo de plasmasfera empírico desarrollado por Gallagher *et al.*, (1988).

2.2.2. Modelos empíricos clásicos

Los modelos empíricos tratan de extraer variaciones sistemáticas en la ionosfera a partir de los registros de datos. Por este motivo, la descripción que realizan es de condiciones promediadas.

El modelo empírico clásico por excelencia es la Ionosfera Internacional de Referencia (IRI) (Bilitza, 1990). Se trata de un proyecto que comenzó hace más de 35 años con el objetivo de compilar el conjunto de datos sobre la ionosfera para realizar un modelo estándar internacional similar al establecido para la atmósfera neutra (Bilitza, 2004).

Con posterioridad se han desarrollado otros modelos empíricos de entre los que destaca el modelo conocido como Bent (Bent *et al.*, 1972). Este modelo se ha empleado como base para el Algoritmo de Corrección Ionosférica (ICA) (Klobuchard, 1987), que será empleado en el capítulo 4.

En los últimos años se ha desarrollado una nueva aproximación basada en la idea de construir el perfil de densidad electrónica a partir de unos ciertos puntos de anclaje relacionados con los ionogramas, como son la altura y concentración de los máximos de densidad electrónica de las capas F_2 , F_1 y E (Di Giovanni y Radicella, 1990). A partir

de este modelo inicial, se ha desarrollado toda una familia de modelos ionosféricos para distintas aplicaciones (Hochegger *et al.*, 2000), entre los que se incluye el NeQuick.

Ionosfera Internacional de Referencia

El modelo IRI comenzó sus andaduras hacia 1968 cuando el Comité de Investigación Espacial (COSPAR) estableció un grupo de trabajo con objeto de organizar los datos para describir la parte eléctricamente cargada de la atmósfera, a semejanza de lo que ya se había obtenido para la atmósfera neutra con la Atmósfera Internacional de Referencia del COSPAR (CIRA). La Unión Internacional de Radio Ciencia (URSI) se unió a tal empresa al año siguiente.

Se trata de un modelo empírico basado en datos obtenidos por diversas técnicas de sondeo ionosférico, principalmente ionosondas en tierra, radares de dispersión incoherente, ionosondas desde satélites y datos tomados in situ por cohetes. Ya desde sus inicios, se pensó en que en lugar de configurar el IRI como un conjunto de tablas era preferible, con el desarrollo de los ordenadores, presentarlo como un código. Para un lugar y un tiempo determinados, el modelo ofrece los promedios mensuales de los perfiles de densidad y temperatura tanto para los electrones como para las principales especies iónicas que componen la ionosfera para condiciones geomagnéticas tranquilas. La última versión (Bilitza, 2001) incorpora también subrutinas para simular condiciones de tormenta geomagnética.

El primer código se publicó hacia 1978 y estuvo bajo revisión durante una década. A partir de 1982 se vienen organizando reuniones anuales en las que se discute y se añaden mejoras al modelo. Está sujeto a una continua discusión científica para añadir nuevos datos o hacer modificaciones.

En la última versión disponible, IRI2001¹ (Bilitza, 2001; Bilitza, 2003), el perfil de densidad electrónica se construye a partir de 6 subregiones que modelan las capas D , E , F_1 y F_2 , incluyendo la parte por encima del pico F_2 (topside) para la que usa el modelo de Bent.

- Parte superior al pico F_2 (topside). La parte superior se construye a partir de los datos del pico de la capa F_2 (altura y concentración electrónica del máximo), ya sea empleando los coeficientes del Comité Consultivo Internacional de Radiocomunicaciones (CCIR), los del URSI o introducidos por el usuario. Emplea la función del modelo de Bent pero evita las discontinuidades al aplicar funciones analíticas en altitud, latitud, actividad solar y frecuencia crítica de F_2 (f_oF_2), lo que mejora la representación de la densidad electrónica (Bilitza *et al.*, 1988).
- Parte inferior al pico F_2 . En esta región la densidad electrónica en función de la altura se modela a partir del máximo de concentración en esta región, la altura a la que se produce y dos parámetros de forma y grosor de la capa tabulados en función de la época del año, lugar y actividad solar.
- Región F_1 . Para esta región se emplea un modelo de ocurrencia de la capa F_1 que depende del ángulo cenital solar. En función de este ángulo, de la localización y de la actividad solar, el modelo calcula la densidad electrónica del máximo de esta capa, si existe, y añade una capa parabólica a la región inferior al pico F_2 .

¹accesible a través de Internet por ftp anónimo desde la dirección <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/space/model/ionos/iri.html>

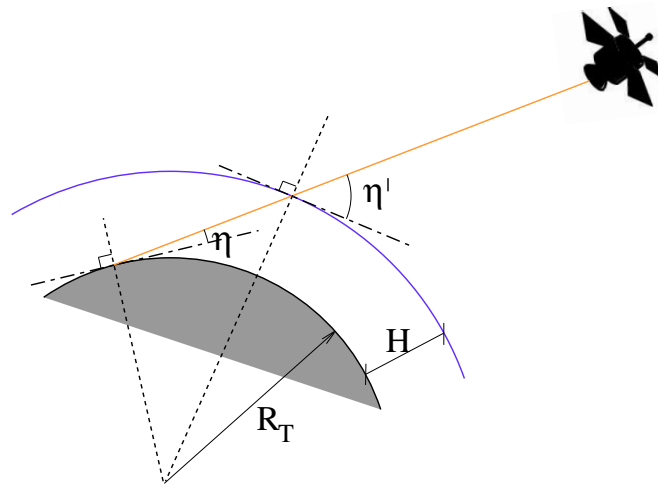


Figura 2.4: Función de mapeo clásica en función de la elevación

- Región intermedia. En esta región se produce el acoplamiento entre el perfil superior, normalizado al máximo de concentración electrónica de la capa F_2 , y la inferior, normalizada al pico de la capa E .
- Valle de la región E : parte superior de la región E . Se obtiene el máximo electrónico de la capa E a partir de la actividad solar, la época del año, latitud geodética y ángulo solar cenital. Esta región se describe con un polinomio de 5º grado cuyos coeficientes se calculan en función de la localización y hora del día. La capa E esporádica no está incluida en el IRI.
- Parte inferior de la región E y región D . Para esta región el IRI ofrece tres alternativas que describen la forma del perfil electrónico en función de la zona, época y hora del día.

Aunque existen varias experiencias en este sentido, como la de Komjathy *et al.*, (1998) donde se extiende el IRI con el modelo de plasmasfera de Gallagher *et al.*, (1988), esta versión del IRI aún no incluye un modelo de plasmasfera, por lo que, actualmente, la descripción de la ionosfera sólo es válida hasta unos $1000km$ (Coisson y Radicella, 2004).

Algoritmo de Corrección Ionosférica (ICA)

Este algoritmo no trata de describir el perfil de densidad electrónica con la altura, sino que centra sus esfuerzos en modelar el contenido electrónico vertical ($VTEC$) medio mensual. Su objetivo principal es proporcionar una corrección ionosférica a los usuarios del GPS con un coste de cómputo mínimo. Este algoritmo consiste en una representación de la curva diaria de $VTEC$ con un coseno dependiente de ocho coeficientes que el Segmento de Control se encarga de calcular y modular como parte del mensaje de navegación radiado por los satélites GPS. Sin embargo, el usuario de GPS está interesado en el contenido electrónico oblicuo, para lo que se emplea la aproximación de capa infinitesimal según la cuál, se considera a la totalidad de la ionosfera comprimida en una capa sin espesor a una altura de $350km$.

Como se muestra en la sección 1.2.2, el error ionosférico, $\delta(\eta)$, para las medidas de código se puede expresar como el producto:

$$\delta(\eta) = \frac{\alpha}{f^2} STEC \quad (2.8)$$

donde se indica explícitamente su dependencia con la elevación η . En esta expresión α es una constante cuyo valor es de $40.28 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$, f es la frecuencia de la onda ($1575,42 \text{ MHz}$) y $STEC$ es el contenido oblicuo de electrones, que, en el caso de capa infinitesimal está a su vez dado por el producto del contenido electrónico vertical $VTEC$ y la función de mapeo clásica (f_{map}) asociada al modelo de capa infinitesimal (véase figura 2.4). Con ello, el error ionosférico se puede escribir como:

$$\delta(\eta) = \frac{\alpha}{f^2} VTEC f_{map}(\eta) = \frac{\alpha}{f^2} VTEC \frac{1}{\sin \eta'} = \frac{\alpha}{f^2} VTEC \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \eta \left(\frac{R_T}{R_T+H}\right)^2}} \quad (2.9)$$

donde η es la elevación del satélite respecto al receptor, R_T es el radio de la Tierra y H la altura de la capa infinitesimal. El algoritmo ICA emplea una función de mapeo aproximada que dista menos de un 2% de la exacta para elevaciones superiores a 5° (Klobuchard, 1987):

$$f_{map} = \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \eta \left(\frac{R_T}{R_T+H}\right)^2}} \approx A + B\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) + C\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)^2 + D\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)^3 \quad (2.10)$$

con:

$$\begin{aligned} A &= 1 + \frac{2}{3375} \\ B &= \frac{4}{75\pi} \\ C &= \frac{16}{10\pi^2} \\ D &= \frac{16}{\pi^3} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Según Klobuchard (1987), con este algoritmo es posible reducir el error ionosférico para receptores de una frecuencia en aproximadamente un 50%.

El modelo NeQuick

El modelo NeQuick, está basado en el desarrollo y mejora del llamado modelo de Di Giovanni y Radicella (DGR) (Di Giovanni y Radicella, 1990), modelo empírico que se propuso como una suma de capas Epstein para representar analíticamente la densidad electrónica en la ionosfera por debajo del pico de la capa F_2 . Con esta representación, se obtiene un perfil continuo en altura que no presenta discontinuidades ni en la primera ni en la segunda derivada, lo que lo hace muy apto para su uso en problemas de trazado de rayos. Las capas que conforman el modelo DGR se construyen a partir de ciertos parámetros típicos de las medidas de las ionosondas, como son la altura y densidad de los máximos de las capas F_2 , F_1 y E . Gracias a los trabajos de Radicella y Zhang (1995), el modelo DGR se mejora y se extiende a la zona por encima del pico de la región F_2 . Hochegger *et al.*, (2000) presenta tres modelos basados en el DGR de complejidad y tiempo de cálculo variable: COSTprof, NeUoG-plas y NeQuick.

El modelo NeQuick se ha desarrollado para el proyecto EGNOS de la Agencia Espacial Europea (ESA) en el Laboratorio de Aeronomía y Radio Propagación (ARPL) del Centro

Internacional de Física Teórica Abdus Salam (ICTP) (Trieste, Italia) en cooperación con la Universidad de Graz (Austria). Más recientemente, la Sección de Radiocomunicaciones de la Unión Internacional de Telecomunicaciones (ITU-R) lo ha adoptado como uno de los modelos de propagación transionosférica en las Recomendaciones P.531-5, por lo que las subrutinas y funciones que constituyen el modelo están disponibles a través de esta agencia en Internet².

El modelo consiste en la suma de 6 semi capas Epstein, que mantienen la continuidad del perfil de densidad electrónica y de su primera derivada. Se representa desde la capa E hasta la F_2 , incluyendo la región superior por encima del pico de la capa F_2 , para la que emplea una modificación de una capa Epstein con un parámetro de altura más complejo, de modo que pueda representar el contenido electrónico hasta las alturas de los satélites GPS (Coisson, 2002).

El modelo NeQuick usa por defecto los mapas del CCIR (institución ahora conocida como ITU-R) para obtener los datos que anclan el perfil (f_oF_2 y $M3000F_2$). Se trata de unas funciones que permiten calcular las medias mensuales de estos parámetros en función de la actividad solar, época del año, hora del día y localización geográfica (Leitinger *et al.*, 2001). De esta manera, el NeQuick es capaz de calcular la densidad electrónica en un punto cualquiera de la ionosfera bajo cualquier condición de actividad solar (a través del flujo solar en la banda de $10,7cm$ o el número de manchas solares). Al permitir la integración de la densidad electrónica a lo largo de rayos arbitrarios, se puede obtener sin problema el contenido electrónico total tanto oblicuo (STEC) como vertical (VTEC).

2.2.3. Modelos empíricos basados en medidas GPS

Aunque el objetivo principal de los sistemas GNSS es el posicionamiento, en la última década han demostrado ser una fuente de datos rápida, barata y global en diversas aplicaciones, como la ionosférica. El desarrollo de la tecnología basada en los GNSS ha permitido el acceso a una gran cantidad de datos de contenido electrónico, lo que ha propiciado que aparezcan y se desarrollen modelos ionosféricos basados exclusivamente en medidas GPS.

Actualmente, existen diversos modelos basados en esta fuente de datos que proporcionan mapas regionales y globales de contenido electrónico vertical. Todos ellos suelen emplear una combinación de observables de fase y código en ambas frecuencias para obtener estimaciones de contenido oblicuo de electrones (STEC) que se transforma a contenido electrónico vertical (VTEC) con una función de mapeo y se interpola para obtener mapas de contenido electrónico vertical, ya sean regionales o globales. En lugar de emplear un sistema de referencia geográfico, estos modelos suelen preferir una descripción basada en un sistema solidario con la rotación del sol, para evitar las variaciones diurnas de VTEC. Difieren, sin embargo, en la función de mapeo usada, ya que existen varias posibilidades: la aproximación de capa infinitesimal que emplea el LPIM (Brunini *et al.*, 2004) y el modelo regional de la Universidad de New Brunswick (UNB) (Komjathy y Langley, 1996a), la modificación de capa infinitesimal que emplea el CODE (Schaer, 1999), la capa entre dos alturas que emplea Sardón *et al.*, (1994), la capa con espesor con un perfil de densidad electrónico fijo que emplea el JPL (Mannucci *et al.*, 1998), el perfil de Chapman que emplea la ESA (Feltens, 1998), o la tomografía de dos capas del modelo de la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC) (Hernández-Pajares *et al.*, 1999). Los modelos también suelen diferir en las funciones de dependencia del VTEC con la posición que se

²<http://www.itu.int/ITU-R/software/study-groups/rsg3/databanks/ionosph/Rec531/>

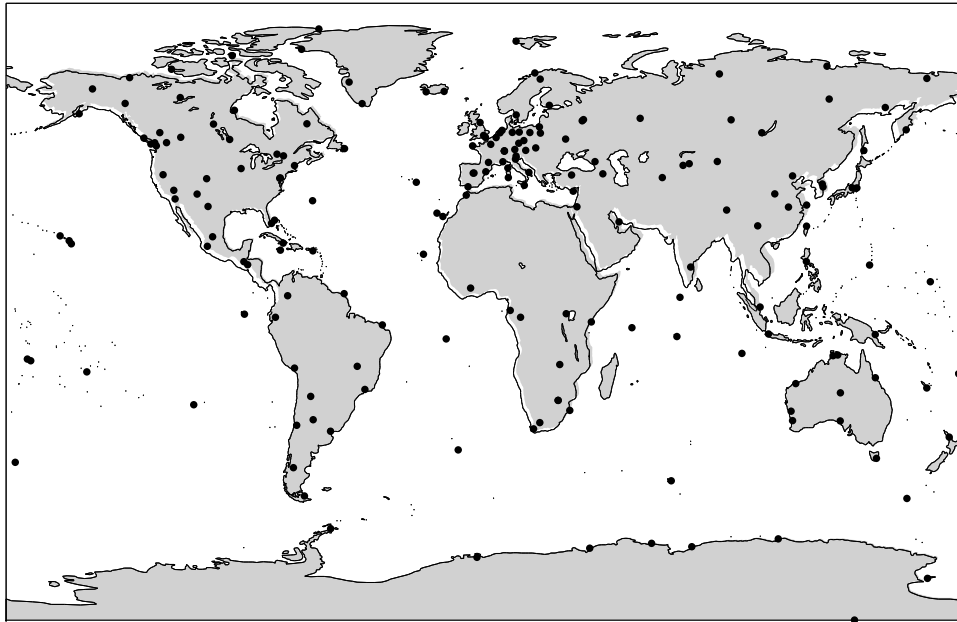


Figura 2.5: Localización de las estaciones pertenecientes al IGS a principios de 2004

emplean para obtener mapas globales a partir de los datos de receptores no uniformemente distribuidos al rededor de la Tierra.

El formato comúnmente aceptado para almacenar e intercambiar estos mapas globales es el formato Intercambio de mapas Ionosféricos (IONEX) (Schaer *et al.*, 1998). Dado que en esta Tesis se emplearán datos obtenidos a partir de los modelos del CODE y LPIM, se procede a resumir brevemente las características más destacadas de cada uno.

Mapas de contenido vertical del CODE

El Centro de Determinación Orbital Europeo (CODE) es uno de los 7 centros de análisis del Servicio Internacional de GPS (IGS). Se trata de un proyecto conjunto la Oficina Federal de Topografía de Suiza (swisstopo), la Agencia Federal de Cartografía y Geodesia (BKG) alemana, el Instituto Geográfico Nacional (IGN) francés y del Instituto Astronómico de la Universidad de Berna (AIUB) suizo, donde se localiza su sede.

A partir de los datos registrados por las distintas estaciones del IGS, que cuenta con casi 200 estaciones a lo largo del globo (véase figura 2.5), principalmente concentradas en Europa y América del Norte, con receptores bifrecuencia de gran calidad, el CODE genera además de las posiciones y velocidades de los satélites GPS y GLONASS, parámetros de orientación de la Tierra y correcciones de los relojes de las estaciones y satélites conjuntamente con varios tipos de mapas ionosféricos. Estos mapas dependen de la rapidez de procesado del mapa (soluciones rápidas o finales) y de la cobertura de los mapas (globales, regionales, específicos de la estación). Incluso tienen predicción a 1 y 2 días basados en las tendencias que muestran los distintos coeficientes.

Los Mapas Ionosféricos Globales (GIM) finales corresponden al centro de una ventana de análisis de 3 días que incluyen la determinación de los Retardos Diferenciales de Código (DCB) de las estaciones y satélites (una determinación por día). Son mapas que dan los

valores del VTEC cada 2 horas (salidas sólo para las horas impares) en una malla de 2.5 grados en latitud y 5 grados en longitud geográficas almacenados en archivos diarios en formato IONEX. Para generarlos se emplean datos de código y fase en las dos frecuencias, un modelo de una capa infinitesimal modificado como función de mapeo y una expansión en armónicos esféricos para obtener mapas globales (Schaer, 1999). Estos mapas se encuentran disponibles al público por ftp anónimo ³.

Basándose en los análisis de los resultados de los GIM del CODE, Schaer (1999) aconseja emplearlos sólo en zonas con suficiente densidad de estaciones receptoras, como son Europa y América del Norte. El estudio de Orús *et al.*, (2002) muestra que los GIM del CODE manifiestan valores del contenido electrónico vertical un poco inferiores a los obtenidos con datos del Satélite altimétrico TOPEX (TOPEX). En concreto, para la zona mediterránea, estos mapas muestran en promedio un contenido electrónico vertical 3 TECU inferior al correspondiente a las medidas del TOPEX, y una diferencia cuadrática media inferior a 5 TECU.

Modelo Ionosférico de La Plata (LPIM)

El grupo de Georreferenciación Satelitaria de la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata (Argentina) ha desarrollado su propio modelo ionosférico basado en medidas GPS, el Modelo Ionosférico de La Plata (LPIM). Para este modelo emplean las medidas de fase y código en ambas portadoras con las que estiman conjuntamente el contenido electrónico vertical y los DCB de los satélites y receptores. Utilizan la aproximación de capa infinitesimal y un desarrollo en armónicos esféricos en las variables espaciales para el modelo global y uno polinomial en la latitud y longitud y trigonométrico en la variable temporal para el modelo regional (Brunini *et al.*, 2004).

De acuerdo con el trabajo de Brunini *et al.*, (2002), el modelo global mostraba, de manera similar a los mapas del CODE, una infraestimación promedio de unos 3 TECU del contenido electrónico vertical respecto a las medidas del TOPEX.

2.3. Comparación de modelos ionosféricos

En la literatura científica se pueden encontrar numerosos trabajos en los que se comparan modelos ionosféricos con diversas técnicas. Bilitza *et al.*, (1988) emplean datos recogidos desde tierra y con satélites para comparar el IRI y el Bent. Newby (1992) emplea datos de rotación Faraday y datos obtenidos de medidas GPS para analizar los resultados del IRI, Bent e ICA, entre otros. El IRI también se prueba frente a medidas de radar incoherente en el trabajo de Sethi *et al.*, (2001) y frente al modelo de contenido electrónico tomográfico de la UPC en el trabajo de Bilitza *et al.*, (1999). En el trabajo de Goodwin y Breed (2001) se muestran la comparación de contenidos electrónicos verticales obtenidos de medidas GPS con los resultados de los modelos IRI y PIM.

Los mapas ionosféricos globales del CODE son una herramienta de fácil acceso, con una gran cobertura temporal, basados en una gran cantidad de datos y cuya fiabilidad está en el orden de algunos TECU (Orús *et al.*, 2002), dependiendo de la zona geográfica. Brindan la posibilidad de comparar los resultados de modelos ionosféricos más clásicos con una fuente de datos independiente basada en medidas GPS.

³<ftp://ftp.unibe.ch/aiub/CODE/>

En esta sección se presenta una comparación entre dos modelos ionosféricos empíricos clásicos, el IRI y el NeQuick, empleando como patrón los mapas de contenido electrónico vertical del CODE. Dadas las características de los GIM, esta comparación se hará a partir de la integración vertical del perfil de densidad electrónica de cada modelo, obteniéndose el VTEC para una malla de $2,5^\circ$ en latitud y 5° en longitud. La integración vertical de estos perfiles es una de las salidas automáticas de ambos modelos. Sin embargo, mientras que el NeQuick permite realizar esta integración hasta las alturas de los satélites GPS (unos 20000km sobre la superficie terrestre) (Coisson, 2002), no es aconsejable emplear el IRI para alturas superiores a los 1000km (Coisson y Radicella, 2004), por lo que tan sólo se realizará la integración hasta este nivel para este último modelo.

Para la selección de datos, se han tenido en cuenta las siguientes restricciones:

- Restricciones espaciales. Los mapas ionosféricos del CODE son más fiables en aquellas regiones con buena cobertura de receptores GPS (Schaer, 1999). Así mismo, el uso una función de mapeo basada en la aproximación de capa ionosférica infinitesimal es menos problemática en aquellas regiones con gradientes ionosféricos horizontales menores (Mannucci *et al.*, 1998).
- Restricciones temporales. Antes del día 28 de marzo de 1998 el CODE proporcionaba un sólo mapa ionosférico por día. A partir de esa fecha, se comienza a calcular los mapas con un intervalo de dos horas.
- IRI y NeQuick son modelos de climatología ionosférica, mientras que los mapas del CODE son mapas meteorológicos, con salidas para cada dos horas.
- El modelo NeQuick no tiene ninguna subrutina que modele condiciones geomagnéticamente perturbadas, aunque con el empleo de las mallas de f_oF_2 y $M3000F_2$ adecuadas se podrían simular (Leitinger *et al.*, 2001).

La comparación se llevó a cabo en región europea de 30° a 60° en latitud norte y -10° a 40° en longitud este, empleando las medias mensuales horarias desde abril 1998 hasta junio 2004 de los valores de VTEC en una malla de $2,5^\circ$ en latitud y 5° en longitud y bajo condiciones geomagnéticamente tranquilas. Esto equivale a 143 puntos de VTEC por mapa y hora, con un total de 74 meses analizados y 12 horas por mes (ya que el CODE facilita los mapas con un intervalo de dos horas). Para evaluar el nivel de actividad geomagnética se empleó el Índice de Tiempos de Tormenta (Dst) horario que evalúa el nivel de tormenta geomagnética al rededor de la Tierra. Este índice se elabora a partir de las medidas de la corriente eléctrica circular ecuatorial desde una red de observatorios próximos al ecuador geomagnético. El índice puede tomar valores positivos y negativos. Los primeros reflejan compresiones magnetosféricas y los segundos responden a procesos ionosféricos y magnetosféricos complejos. Se considera una actividad geomagnética alta para valores del Dst inferiores a $-50nT$, por lo que es este el umbral empleado para descartar los días incluidos en el estudio.

El cálculo de las medias mensuales horarias de los GIM del CODE se efectuó promediando sobre cada punto de la malla los valores de VTEC correspondientes a la misma hora para todos los días del mes cuyo índice Dst fuera superior a $-50nT$. Se obtiene así 12 mapas medios mensuales sobre la misma malla que corresponden a las horas impares del día (hora UT), la misma salida que los mapas del CODE⁴.

⁴La salida de los mapas del CODE cambió el 3 de noviembre de 2002, calculándose para las horas pares, lo que se ha tenido en cuenta para este estudio

En su modo estándar, el modelo NeQuick permite calcular el VTEC dada la hora del día, localización, actividad solar y mes en el que estemos, obteniéndose el mismo valor medio mensual de VTEC para todos los días del mes con un coste computacional pequeño, lo que lo hace muy adecuado para la comparación con los valores mensuales medios de los mapas del CODE. Sin embargo, el IRI proporciona valores ligeramente distintos para días diferentes dentro del mismo mes, ya que existen parámetros que varían de un día al siguiente como el ángulo cenital solar y los índices de actividad geomagnética k_P que emplea. Por este motivo se ha optado por tomar un sólo día como representativo de todo el mes escogiendo éste lo más próximo posible al centro del mes, siempre y cuando la actividad geomagnética que manifieste sea pequeña. En ambos modelos se utilizó el valor medio mensual (sin contar con los días geomagnéticamente perturbados) del flujo de emisiones de radio en la banda de $10,7cm$ como índice de actividad solar.

Resultados de la comparación

En la tabla 2.2 se resumen los resultados globales para ambos modelos, esto es, teniendo en cuenta todos los puntos de la malla y todos los días bajo análisis. En ella se presentan, por un lado, los valores de la diferencia media entre el VTEC de cada modelo y la media mensual del CODE calculados como:

$$Media = \sum_{i=1}^N \frac{VTEC_{modelo} - VTEC_{CODE}}{N} \quad (2.12)$$

y, por otro, el error cuadrático medio que presentaba cada modelo según CODE, calculado como:

$$ecm = \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{(VTEC_{modelo} - VTEC_{CODE})^2}{N}} \quad (2.13)$$

		Todas las horas	Medianoche	Mediodía
NeQuick	Media (TECU)	-1.4	-0.5	-2.1
	ecm (TECU)	7.5	4.6	9.4
IRI	Media (TECU)	0.0	-0.2	0.8
	ecm (TECU)	6.5	3.6	9.9

Tabla 2.2: Diferencias medias y errores cuadráticos medios globales para todas las horas, sólo medianoche y sólo mediodía para los modelos NeQuick e IRI

Se puede observar cómo, en términos generales, ambos modelos muestran resultados parecidos, no demasiado alejados de los valores de los mapas CODE. Se aprecia un error cuadrático medio un poco mayor para el NeQuick que para el IRI y un pequeño sesgo del primero hacia valores inferiores a los medidos mediante la técnica del CODE, lo que contrasta con los límites de integración impuestos a cada modelo ($1000km$ en el caso del IRI y $20000km$ en el del NeQuick). Es de destacar el hecho de que ambos presentan errores cuadráticos medios menores para la medianoche y mayores para el mediodía, resultado coincidente con el análisis de Newby (1992).

Sin embargo, cuando se desglosa este resultado global en función del mes, se encuentran variaciones estacionales importantes. En la figura 2.6 se muestra la evolución temporal de las diferencias medias y del error cuadrático medio entre las salidas de cada modelo y los mapas del CODE, incluyendo todas las horas en este análisis. En esta misma figura se

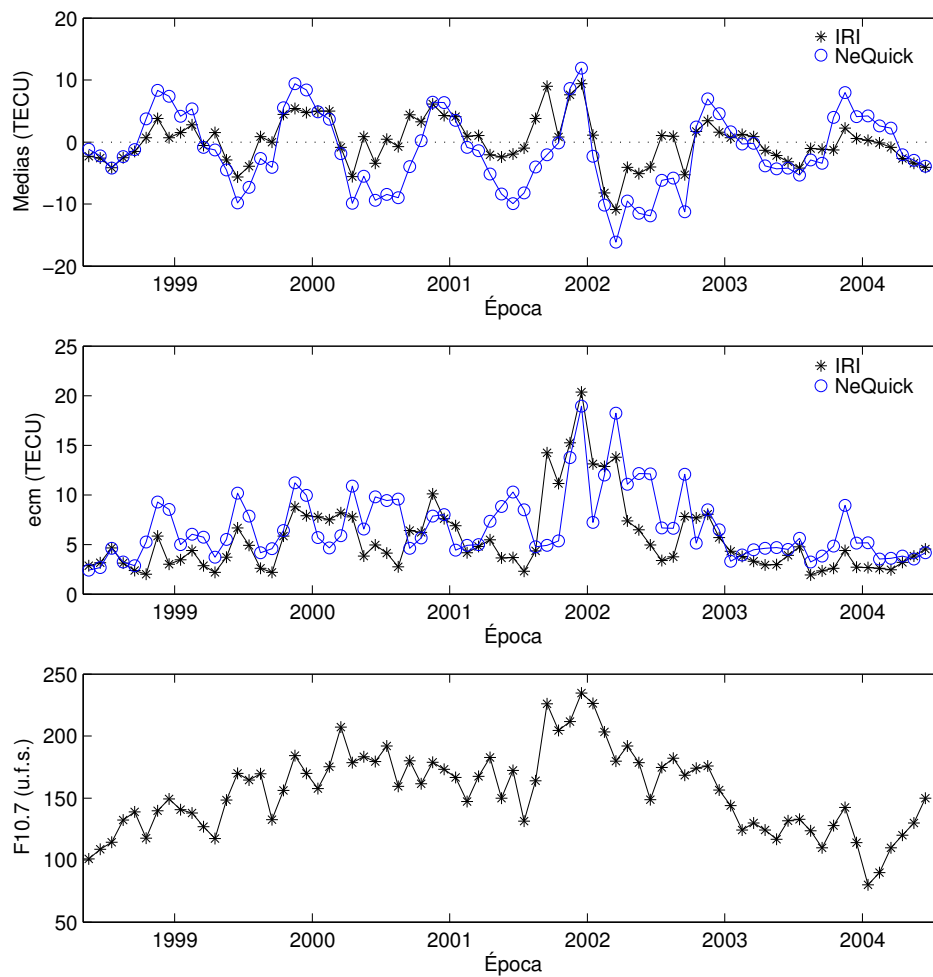


Figura 2.6: Evolución temporal de las diferencias medias (arriba), error cuadrático medio (centro) para ambos modelos incluyendo todas las horas y puntos en la malla Europea. En el gráfico inferior se muestra el flujo solar medio mensual en unidades de flujo solar (u.f.s.)

incluye un gráfico con los valores mensuales medios del flujo solar en la banda de $10,7\text{cm}$ (en unidades de flujo solar) que se han utilizado como entrada para los modelos. Se puede observar que los mayores errores se obtienen para aquellas épocas de gran actividad solar, principalmente finales de 2001 y principios de 2002. Este error es inferior para años de menor actividad, como los años 1998, 2003 y 2004.

Al analizar la evolución temporal de las diferencias medias se observa que el NeQuick presenta una clara variación anual con diferencias positivas para los meses invernales y negativos para los veranos. Esta estacionalidad se refleja en los valores del error cuadrático medio que suelen ser mayores para los meses de verano e invierno, al separarse los valores de VTEC del modelo NeQuick de los correspondientes del CODE. Este comportamiento anual no se manifiesta de manera tan clara para el modelo IRI. Prueba de ello se presenta en la figura 2.7 en la que se muestran los histogramas correspondientes a las diferencias de VTEC entre las salidas de cada modelo y los mapas elaborados por el CODE para los

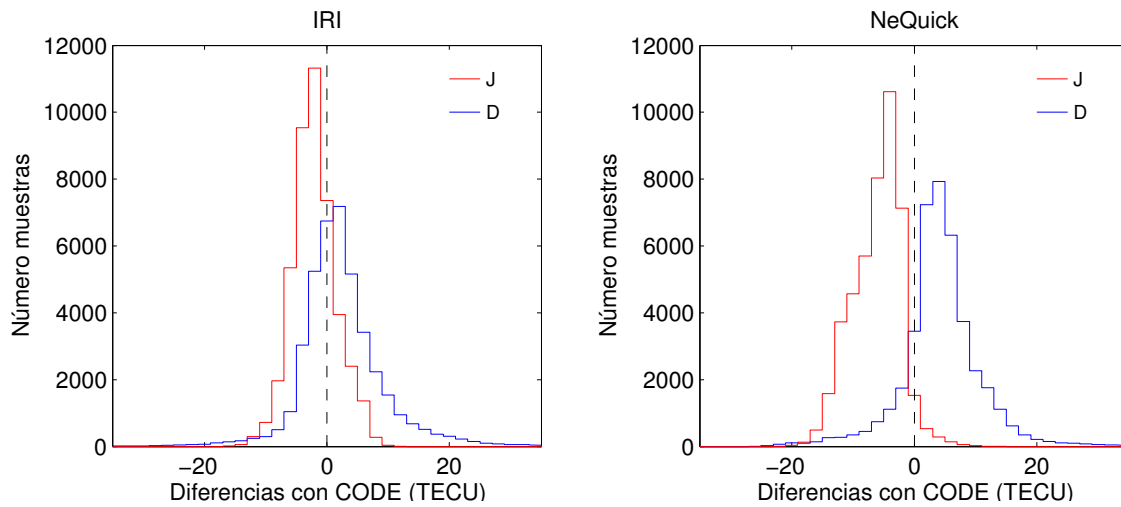


Figura 2.7: Histogramas de las diferencias entre las salidas de cada modelo (IRI izquierda, NeQuick derecha) y los mapas del CODE para los meses invernales (D: noviembre a febrero) y veraniegos (J: mayo a agosto), incluyendo todos los años, horas y puntos de la malla

meses de invierno (marcados como D, que incluyen noviembre, diciembre, enero y febrero) y de verano (marcados como J, que incluyen mayo, junio, julio y agosto). En ella se puede apreciar claramente cómo el NeQuick tiende a sobrestimar los valores de VTEC del CODE en invierno e infraestimarlos en verano, desplazando el centro de los histogramas unos 4 TECU en ambos casos.

2.4. Incorporación de datos GPS en modelos ionosféricos clásicos

El aumento del número de observaciones ionosféricas disponibles en estos últimos años, sobre todo las debidas al desarrollo de la tecnología basada en el sistema GPS, ha propiciado la aparición de esquemas de asimilación de estos nuevos datos en modelos ya consolidados e incluso la aparición de modelos nuevos que incorporen estos datos, como el Modelo Ionosférico de Asimilación Global (GAIM) (Hajj *et al.*, 2004). El GAIM emplea un modelo físico de la ionosfera como base para la inclusión de datos ionosféricos de diversas fuentes, entre ellas las medidas basadas en observaciones GPS.

Los modelos clásicos no incluyen datos provenientes de medidas GPS, lo que se ha intentado paliar en la última década por medio de la incorporación de estas medidas en los modelos clásicos. Entre otros trabajos, se pueden citar los de Komjathy y Langley (1996b) que, tras obtener un mapa regional de VTEC en Europa con ayuda del modelo de la Universidad de New Brunswick (UNB) (Komjathy y Langley, 1996a), lo emplean para actualizar el modelo IRI. Para ello utilizan un esquema basado en un factor de escala dependiente de la localización espacial y temporal para el índice IG_{12} , una de las posibles entradas de actividad solar en el modelo. Este factor de escala depende de la latitud, longitud y tiempo y se obtiene buscando diferencias entre VTEC del IRI y el UNB menor que $0,5TECU$. Con este esquema obtienen mejoras medias del 32,5% y encuentran que

presenta problemas para aquellas regiones con carencia de estaciones GPS (Komjathy *et al.*, 1998).

Hernández-Pajares *et al.*, (2002) presentan otro esquema de integración de medidas GPS en el modelo IRI basado en ajustar localmente el número de manchas solares a partir de datos de contenido electrónico oblicuo (STEC).

El IRI no es el único modelo empleado como base en la que incorporar nuevos datos GPS. Ruffini *et al.*, (1999) emplean el contenido electrónico oblicuo (STEC) para, ajustando los parámetros de flujo solar e índice k_p , reducir las diferencias cuadráticas medias entre las salidas del PIM y las correspondientes del modelo tomográfico de la Universidad Politécnica de Cataluña (Hernández-Pajares *et al.*, 1999).

En todos estos casos, se emplean los datos provenientes de observaciones GPS para, ajustando uno o varios de los parámetros de control del modelo empírico, rebajar las diferencias entre las salidas del modelo y las observaciones GPS. Los principales parámetros de control en los modelos son los de actividad solar, ya sea mediante el número de manchas solares, el flujo solar en la banda de radio o el índice IG_{12} .

En la sección 2.3 se han comparado dos modelos empíricos de la climatología ionosférica, empleando, en ambos casos el flujo solar como índice solar de entrada y como patrón las medias horarias mensuales de los mapas de VTEC elaborados por el CODE. Estos mismos mapas se podrían emplear para ajustar el parámetro de flujo solar en cada modelo con objeto de reducir las diferencias en las salidas de VTEC con respecto a los mapas del CODE.

A continuación se proponen y prueban cuatro esquemas de incorporación de datos GPS en los modelos IRI y NeQuick basados en el ajuste del parámetro de flujo solar. Todos ellos ajustan este parámetro para hacer mínimo el error cuadrático medio en uno o varios puntos de la malla. Por los motivos mencionados en la sección 2.3, se ha desarrollado el análisis para la región europea de 30° a 60° en latitud norte y -10° a 40° en longitud este, empleando las medias mensuales horarias desde abril 1998 hasta junio 2004 de los valores de VTEC del CODE en una malla de $2,5^\circ$ en latitud y 5° en longitud y bajo condiciones geomagnéticamente tranquilas.

Esquemas de asimilación propuestos

Los cuatro esquemas de asimilación que se proponen son (véase figura 2.8):

A. Ajuste en un punto.

Para cada mes bajo análisis, se calcula con cada modelo el VTEC en los 12 intervalos horarios para el punto central de la malla variando el flujo solar desde un valor de $50u.f.s$ a $350u.f.s$. con un paso de $10u.f.s$. Se elige como valor ajustado aquel flujo que haga mínimo el error cuadrático medio de los doce intervalos horarios en ese punto, calculado con la expresión 2.13. Este flujo ajustado en el punto central se emplea como entrada para toda la malla.

B. Ajuste latitudinal.

Se escogen tres puntos de la malla (puntos de ajuste) centrados en longitud ($15^\circ E$) y equiespaciados en latitud ($30^\circ N$, $45^\circ N$ y $60^\circ N$) y se realiza el ajuste en cada uno de ellos. El flujo ajustado para cada punto de la malla se calcula como interpolación lineal entre los dos puntos de ajuste más próximos.

C. Ajuste longitudinal.

Se escogen tres puntos de la malla (puntos de ajuste) centrados en latitud ($30^\circ N$) y

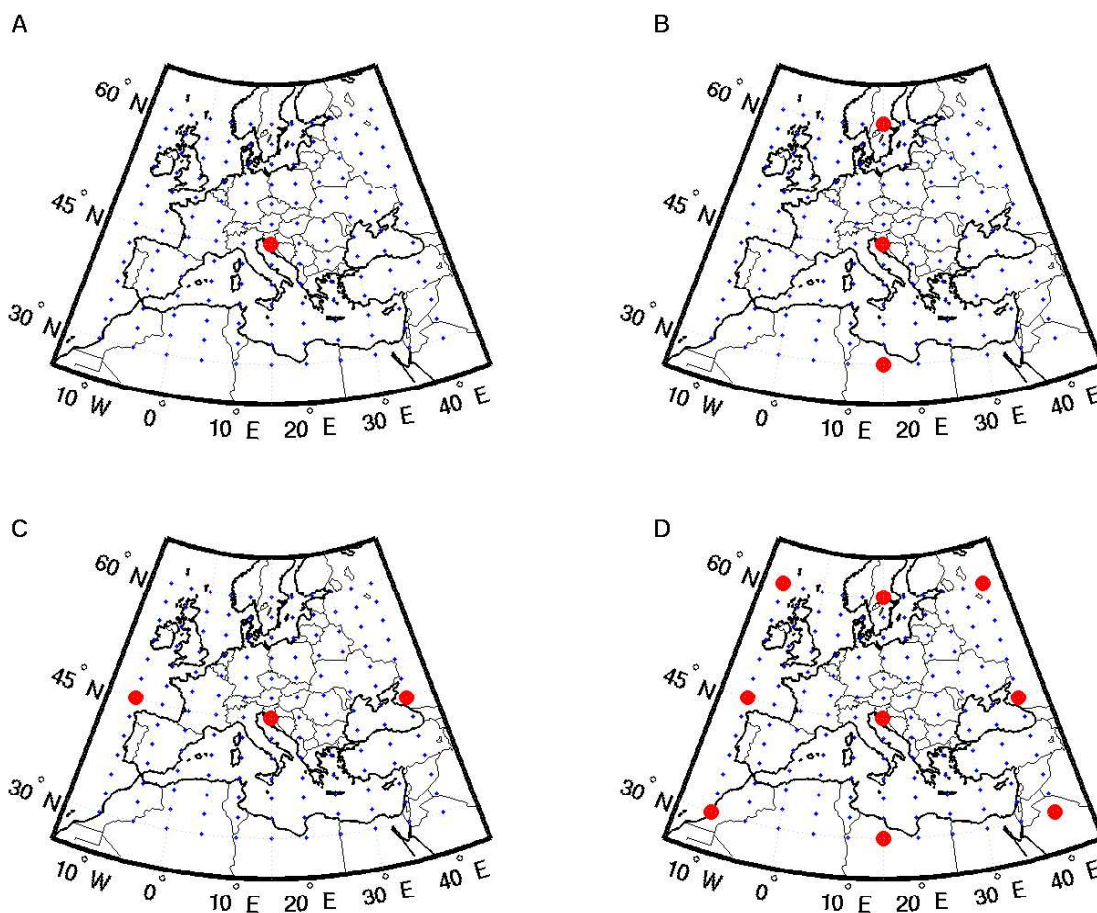


Figura 2.8: Esquemas de incorporación de observaciones GPS propuestos: A, basado en un sólo punto; B, dependencia latitudinal; C, dependencia longitudinal y D, dependencia latitudinal y longitudinal conjunta. En los cuatro gráficos se muestra la malla de puntos empleada en el análisis y superpuestos en círculos mayores los puntos de ajuste necesarios para cada esquema

equiespaciados en longitud ($-10^{\circ}E$, $15^{\circ}E$ y $40^{\circ}E$) y se realiza el ajuste en cada uno de ellos. El flujo ajustado para cada punto de la malla se calcula como interpolación lineal entre los dos puntos de ajuste más próximos.

D. Ajuste latitudinal y longitudinal.

Se escogen nueve puntos de la malla (puntos de ajuste), las intersecciones entre las latitudes de $30^{\circ}N$, $45^{\circ}N$ y $60^{\circ}N$ y las longitudes de $-10^{\circ}E$, $15^{\circ}E$ y $40^{\circ}E$, y se realiza el ajuste en cada uno de ellos. El flujo ajustado para cada punto de la malla se calcula como interpolación bilineal entre los cuatro puntos de ajuste más próximos.

Resultados de la asimilación

En las tablas 2.3 y 2.4 se resumen los resultados globales de aplicar cada uno de los cuatro esquemas de asimilación de datos al modelo NeQuick e IRI, respectivamente. Se incluye en ellas, como en la tabla 2.2, las diferencias medias entre las salidas del modelo

bajo cada esquema y los mapas mensuales medios del CODE y el error cuadrático medio, calculados a partir de las expresiones 2.12 y 2.13, incluyendo todas las horas, sólo la más cercana a la medianoche y sólo la más cercana al mediodía. También se añade la mejora global que incorpora cada modelo calculada como:

$$Mejora(\%) = 100 \frac{ecm_o - ecm_{esquema}}{ecm_o} \quad (2.14)$$

donde ecm_o hace referencia al error cuadrático medio total original, sin aplicar ningún esquema (tabulado en la tabla 2.2) y $ecm_{esquema}$ el error cuadrático medio al aplicar cada esquema.

Esquema		Todas las horas	Medianoche	Mediodía	Mejoras
A	Media	1.0	2.1	0.9	31 %
	ecm	5.2	4.1	6.2	
B	Media	-0.6	0.9	-1.5	47 %
	ecm	4.0	3.2	4.5	
C	Media	0.9	2.0	0.8	33 %
	ecm	5.0	3.9	5.9	
D	Media	-0.2	1.2	-0.8	51 %
	ecm	3.7	3.2	3.8	

Tabla 2.3: Diferencias medias y errores cuadráticos medios globales (en TECU) para todas las horas, sólo medianoche y sólo mediodía para el modelo NeQuick bajo los cuatro esquemas de asimilación. Se incluye la mejora global conseguida con cada esquema

De estas tablas se puede deducir que, globalmente, cualquiera de los esquemas aplicados funciona en los dos modelos con mejoras que varían entre un 20 % y un 60 %, dependiendo del esquema y el modelo. Las mayores mejoras en ambos casos se obtienen con el esquema de dependencia latitud-longitud (esquema D). Es de destacar que el esquema longitudinal (C) no aporta demasiadas mejoras con respecto al esquema de un sólo punto central (A), lo que hace pensar que las diferencias con el CODE en ambos modelos tienen poca dependencia longitudinal en comparación con la latitudinal. De una manera similar, un cambio en el esquema latitudinal (B) para incorporar una dependencia longitudinal (esquema D), no aporta grandes mejoras y necesita el triple de puntos de ajuste, además de una función del flujo solar bilineal. Por ello, desde un punto de vista esfuerzo-mejora, se podría considerar el esquema B como el óptimo.

En cuanto a las diferencias medias, la aplicación de cualquiera de los esquemas sobre el modelo NeQuick mejora la diferencia media global, reduce la correspondiente al mediodía pero aumenta la cercana a la medianoche, estimando siempre de más este contenido nocturno. En el modelo IRI, estas diferencias se mantienen pequeñas (inferiores a 1 TECU) bajo todos los esquemas.

Es interesante analizar cómo se comportan estos esquemas a lo largo de las distintas épocas del año para ver si existen variaciones estacionales importantes o, por el contrario, estos esquemas eliminan la estacionalidad que se encontraba en el modelo NeQuick. En las figuras 2.9 y 2.10 se presenta la evolución temporal de las diferencias medias y el error cuadrático medio de los modelos NeQuick e IRI bajo los esquemas de asimilación frente al comportamiento original (línea continua). Por claridad, tan sólo se muestran dos de los esquemas, el basado en un solo punto central (esquema A) y el latitudinal

Esquema		Todas las horas	Medianoche	Mediodía	Mejoras
A	Media	0.3	0.2	0.6	20 %
	ecm	5.2	3.5	7.5	
B	Media	-0.1	0.1	-0.3	51 %
	ecm	3.2	3.0	3.4	
C	Media	0.2	0.1	0.3	25 %
	ecm	4.9	3.0	6.9	
D	Media	-0.2	0.0	-0.4	60 %
	ecm	2.6	2.3	2.4	

Tabla 2.4: Diferencias medias y errores cuadráticos medios globales (en TECU) para todas las horas, sólo medianoche y sólo mediodía para el modelo IRI bajo los cuatro esquemas de asimilación. Se incluye la mejora global conseguida con cada esquema

(esquema B), ya que, como se vio en los resultados globales, la dependencia longitudinal es mucho menor. En estas gráficas se puede comprobar cómo ambos esquemas reducen drásticamente las variaciones estacionales de la media, sobre todo en el caso del IRI en el que las gráficas quedan muy suavizadas tras la asimilación. El error cuadrático medio también se ve reducido, especialmente en el caso de emplear el esquema latitudinal. Aún con la mejora, se pueden apreciar mayores errores en las épocas de gran actividad solar.

Por último, se muestra en la figura 2.11 los histogramas de las diferencias de VTEC de cada modelo bajo el esquema de asimilación latitudinal (B) y los mapas medios mensuales del CODE para los meses de invierno y verano. En ella, y comparando con la correspondiente a los modelos originales (figura 2.7), se puede apreciar que el efecto de la asimilación es doble, por un lado, centra los histogramas, eliminando la tendencia que mostraban previamente y, por otro, reduce su anchura, lo que se muestra más claramente en el caso del IRI.

Como conclusión, y a modo de resumen, se puede decir que de los cuatro esquemas de asimilación de datos GPS en los modelos clásicos IRI y NeQuick presentados, que se basan en el ajuste espacial y temporal del parámetro de flujo solar que controla la actividad solar en los modelos, los mejores resultados se obtienen al emplear esquemas basados en una dependencia latitudinal de este flujo solar, y que las mejoras globales con este esquema sencillo están próximas al 50 % en ambos modelos.

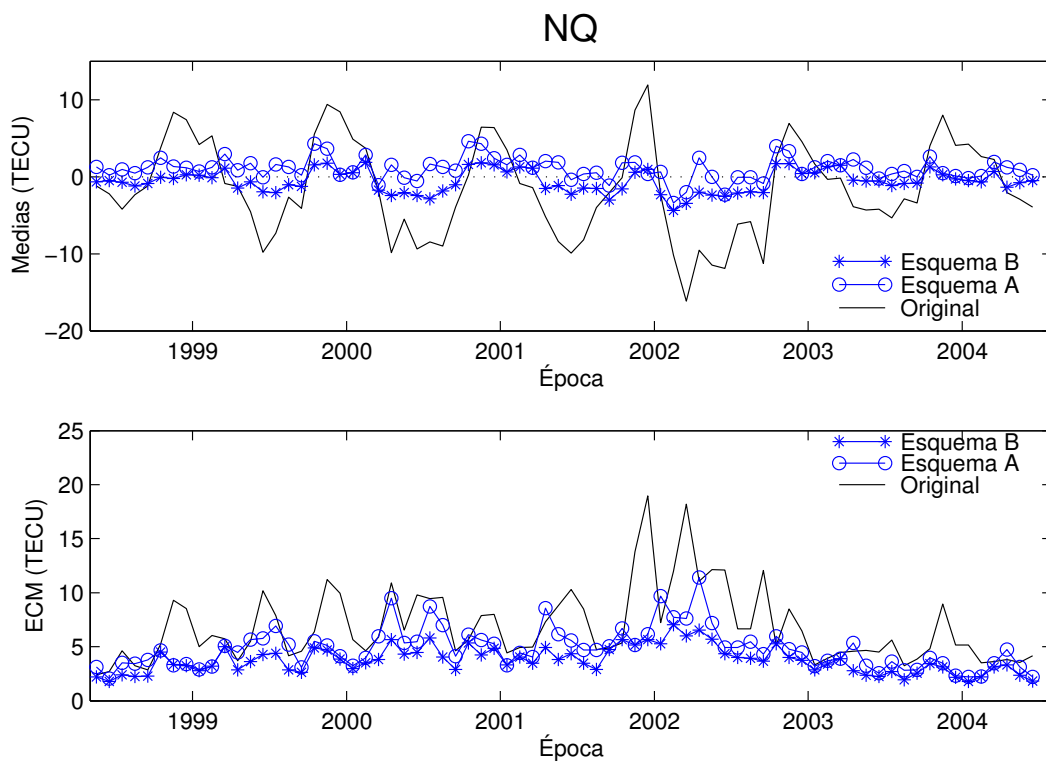


Figura 2.9: Evolución temporal de las diferencias medias (arriba) y error cuadrático medio (abajo) para el NeQuick incluyendo todas las horas y puntos en la malla Europea bajo el esquema de asimilación A, basado en un punto (círculos) y el esquema B, de dependencia latitudinal (asteriscos). Para comparación se incluye la evolución de las salidas del modelo original (línea continua)

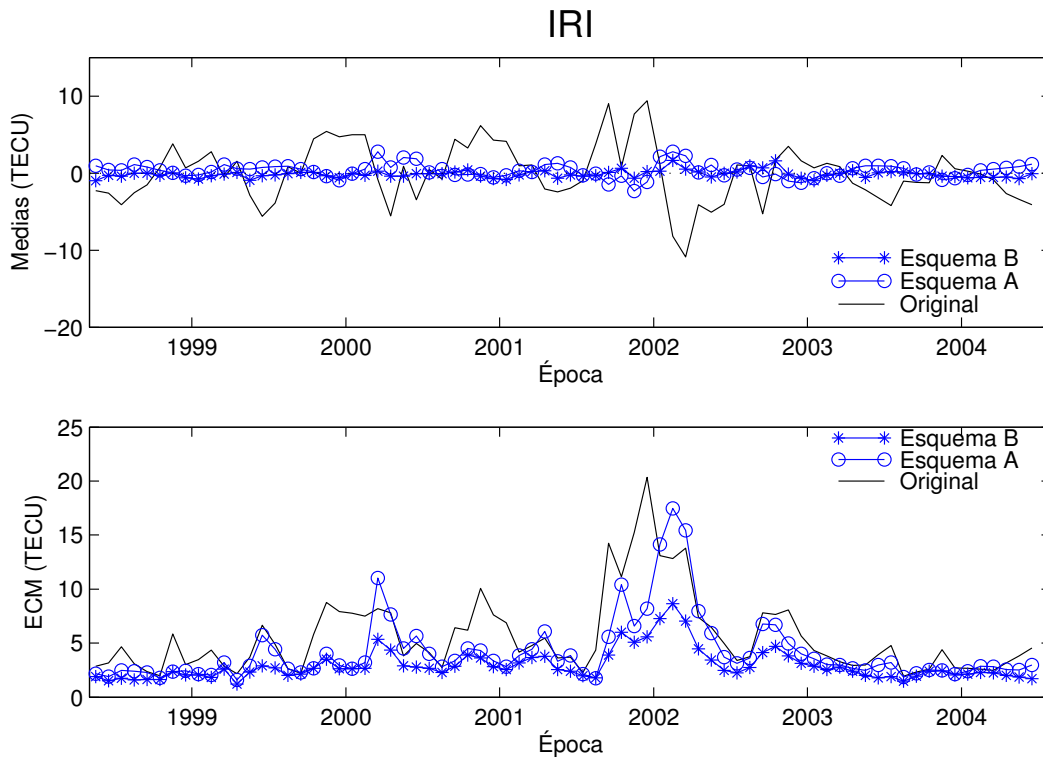


Figura 2.10: Evolución temporal de las diferencias medias (arriba) y error cuadrático medio (abajo) para el IRI incluyendo todas las horas y puntos en la malla Europea bajo el esquema de asimilación A (círculos) y B (asteriscos). Para comparación se incluye la evolución de las salidas del modelo original (línea continua)

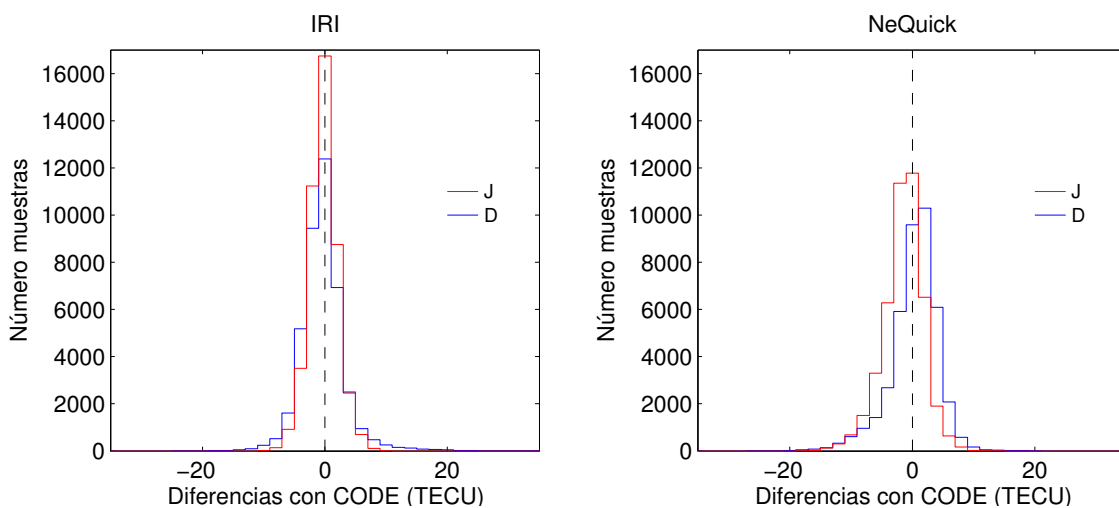


Figura 2.11: Histogramas de las diferencias entre las salidas de cada modelo (IRI izquierda, NeQuick derecha) bajo el esquema de asimilación latitudinal (B) y los mapas del CODE para los meses invernales (D: noviembre a febrero) y veraniegos (J: mayo a agosto), incluyendo todos los años, horas y puntos de la malla

Capítulo 3

Generación de observaciones GPS artificiales

En este capítulo se analiza en detalle cómo generar archivos de observaciones artificiales en formato RINEX utilizando como parámetros de entrada, entre otros, la localización del observador y las posiciones de los satélites. Así mismo, se prueban las observaciones de código y fase generadas con un software de procesamiento para posicionamiento puntual y otro para diferencial, encontrándose errores en la recuperación de la posición inferiores a 2 *dm* en el primero y del orden de pocos *mm* en el segundo.

Este programa de generación de observaciones constituye una herramienta crucial en varias de las aplicaciones que se muestran más adelante en la Tesis, tanto aplicadas al estudio del error ionosférico en el cálculo de la posición absoluta y diferencial, como en el desarrollo de algoritmos de corrección de errores en la posición. Es por ello por lo que se dedica un capítulo completo a la descripción y evaluación de esta herramienta.

3.1. Introducción

Desde sus inicios, se ha invertido gran esfuerzo en determinar las fuentes de error que pueden afectar al sistema GPS. El tratamiento habitual consiste en estudiar los efectos de estas fuentes sobre la determinación de la distancia satélite-receptor. Sin embargo, dada la complejidad y gran variedad de aplicaciones del sistema, no es tan sencillo estudiar estos efectos sobre los productos finales.

En este capítulo se propone una herramienta que permite llevar a cabo estos estudios: al generar observaciones artificiales, en las que se controlan las fuentes de error, se puede estudiar el efecto de un error en particular sobre diversas aplicaciones del GPS. Esta herramienta está principalmente orientada a la evaluación de los efectos de distintas fuentes de error sobre el posicionamiento, ya sea puntual o diferencial. La clave para ello está en la generación de un archivo RINEX (Gurtner, 2002) de observación artificial que, al procesar con un software de posicionamiento, nos permitirá evaluar la influencia de un error controlado sobre la determinación de la posición, ya que conocemos la posición del observador. Este esquema se puede aplicar al estudio del efecto de múltiples errores, como por ejemplo una mala determinación de las órbitas de los satélites o del error de su reloj, el efecto de la ionosfera o de la troposfera, la presencia de obstáculos en la zona de observación, el efecto del camino múltiple, o el efecto de la pérdida de la señal en la resolución de las ambigüedades. Otra de las aplicaciones que tiene este generador de observaciones

artificiales es la posibilidad de evaluar estrategias para campañas de observaciones previas a su realización. Sin embargo, el espectro de aplicaciones del generador desarrollado en este capítulo no se reduce sólo al estudio de los errores en la posición, pudiéndose emplear como herramienta para mitigarlos, como se muestra en esta Tesis.

El presente capítulo está principalmente dedicado a explicar los fundamentos en los que se basa el generador de observaciones artificiales, así como los algoritmos que emplea. En la sección 3.9 se evalúa el grado de exactitud con la que el programa simula las observaciones mediante el uso de software de posicionamiento. En el capítulo 4 se emplean parte de los algoritmos para evaluar el error ionosférico en la determinación de la posición absoluta, así como en el desarrollo de un corrector GPS diferencial y de un algoritmo de corrección sobre las coordenadas del capítulo 5. En la sección 6.1 se aplica el generador al estudio de la influencia del error ionosférico sobre el posicionamiento diferencial con un receptor de una sola frecuencia.

3.2. Observables básicos del sistema GPS

Como se vio en el capítulo 1, el sistema GPS mide básicamente diferencias de tiempos. Estas medidas se realizan de dos maneras, empleando el código modulado en la señal o midiendo las diferencias de fase. Las medidas realizadas con el código se conocen como pseudo rango (P_i^k) y no son más que la diferencia entre el tiempo de recepción de la señal en el receptor t_i y el de emisión en el satélite t^k , escalados por la velocidad de la luz en el vacío, c^1 (Teunissen y Kleusberg, 1998b), donde el subíndice i hace referencia al receptor y el superíndice k al satélite:

$$P_i^k = c[t_i - t^k] \quad (3.1)$$

La señal GPS se emite en dos frecuencias y sobre cada una de ellas se modula un código (C/A sobre L1 y el código P sobre ambas). En total, tenemos tres tipos de observables de pseudo rango: C1, P1 y P2.

Con la fase de la portadora se mide la diferencia entre la fase que genera nuestro receptor en el momento de la recepción de la señal ($\phi_i(t_i)$) y la fase generada por el satélite en el momento de la transmisión ($\phi^k(t^k)$). Para relacionar esta diferencia de fases con el camino recorrido por la señal, hemos de añadir un número entero de longitudes de onda (ambigüedad de fase: N_i^k), ya que cada ciclo de onda es igual al siguiente, lo que impide conocer el número exacto de ciclos completos entre satélite y receptor. Finalmente, el observable de la fase de la portadora viene dado por:

$$\begin{aligned} \phi_i^k &= \phi_i(t_i) - \phi^k(t^k) + N_i^k \\ &= [f_0 t_i + \phi_i(t_0)] - [f_0 t^k + \phi^k(t_0)] + N_i^k \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde f_0 es la frecuencia de la señal, $\phi_i(t_0)$ y $\phi^k(t_0)$ son las fases iniciales en el receptor y el satélite, respectivamente (Teunissen y Kleusberg, 1998b), que, aunque no tienen por qué coincidir, al generar artificialmente las observaciones podemos suponer iguales, por lo que, de manera un poco más simplificada, este observable se podrá escribir como:

$$\phi_i^k = f_0[t_i - t^k] + N_i^k \quad (3.3)$$

Dado que tenemos dos frecuencias, podremos medir la fase en cualquiera de las dos: L1 y L2. Este tipo de observable se mide en ciclos de la portadora.

¹ $c = 299792458 \text{ m s}^{-1}$

3.3. Distancia geométrica satélite-receptor

En primera aproximación y para un sistema de referencia inercial, si suponemos que los relojes de satélite y receptor están sincronizados sin error y asumiendo que el medio que atraviesan las señales es el vacío, podríamos expresar el término $t_i - t^k$ como el tiempo que tarda la señal en ir desde el emisor al receptor, lo que llamaremos retardo de la señal (τ_i^k) que, a su vez, podríamos medir como la distancia geométrica (ρ_i^k) que separa la posición del satélite en el momento de la emisión ($\vec{r}^k(t^k)$) y la del receptor en el momento de la recepción ($\vec{r}_i(t_i)$) dividida por la velocidad de la luz en el vacío:

$$t_i - t^k = \tau_i^k = \frac{\rho_i^k}{c} = \frac{\|\vec{r}_i(t_i) - \vec{r}^k(t^k)\|}{c} \quad (3.4)$$

De modo que comenzaremos por calcular esta distancia. La posición del receptor nos es conocida ($\vec{r}_i(t_i)$), por lo que resta conocer la del satélite. Para ello tenemos básicamente dos posibilidades: utilizar las efemérides que se transmiten moduladas en la propia señal de los satélites como mensaje de navegación o emplear alguno de los cálculos de efemérides más precisos, disponibles con posterioridad y estimados tomando datos de varios días para ajustar mejor los parámetros orbitales de los satélites. En cualquiera de los dos casos, en primera aproximación, podemos tomar como tiempo de emisión de la señal el tiempo de recepción, de manera que:

$$\rho_i^{(1)k} = \|\vec{r}_i - \vec{r}^k(t_i)\| \quad (3.5)$$

Sin embargo, la señal que recibimos en el momento t_i fue enviada por el satélite un tiempo τ_i^k antes, que es el tiempo que ha tardado la señal en viajar desde el satélite al receptor. De modo que hemos de corregir esta primera estimación de la distancia mediante el tiempo de viaje de la señal:

$$\rho_i^{(2)k} = \|\vec{r}_i - \vec{r}^k(t_i - \tau_i^{(1)k})\| \quad (3.6)$$

$$\text{con } \tau_i^{(1)k} = \frac{\rho_i^{(1)k}}{c} \quad (3.7)$$

La solución para la distancia geométrica que separa satélite y receptor se obtiene mediante iteración hasta convergencia de:

$$\begin{aligned} \rho_i^{(l+1)k} &= \|\vec{r}_i - \vec{r}^k(t_i - \tau_i^{(l)k})\| \\ \tau_i^{(l)k} &= \frac{\rho_i^{(l)k}}{c} \end{aligned} \quad \text{con } l = 1, 2, 3, \dots \quad (3.8)$$

En el generador de observaciones GPS que se presenta en este capítulo se ha empleado un umbral de $10^{-6}m$ para la diferencia entre la distancia de un paso y el siguiente. Una vez calculada la distancia geométrica, se pueden reescribir las ecuaciones de los observables 3.1 y 3.3 para el generador como:

$$P_i^k = c\tau_i^k = \rho_i^k \quad (3.9)$$

$$\phi_i^k = f_0\tau_i^k + N_i^k = \frac{f_0\rho_i^k}{c} + N_i^k \quad (3.10)$$

3.3.1. Efemérides transmitidas

Junto con la modulación pseudoaleatoria impuesta sobre las señales del sistema GPS, se codifica el mensaje de navegación. En él están contenidos datos sobre las efemérides del satélite que está transmitiendo, parámetros con menor precisión de las órbitas del resto de los satélites (almanaque), información acerca del estado del satélite y los parámetros del modelo ionosférico usado por el GPS (Klobuchard, 1987).

El mensaje de navegación se transmite a 50 bits/segundo y consta de 25 fragmentos de 1500 bits cada uno, lo que implica un total de 12.5 minutos para la transmisión del mensaje completo. A su vez, cada fragmento está subdividido en 5 partes de 300 bits de longitud cada una, y en todos los fragmentos los 3 primeros subfragmentos son iguales, salvo por la actualización de estos datos (cada dos horas normalmente). Son los que codifican las efemérides del satélite que está transmitiendo la señal, de manera que éstas se repiten cada 30 segundos y permiten calcular la posición del satélite con rapidez. Para más información acerca del mensaje de navegación, se pueden consultar textos como Grewal *et al.* (2001).

Para facilitar el intercambio de información sobre las efemérides transmitidas, se emplea el formato estándar RINEX de navegación (Gurtner, 2002). En él se han de especificar los parámetros de la órbita del satélite referidos al sistema Sistema Geodético Global 1984 (WGS84) (NIMA, 2000).

Estos parámetros están basados en las observaciones de pseudo rango recopiladas por cinco estaciones de seguimiento pertenecientes al segmento de control del GPS, con las que se predicen las órbitas de los satélites. El proceso de obtención de la posición del satélite $\vec{r}^k(t)$ en el sistema geocéntrico WGS 84 a partir de los elementos de la órbita se detalla en el apéndice A.

3.3.2. Efemérides precisas

El IGS proporciona ya desde 1994 las órbitas de los satélites GPS con muy buena precisión, ya que no son extrapolaciones como las transmitidas y pueden basarse en más tiempo de datos. Para este servicio cuenta con la colaboración de siete Centros de Análisis del IGS, tres son europeos (CODE, ESA² y Centro de Investigación Nacional de Geociencia (GFZ)), otros tres son estadounidenses (JPL, Centro de Seguimiento Geodético Nacional (NGS) e Instituto de Oceanografía de Scripps (SIO)) y uno canadiense (División de Seguimiento Geodético del NRCan (GSD/NRCan), anteriormente Energía, Minas y Recursos (EMR)). Las órbitas finales que proporciona el IGS son un suavizado de las calculadas por cada uno de los anteriores Centros de Análisis, que presentan errores inferiores al decímetro (Beutler *et al.*, 1998), y están a disposición del público en general a partir de entre 10 y 12 días más tarde del día al que se refieren. Estas órbitas, a diferencia de las transmitidas, se basan principalmente en observaciones sobre la fase de la portadora. Así mismo, desde 1996 el IGS también proporciona órbitas con tan sólo un día de retraso (Rapid Orbits), que no alcanzan la misma calidad que las finales, debido principalmente a problemas con la disponibilidad de los datos. Por último, también se puede acceder a las órbitas ultrarrápidas, que se publican cada seis horas.

Estos tres tipos de órbitas precisas están disponibles en Internet³ bajo un mismo formato estándar, conocido como SP3 (Spofford y Remondi, 1999). En él se especifican las posiciones de los satélites GPS cada 15 minutos en coordenadas geocéntricas del sistema

²European Space Agency

³http://igsch/jpl.nasa.gov/components/prods_cb.html

del Marco Terrestre de Referencia del Servicio Internacional de Rotación Terrestre (ITRF). Hay varias realizaciones de este sistema, por lo que se suele hablar de ITRF seguido de dos dígitos que especifican el año de la realización, pero la diferencia entre unas y otras es muy pequeña, inferior usualmente al centímetro. También se incluyen los errores en los relojes de los satélites. De esta manera, dada la posición de nuestra estación receptora \vec{r}_i en este sistema, tan sólo habremos de interpolar las posiciones de los satélites para cada uno de los pasos de la iteración (véase ecuaciones 3.5 a 3.8).

3.3.3. Interpolación de las órbitas

Una vez que hemos elegido el tipo de órbita a emplear, debemos calcular la posición del satélite para un tiempo t que no tiene por qué coincidir con el tiempo al que están referidas las efemérides. En el caso de las órbitas transmitidas, y como se explica en el apéndice A, es posible obtener la posición de cada satélite en un tiempo t mediante el empleo de los elementos orbitales del RINEX de navegación. Sin embargo, en el caso de las efemérides precisas, contamos con las posiciones de los satélites en el sistema geocéntrico cada 15 minutos, de manera que debemos interpolar entre estas posiciones para obtener las coordenadas del satélite para un tiempo intermedio.

Una aproximación posible es emplear (Beutler *et al.*, 1996) un método que tenga en cuenta un modelo físico para las órbitas (parámetros orbitales y elementos osculantes). Sin embargo, esta aproximación lleva mucho tiempo computacional además de ser de implementación compleja.

En un primer momento se utilizó una interpolación mediante splines cúbicos que son computacionalmente muy eficaces, ya que sólo se necesita calcular una serie de coeficientes para cada día de análisis y permiten obtener las velocidades de los satélites a partir de ellos sin mucho esfuerzo. No obstante, este método resulta no ser lo suficientemente preciso (Neta *et al.*, 1996) por lo que se optó por usar una interpolación mediante un polinomio de Lagrange. Se trata del método clásico que se suele emplear para cada coordenada por separado con un orden entre 8 y 11 y que da buenos resultados. En este generador de observaciones artificiales se ha utilizado un polinomio con grado 9. Se ha preferido el uso de este método frente a otro trigonométrico (que obtiene ventaja de la periodicidad de las órbitas) porque este último no añade una gran mejora (siempre que no extrapolemos los resultados (Schenewerk, 2003)) y conlleva mayor tiempo de computación.

Dadas las coordenadas x_i referidas a uno de los ejes X_k ($k = 1, 2, 3$) del sistema de referencia y correspondientes a los tiempos t_i , con $i = 1, \dots, N$, el resultado de la interpolación mediante un polinomio de Lagrange de orden $N - 1$ para el tiempo t viene dada por:

$$x(t) = \sum_{i=1}^N p_i = \sum_{i=1}^N \frac{\prod_{j=1 \neq i}^N (t - t_j)}{\prod_{j=1 \neq i}^N (t_i - t_j)} x_i \quad (3.11)$$

Aunque es más recomendable (Press *et al.*, 1996) utilizar el algoritmo de Neville para implementar la interpolación mediante el polinomio de Lagrange de grado N , se ha optado por la expresión 3.11 ya que nos permite calcular fácilmente la velocidad (que necesitaremos para calcular la corrección debida al término relativista), ya que al derivar la expresión, se tiene que:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \dot{p}_i = \sum_{i=1}^N \frac{\sum_{j=1 \neq i}^N \left(\prod_{k=1 \neq j \neq i}^N (t - t_k) \right)}{\prod_{j=1 \neq i}^N (t_i - t_j)} x_i \quad (3.12)$$

y se puede emplear una misma parte del algoritmo para obtener ambos términos, ahorrando esfuerzos computacionales.

Para conseguir una buena precisión, se recomienda (Neta *et al.*, 1996) emplear esta interpolación sólo para los tiempos intermedios dentro del intervalo, esto es, que $t_5 < t < t_6$, para lo que se utiliza una interpolación móvil que busca para cada tiempo t a interpolar los 5 tiempos anteriores y posteriores y aplica el algoritmo 3.11. Para evitar cualquier extrapolación, el generador de observaciones GPS artificiales hace uso de las efemérides precisas de los días anterior y posterior, además de las del propio día bajo análisis.

3.3.4. Efecto de la rotación de la Tierra: efecto Sagnac

La ecuación 3.4 que liga el retardo de la señal con la distancia entre receptor y emisor sólo es válida en un sistema de referencia inercial. Sin embargo, tanto los ITRF como WGS 84 son realizaciones de un sistema de referencia no inercial centrado en el centro de masas de la Tierra y que gira solidariamente con ella, (Sistema de Referencia Centrado en la Tierra y Fijo a ella (ECEF)). El principio de la constancia de la velocidad de la luz no se puede aplicar a sistemas de referencia que rotan, ya que en ellos la luz no sigue líneas rectas sino espirales (Ashby, 2002). Para corregir este efecto, conocido como efecto Sagnac, hay que añadir un término de corrección Sagnac (δt_S) en el cálculo de la diferencia de tiempos entre la emisión y la recepción (expresión 3.4):

$$\delta t_S = \frac{2\vec{\Omega}_T \vec{A}}{c^2} \quad (3.13)$$

donde $\vec{\Omega}_T$ es el vector velocidad angular de rotación de la Tierra y \vec{A} es el área barrida por el vector con origen en el centro de la Tierra y final en la señal luminosa que viaja desde el satélite al receptor. Sólo contribuirá a este efecto el área proyectada en el plano ecuatorial de la Tierra (Ashby y Spilker, 1996).

La adición de este término es equivalente a tener en cuenta que durante el tiempo de propagación de la señal τ_i^k el sistema de referencia ha girado, de manera que aunque el receptor en reposo sobre la superficie de la Tierra mantiene sus coordenadas constantes referidas a este sistema, las del satélite en el tiempo de emisión ($t_i - \tau_i^k$) varían. Este hecho se ilustra en la figura 3.1.

Hay que corregir la distancia satélite - receptor que se calcula a través de la iteración del sistema 3.8, ya que con esa expresión estamos calculando la distancia que había entre ambos en el momento de la emisión de la señal ($\rho_i^k|_{t_i - \tau_i^k} = \vec{r}_i^k|_{t_i - \tau_i^k} - \vec{r}^k(t_i - \tau_i^k)|_{t_i - \tau_i^k}$) y no estamos teniendo en cuenta que en ese tiempo la Tierra ha girado un ángulo $\Omega_T \tau_i^k$. Esto puede llegar a suponer en algún caso cometer un error de 50 metros en el cálculo de la distancia geométrica. Para corregir este efecto, referiremos las coordenadas del satélite en el momento de emisión al sistema de referencia en el momento de recepción:

$$\rho_i^k|_{t_i} = \|\vec{r}_i^k|_{t_i} - \vec{r}^k(t_i - \tau_i^k)|_{t_i}\| \quad (3.14)$$

Lo que se consigue con una rotación $\mathbf{R}_3\{\Omega_T \tau_i^k\}$, esto es, una rotación alrededor del eje X_3

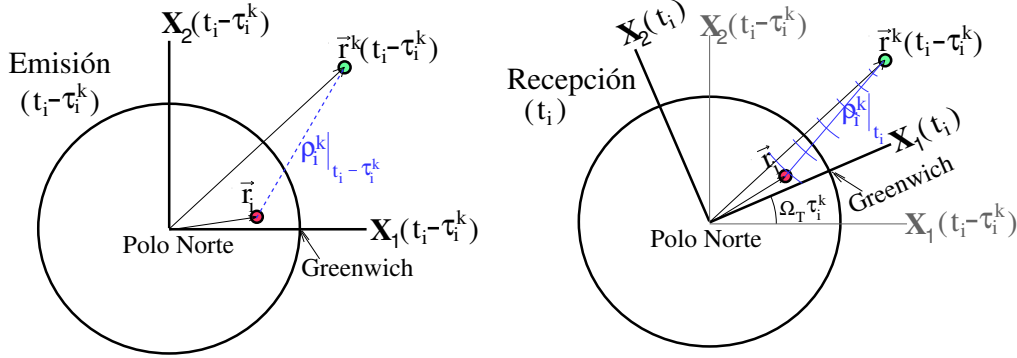


Figura 3.1: Efecto de la rotación de la Tierra

un ángulo $\Omega_T \tau_i^k$:

$$\begin{aligned}
 \vec{r}^k(t_i - \tau_i^k)|_{t_i} &= \mathbf{R}_3\{\Omega_T \tau_i^k\} \vec{r}^k(t_i - \tau_i^k)|_{t_i - \tau_i^k} \\
 &= (x^k(t_i - \tau_i^k)|_{t_i - \tau_i^k} \cos(\Omega_T \tau_i^k) + y^k(t_i - \tau_i^k)|_{t_i - \tau_i^k} \sin(\Omega_T \tau_i^k)) \vec{u}_1|_{t_i} \\
 &\quad + (-x^k(t_i - \tau_i^k)|_{t_i - \tau_i^k} \sin(\Omega_T \tau_i^k) + y^k(t_i - \tau_i^k)|_{t_i - \tau_i^k} \cos(\Omega_T \tau_i^k)) \vec{u}_2|_{t_i} \\
 &\quad + z^k(t_i - \tau_i^k)|_{t_i - \tau_i^k} \vec{u}_3|_{t_i}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

donde $x^k(t_i - \tau_i^k)|_{t_i - \tau_i^k}$, $y^k(t_i - \tau_i^k)|_{t_i - \tau_i^k}$ y $z^k(t_i - \tau_i^k)|_{t_i - \tau_i^k}$ son las coordenadas del vector $\vec{r}^k(t_i - \tau_i^k)|_{t_i - \tau_i^k}$ referidas al sistema geocéntrico X_1, X_2, X_3 , en el tiempo $t_i - \tau_i^k$.

El algoritmo de iteración 3.8 ha de ser corregido por este efecto y finalmente quedará como:

$$\begin{aligned}
 \rho_i^{(l+1)k} &= \|\vec{r}_i - \mathbf{R}_3\{\Omega_T \tau_i^k\} \vec{r}^k(t_i - \tau_i^{(l)k})|_{t_i - \tau_i^k}\| \\
 \tau_i^{(l)k} &= \frac{\rho_i^{(l)k}}{c}
 \end{aligned} \quad \text{con } l = 1, 2, 3, \dots \tag{3.16}$$

3.4. Errores de los relojes

Una vez que hemos corregido la distancia geométrica entre el receptor y el satélite (ρ_i^k) por estar midiendo en un sistema de referencia que rota, hemos de reconstruir los observables, para lo que retomamos y evaluamos las expresiones 3.9 y 3.10. Ambas expresiones contienen el término $t_i - t^k$ que relaciona los tiempos en los relojes de observador en el momento de la recepción y del satélite en el momento de la emisión. Para relacionarlo con el tiempo de retardo de la señal τ_i^k (y con la distancia geométrica) emplearemos un tiempo de referencia t conocido como tiempo GPS⁴ que indicará el evento de la llegada de la señal al receptor, por lo que la anterior expresión se puede escribir como: $t_i(t) - t^k(t - \tau_i^k)$.

Como ya hemos comentado, el sistema GPS es un sistema de medida de tiempos en el que es necesaria una gran precisión. Un error en esta medida de tan sólo $1\mu\text{s}$ conlleva

⁴Coordenada temporal reescalada para coincidir con el tiempo propio de un reloj en reposo en el geoide mediante $(1 + \Phi_0/c^2)$, donde Φ_0 es el potencial gravitatorio efectivo en el geoide (Ashby y Spilker, 1996)

un error en la estimación de la distancia de $300m$, por lo que hemos de evaluar con gran cuidado cada uno de los tiempos que intervienen. El término $t_i(t)$ se mide con el reloj del receptor que normalmente está lejos de ser perfecto y sufre un error sistemático $dt_i(t)$ que no es, en general, constante. Una de las implicaciones del error del reloj del receptor es el hecho de que hagan falta cuatro satélites para trilaterar la posición del observador, ya que el sistema ha de resolver además de las tres coordenadas del receptor una cuarta incógnita: el error del reloj del observador. Por lo tanto, la medida del tiempo en el reloj del receptor a la llegada de la señal será:

$$t_i(t) = t + dt_i(t) \quad (3.17)$$

En nuestro caso, dado que controlamos el observador podemos tomar el error del reloj del receptor como nulo sin mayores complicaciones. Sin embargo, el término $t^k(t - \tau_i^k)$ se mide con el reloj del satélite que, aunque muy preciso, no está exento de errores, por lo que habremos de incluir otra variable que tenga en cuenta el error del reloj del satélite en el momento de la emisión de la señal ($dt^k(t - \tau_i^k)$):

$$t^k(t - \tau_i^k) = t - \tau_i^k + dt^k(t - \tau_i^k) \quad (3.18)$$

Tanto en el caso de las órbitas transmitidas mediante el mensaje de navegación como en el caso de las precisas se calcula el error del reloj de cada satélite y se incluye como información adicional a las efemérides. Para el caso de las transmitidas, se emplea un polinomio de segundo grado cuyos coeficientes a_0 , a_1 y a_2 se incluyen en el mensaje de navegación (IRN-200C-004, 2000) (y también en el archivo RINEX de navegación), por lo que una vez determinado el tiempo de retardo de la señal, sólo hay que aplicar:

$$dt^k(t - \tau_i^k) = a_0 + a_1[(t - \tau_i^k) - t_{oe}] + a_2[(t - \tau_i^k) - t_{oe}]^2 \quad (3.19)$$

donde t_{oe} es el tiempo al que están referidos los elementos orbitales (véase apéndice A para más detalles acerca del mensaje de navegación).

Como se dijo en el apartado sobre las efemérides precisas, se incluye en el archivo el error del reloj del satélite para cada época (típicamente cada 15 minutos), con una precisión de picosegundos (Spofford y Remondi, 1999). Dada la suave variación de los errores de los relojes de los satélites se ha considerado una aproximación suficiente utilizar un polinomio de interpolación de tercer grado con el tiempo a interpolar en el centro del intervalo (véase ecuación 3.11).

Añadiendo los errores de los relojes, las expresiones de los observables 3.9 y 3.10 se transforman en:

$$P_i^k = \rho_i^k - c dt^k(t - \tau_i^k) \quad (3.20)$$

$$\phi_i^k = f_0 \left[\frac{\rho_i^k}{c} - dt^k(t - \tau_i^k) \right] + N_i^k \quad (3.21)$$

en las que hemos prescindido del término debido al error del reloj del receptor, ya que lo tomaremos como nulo para nuestro generador de observaciones artificiales.

3.5. Efectos relativistas

Dada la gran precisión en la medida de tiempos necesaria para el funcionamiento del sistema⁵, los efectos relativistas no son despreciables para el GPS. Los principales efectos

⁵Para evitar errores superiores a $1m$ en la navegación se necesitan relojes en los satélites con una estabilidad de una parte en 10^{13} (Ashby, 2002)

a tener en cuenta para el sistema son los siguientes:

1. La gran velocidad a la que se mueven los satélites respecto del observador produce un efecto Doppler relativista. Para analizar este efecto utilizaremos relatividad especial y nos olvidaremos por un momento del campo gravitatorio de la Tierra. Supongamos que el satélite está emitiendo pulsos de luz con una frecuencia f_0 , esto es, cada $\Delta\tau = f_0^{-1}$ emite un pulso. El observador en Tierra registra un pulso cada Δt , esto es, a una frecuencia $f = (\Delta t)^{-1}$. Para relacionar el tiempo propio del satélite (τ) con el del sistema de referencia del observador (t) empleamos el invariante espacio temporal ds y la métrica de Minkowski (Rindler, 1969), de tal manera que:

$$-c^2 d\tau^2 = ds^2 = (v^2 - c^2)dt^2 \Rightarrow \frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (3.22)$$

donde v es la velocidad a la que se mueve el satélite medida por el observador. A partir de esta relación, se puede calcular la diferencia relativa entre la frecuencia con la que emite el satélite y la que recibe el observador:

$$\frac{f - f_0}{f_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - 1 \approx -\frac{v^2}{2c^2} \quad (3.23)$$

por lo que para el observador en reposo en la superficie terrestre parece que frecuencia propia del oscilador del satélite marcha más lentamente que la frecuencia nominal (f_0) con la que lo lanzaron. Tomando $v = 4\text{km/s}$, este efecto es del orden de 10^{-10} . El reloj del satélite se está retrasando, y al cabo de 30s este retraso ya será de 3ns , lo que introduce un error en el cálculo de la distancia entre satélite y receptor de 1m .

2. La diferencia de potencial gravitatorio entre el receptor y el satélite es demasiado grande como para despreciar los efectos relativistas ligados a ella. Como consecuencia del Principio de Equivalencia Fuerte, la frecuencia de la luz que cae en un potencial gravitatorio aumenta, esto es, hay un corrimiento hacia frecuencias mayores, lo que se conoce como efecto Doppler gravitacional (Rindler, 1969). Esto conlleva que los relojes situados a grandes alturas en un potencial gravitatorio, como es el caso de los satélites GPS, tienen un ritmo mayor que el de los situados a alturas inferiores. Para un potencial débil, como el caso del terrestre, se puede aproximar (Ashby y Spilker, 1996) el cambio en la frecuencia del fotón que cae como:

$$\frac{f - f_0}{f_0} = -\frac{\Delta\Phi}{c^2} \quad (3.24)$$

donde f_0 es la frecuencia con la que emite el satélite, f la que recibe el observador y $\Delta\Phi$ el cambio en el potencial, negativo en caso de caída en un pozo de potencial, por lo que parece para el receptor que el oscilador del reloj del satélite se está adelantando. Podemos evaluar este término aproximando el potencial terrestre por el Newtoniano $\Phi = \frac{-GM_T}{R}$, con R como distancia al centro de la Tierra. Para el caso que nos ocupa, tendríamos:

$$\frac{f - f_0}{f_0} = -\frac{GM_t}{c^2} \left[-\frac{1}{R_s} - \left(-\frac{1}{R_T}\right) \right] \quad (3.25)$$

que es del orden de 5×10^{-10} .

3. El uso de un sistema de referencia no inercial que rota solidariamente con la Tierra nos lleva a tener que evaluar el efecto Sagnac, que ya se ha explicado en el apartado sobre rotación de la Tierra y se tiene en cuenta para corregir el tiempo de retardo τ_i^k . Sin embargo, este efecto también tiene consecuencias sobre la frecuencia de oscilación de los relojes de los satélites, ya que se están moviendo respecto al sistema de referencia. Aplicando la ecuación 3.13, Ashby (2002) llega a la conclusión de que este efecto es del orden de $1,2 \times 10^{-12}$ y alerta de su no corrección durante los primeros ocho años de funcionamiento del sistema.

Si las órbitas de los satélites fueran perfectamente circulares, para el orden de precisiones requeridos por el sistema, los anteriores efectos serían constantes, dependientes del radio de esa órbita. Por este motivo, en lugar de lanzar los satélites con la frecuencia nominal de $10,23MHz$ con la que se quiere que funcione el reloj, se altera un pequeño factor (suma de los tres anteriores) de manera que para un observador en Tierra parezca que el oscilador del reloj del satélite no muestra efectos relativistas. El término debido a la diferencia de potencial entre satélite y geode es el que domina, de manera que habrá que disminuir la frecuencia del reloj del satélite un factor $4,4645 \times 10^{-10}$ (Ashby, 2002).

Sin embargo, las órbitas de los satélites son excéntricas, por lo que aparece un efecto relativista residual (δt_{rel}) que debe ser corregido por el receptor. Este efecto se puede expresar como (Ashby y Spilker, 1996):

$$\delta t_{rel} = \frac{2\sqrt{GM_T}}{c^2} e\sqrt{a} \sin E \quad (3.26)$$

donde G es la constante de Gravitación Universal, M_T la masa de la Tierra, c la velocidad de la luz en el vacío, e la excentricidad de la órbita del satélite, a su semieje mayor y E la anomalía excéntrica. Para más información acerca de los elementos orbitales se puede consultar el apéndice A. Esta expresión es la que se recomienda usar en el caso de estar trabajando con las efemérides transmitidas (IRN-200C-004, 2000). Sin embargo, en el caso de efemérides precisas no se adjuntan los parámetros orbitales, sino las posiciones de los satélites. Existe una expresión totalmente equivalente a 3.26 que se puede usar en este caso:

$$\delta t_{rel} = \frac{2\vec{r}^k(t - \tau_i^k) \cdot \vec{v}^k(t - \tau_i^k)}{c^2} \quad (3.27)$$

donde $\vec{r}^k(t - \tau_i^k)$ y $\vec{v}^k(t - \tau_i^k)$ son la posición y la velocidad del satélite en el instante de la emisión de la señal. Dado que se necesita la velocidad del satélite se ha elegido la formulación 3.11 y 3.12 para la interpolación mediante un polinomio de Lagrange de la posición de los satélites, como se explicó en la sección 3.3.2.

Añadiendo el efecto relativista residual, las expresiones de los observables 3.20 y 3.21 se transforman en:

$$P_i^k = \rho_i^k - cdt^k(t - \tau_i^k) + c\delta t_{rel} \quad (3.28)$$

$$\phi_i^k = f_0 \left[\frac{\rho_i^k}{c} - dt^k(t - \tau_i^k) + \delta t_{rel} \right] + N_i^k \quad (3.29)$$

Para ser coherentes, habríamos de añadir este efecto relativista a la estimación de la posición del satélite en la iteración para el cálculo de la distancia geométrica satélite-receptor dada por 3.16. Sin embargo, un cálculo del orden de magnitud de la corrección nos lleva a omitirlo en la citada iteración. Sólo hay que calcular el efecto relativista dado por 3.26, tomando los datos de las órbitas típicas de los satélites GPS ($e \approx 0,02$, $GM_T \approx$

$4 \times 10^{14} m^3 s^{-2}$, $a \approx 26000 km$) para obtener una cota máxima a este retardo de $\delta t_{rel} < 4 \times 10^{-8} s$; la velocidad aproximada de los satélites GPS es del orden de $4 km/s$, lo que indica que el error máximo en el cálculo de la posición del satélite al prescindir de introducir este efecto en la iteración sería de $0,16 mm$ que es despreciable para el rango de precisiones con los que estamos trabajando.

Existen una serie de efectos relativistas de segundo orden que no hace falta considerar para la precisión que presenta el sistema, como la no esfericidad del potencial gravitatorio terrestre, la curvatura espacio temporal que sufren las señales en presencia de este potencial o los efectos de marea debidos a otros cuerpos celestes.

3.6. Efectos atmosféricos

El efecto atmosférico se puede subdividir en dos componentes: una debida a la atmósfera neutra, cuyo grueso se concentra en la troposfera, y otro debido a la parte eléctricamente cargada, principalmente contenida en la ionosfera. Esta última ya ha sido ampliamente tratada en los capítulos 1 y 2, por lo que en este capítulo sólo se analizará la parte debida a la troposfera.

La troposfera se puede considerar como un medio no dispersivo para ondas de radio con frecuencias inferiores a $15 GHz$ (Hofmann-Wellenhof *et al.*, 1994), de manera que el término troposférico ($\delta \rho_{trop}$) será el mismo para las medidas de fase y las de código y varía típicamente entre $2,5 m$ y $25 m$ (Misra y Enge, 2001). Es usual emplear la refractividad atmosférica (N) para su cálculo. Su relación con el índice de refracción viene dada por:

$$N = 10^6(n - 1) \quad (3.30)$$

con lo que, a partir de la expresión 1.5 y despreciando el efecto de la curvatura del rayo debida a la refracción de la señal en la atmósfera, el término troposférico se puede expresar como:

$$\delta \rho_{trop} = +10^{-6} \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_k} N d\rho \quad (3.31)$$

En esta expresión se ha prescindido de la parte que hace referencia a la curvatura del rayo ya que, como se dijo, al ser muy pequeña, normalmente se desprecia.

La refractividad de una parcela de aire es función de su temperatura (T), la presión parcial de los gases secos (P_d) y el vapor de agua (e) (Mendes y Langley, 1994):

$$N = K_1 \frac{P_d}{T} Z_d^{-1} + [K_2 \frac{e}{T} + K_3 \frac{e}{T^2}] Z_w^{-1} \quad (3.32)$$

donde Z_d y Z_w son los factores de compresibilidad del aire seco y húmedo, respectivamente que, para el caso de la atmósfera terrestre se pueden tomar como la unidad cometiendo un error inferior a una parte en 10^3 (Langley, 1998), por lo que normalmente se omiten o se tienen en cuenta a través de los coeficientes K_1 , K_2 y K_3 , que se determinan empíricamente. Existen numerosos trabajos relacionados con la obtención de estos coeficientes (para una revisión se puede consultar Rüeger (2002)).

Lo habitual es separar la refractividad en una componente seca (N_d), que sólo depende de la presión total ($P = P_d + e$) y otra componente húmeda (N_w), que sólo depende de la presión parcial del vapor de agua:

$$N = N_d + N_w = K_1 \frac{P}{T} Z_d^{-1} + [(K_2 - K_1) \frac{e}{T} + K_3 \frac{e}{T^2}] Z_w^{-1} \quad (3.33)$$

Es necesario conocer la variación de la refractividad con la posición para poder, integrando 3.31, obtener el retardo introducido por la troposfera. La manera habitual de hacer esta integral es suponer que el retardo es igual al retardo cenital, esto es, en la dirección normal a la superficie ($\delta\rho_{d,(E=90^\circ)}$ para la componente seca y $\delta\rho_{w,(E=90^\circ)}$ para la húmeda), multiplicado por una función de mapeo que tenga en cuenta la elevación del satélite ($f_d(E)$ para la componente seca y $f_w(E)$ para la húmeda):

$$\delta\rho_{trop} = \delta\rho_{d,(E=90^\circ)}f_d(E) + \delta\rho_{w,(E=90^\circ)}f_w(E) \quad (3.34)$$

para lo que necesitamos conocer el perfil del índice de refractividad tanto seco como húmedo, este último más difícil de obtener ya que el vapor de agua no se encuentra uniformemente distribuido en la atmósfera. Existen varios modelos de dependencia del índice con la altura, para una revisión se puede consultar Hofmann-Wellenhof *et al.* (1994). Uno de los más extendidos y el que se ha empleado en este trabajo ha sido el modelo de Hopfield (Hopfield, 1969) que consiste en una dependencia con la cuarta potencia de la altura tanto para la componente seca como la húmeda, de manera que:

$$\begin{aligned} \delta\rho_{d,(E=90^\circ)} &= 10^{-6} \int_{h_i}^{h_d} N_d(h)dh = 10^{-6} \int_{h_i}^{h_d} N_d(0) \left[\frac{h_d - h}{h_d} \right]^4 dh \\ &= 10^{-6} \frac{N_d(0)h_d}{5} \left(\frac{h_d - h_i}{h_d} \right)^5 \\ \delta\rho_{w,(E=90^\circ)} &= 10^{-6} \int_{h_i}^{h_w} N_w(h)dh = 10^{-6} \int_{h_i}^{h_w} N_w(0) \left[\frac{h_w - h_i}{h_w} \right]^4 dh \\ &= 10^{-6} \frac{N_w(0)h_w}{5} \left(\frac{h_w - h_i}{h_w} \right)^5 \end{aligned} \quad (3.35)$$

donde h_i es la altura del receptor. Los valores de las alturas finales de integración se toman como $h_d = 40136 + 148,72(T - 273,16)$ y $h_w = 11km$ y los valores de refractividades seca y húmeda en la superficie $N_d = K_1 \frac{P}{T}$ y $N_w = (K_2 - K_1) \frac{e}{T} + K_3 \frac{e}{T^2}$ tomados de Hofmann-Wellenhof *et al.* (1994), donde T es la temperatura en K , y P y e las presiones total y parcial de vapor de agua en mb calculadas en la superficie. También se han tomado los coeficientes K_1 , K_2 y K_3 utilizados y que se muestran en la tabla 3.1.

Coeficiente	Valor
K_1	$77,64 K mb^{-1}$
K_2	$64,68 K mb^{-1}$
K_3	$3,718 \cdot 10^{-5} K^2 mb^{-1}$

Tabla 3.1: Coeficientes empleados en el cálculo de la refractividad

Hay una gran variedad de funciones de mapeo. Una revisión de algunas de ellas se puede encontrar en el trabajo de Santerre y Forgues, (1995). Las que se han empleado en el generador de observaciones artificiales provienen de Seeber (1993):

$$\begin{aligned} f_d(E) &= \frac{1}{\sin \sqrt{E^2 + 2,25}} \\ f_w(E) &= \frac{1}{\sin \sqrt{E^2 + 6,25}} \end{aligned} \quad (3.36)$$

con la elevación del satélite E medida en grados.

Añadiendo el efecto troposférico, las expresiones de los observables 3.28 y 3.29 se transforman en:

$$P_i^k = \rho_i^k - cdt^k(t - \tau_i^k) + c\delta t_{rel} + \delta\rho_{trop} \quad (3.37)$$

$$\phi_i^k = f_0\left[\frac{\tau_i^k}{c} - dt^k(t - \tau_i^k) + \delta t_{rel} + \frac{\delta\rho_{trop}}{c}\right] + N_i^k \quad (3.38)$$

El retardo debido a la troposfera terrestre proviene principalmente de la componente seca (90%), que depende de la temperatura y la presión atmosférica, por lo que este retardo es mucho más constante, tanto en el tiempo como en el espacio (varía típicamente menos de un 20% al rededor de la Tierra), que el retardo ionosférico (Klobuchard y Kunches, 2003).

Además de un error troposférico, el generador desarrollado en este capítulo puede incorporar otros modelos de error. Por ejemplo, en esta Tesis se acopla el modelo ionosférico tridimensional NeQuick para generar un error ionosférico. Se ha escogido este modelo debido a que permite obtener integrales de contenido oblicuo sin utilizar la aproximación de capa infinitesimal. El IRI no está todavía adaptado para proporcionar este contenido oblicuo, aunque sí proporciona perfiles de densidad electrónica.

3.7. Ecuaciones de observación

Uniando todos los efectos discutidos hasta ahora, escribiremos los observables de fase L1, L2 y pseudo rango (C1, P1 y P2) como:

$$C1_i^k = \rho_i^k - cdt^k(t - \tau_i^k) + c\delta t_{rel} + \delta\rho_{trop} + \frac{\alpha STEC}{f_1^2} \quad (3.39)$$

$$P1_i^k = \rho_i^k - cdt^k(t - \tau_i^k) + c\delta t_{rel} + \delta\rho_{trop} + \frac{\alpha STEC}{f_1^2} \quad (3.40)$$

$$P2_i^k = \rho_i^k - cdt^k(t - \tau_i^k) + c\delta t_{rel} + \delta\rho_{trop} + \frac{\alpha STEC}{f_2^2} \quad (3.41)$$

$$L1_i^k = f_1\left[\frac{\rho_i^k}{c} - dt^k(t - \tau_i^k) + \delta t_{rel} + \frac{\delta\rho_{trop}}{c} - \frac{\alpha STEC}{f_1^2 c}\right] + N_i^k \quad (3.42)$$

$$L2_i^k = f_2\left[\frac{\rho_i^k}{c} - dt^k(t - \tau_i^k) + \delta t_{rel} + \frac{\delta\rho_{trop}}{c} - \frac{\alpha STEC}{f_2^2 c}\right] + N_i^k \quad (3.43)$$

Donde hay que notar que no estamos teniendo en cuenta el ruido del receptor ni el error relacionado con el camino múltiple que pudiera realizar la señal. Tampoco se están considerando otros errores que pueden afectar a las medidas con GPS como son la variación del centro de fases de la antena que, para una antena real depende, en general, de la elevación de los satélites (Seeber, 1993), o la marea terrestre y la carga atmosférica y oceánica que afectan a las coordenadas del receptor y no a la transmisión de la señal. Por ahora no se han integrado tales errores en el generador de observaciones GPS artificiales, pero se podría acoplar modelos de ellos para analizar su efecto en el posicionamiento GPS, ya sea puntual o con una red de estaciones.

3.8. El formato RINEX

El formato RINEX nace como respuesta a la necesidad de encontrar una forma común en la que registrar las observaciones GPS que sea independiente del receptor y compatible

con cualquier procesador de observaciones GPS. La primera propuesta para este formato independiente surge con la campaña EUREF 89 en la que se emplearon 60 receptores de 4 marcas distintas (Gurtner, 2002). Actualmente, este formato contempla seis tipos de archivos de entre los que nos interesan el de observaciones (que es el que queremos generar), y el de las efemérides de los satélites GPS transmitidas (ver apéndice A). Todos los archivos RINEX constan de dos apartados bien diferenciados, la sección de cabecera y la sección de datos. La primera contiene información acerca de todo el archivo y se coloca al inicio. En la segunda se vuelcan los datos de manera prefijada. En la figura 3.2 se muestra un ejemplo de archivo RINEX de observación generado mediante el programa que emplea órbitas transmitidas. En ella podemos observar cómo en la cabecera figura la información referente a factores que afectan a todo el archivo como por ejemplo la versión del formato RINEX que se está empleando, el tipo de datos que contiene, los tipos de observables que se registraron o el intervalo entre observaciones. Esta sección termina con la línea que indica el final de la cabecera (END OF HEADER), tras la que se colocan los observables registrados precedidos por una línea en la que se muestra la época a la que se refieren.

RINEX ARTIFICIAL con órbitas TRANSMITIDAS										RINEX VERSION / TYPE
pots										PGM / RUN BY / DATE
elsa mohino UCM										COMMENT ← comentarios
X124A123 XX ZZZ										MARKER NAME
234 YY										OBSERVER / AGENCY
3800689.7680 882077.2590 5028791.2460										REC # / TYPE / VERS
0.0000 0.0000 0.0000										ANT # / TYPE
1 1										APPROX POSITION XYZ
5 C1 P1 P2 L1 L2										ANTENNA: DELTA H/E/N
900.000										WAVELENGTH FACT L1/2
2001 2 1 0 0 0.0000000 GPS										# / TYPES OF OBSERV
										INTERVAL
										TIME OF FIRST OBS
										END OF HEADER
01 2 1 0 0 0.0000000 0 9 4 7 13 19 20 24 25 1 16										
21590479.169 21590479.169 21590480.092 113458718.819										88409387.507
23744302.225 23744302.225 23744304.427 124777114.601										97228911.452
21213042.393 21213042.393 21213043.212 111475276.856										86863848.739
23711777.578 23711777.578 23711779.464 124606201.558										97095733.751
20756659.234 20756659.234 20756659.971 109076968.521										84995037.390
24858691.778 24858691.778 24858695.267 130633250.314										101792128.815
23723968.808 23723968.808 23723970.538 124670269.437										97145657.412
20346836.881 20346836.881 20346837.538 106923338.807										83316884.691
23723968.825 23723968.825 23723970.555 124670269.526										97145657.481
01 2 1 0 15 0.0000000 0 9 4 7 13 19 20 24 25 1 16										
21288999.443 21288999.443 21289000.293 111874433.361										87174879.659
24215830.509 24215830.509 24215833.615 127254997.768										99159725.803
20856903.071 20856903.071 20856903.823 109603753.188										85405518.885

Figura 3.2: Ejemplo de archivo RINEX de observación

En los apéndices B y C se exponen los algoritmos utilizados en la implementación de los programas que dan como resultado los archivos RINEX versión 2.10 (Gurtner, 2002) de observación artificial. El primero desarrolla el algoritmo para el caso de usar efemérides precisas y el segundo para el caso de las transmitidas. Ambos algoritmos se han programado en Fortran 77 y son compatibles con el compilador g77, de distribución

libre y son de acceso público bajo licencia GNU.

3.9. Evaluación de los archivos RINEX artificiales

Antes de emplear las observaciones artificiales en los capítulos siguientes, se evaluará la precisión con la que se están generando. Para ello se producirán las observaciones sin errores y se procesarán con un software. Tomaremos como error del generador en la posición la diferencia entre la posición del observador introducida como entrada en el programa y la posición que se obtiene al procesar el archivo RINEX. El error al generar los observables es inferior a éste, ya que al propagarse a la posición los errores aumentan por efecto de la dilución geométrica de la precisión (Hofmann-Wellenhof *et al.*, 1994).

Para evaluar las observaciones sobre el código contamos con el programa GPSPACE (GPSPACE, 2000). Se trata de un programa de posicionamiento puntual mediante código (C1, P1, P2). Procesa tanto a partir de efemérides precisas como transmitidas e incorpora la corrección por troposfera, de modo que los observables que generaremos vendrán dados por las ecuaciones 3.39, 3.40 y 3.41 pero eliminando el término ionosférico $\frac{\alpha STEC}{f_i^2}$, donde $i = 1, 2$ que hace referencia a las dos frecuencias. Desgraciadamente, este programa no procesa fases, por lo que hemos empleado el GPSurvey versión 2.35a. Se trata de un software general que permite diversas maneras de procesar: estática o dinámica, tanto para posicionamiento puntual como diferencial. Para obtener las medidas época a época es necesario procesar en modo diferencial, por lo que la precisión de las fases generadas se evaluará a partir del resultado del posicionamiento diferencial. Este software puede procesar sin corregir el efecto troposférico, por lo que se hará de este modo tomando las ecuaciones 3.42 y 3.43 sin los términos ionosférico ($\frac{\alpha STEC}{f_i^2}$), ni troposférico ($\delta\rho_{trop}$).

3.9.1. Posicionamiento puntual con códigos

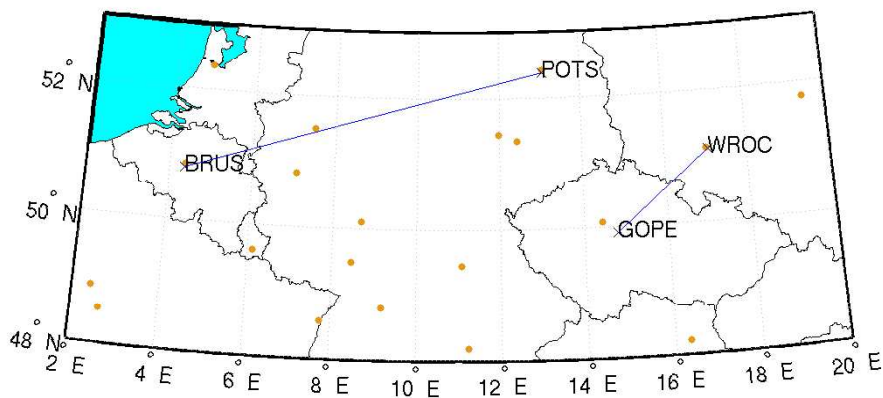


Figura 3.3: Localización estaciones europeas: BRUS, POTS, GOPE, WROC

En esta sección se pondrá a prueba el generador de observaciones GPS en formato RINEX para las mismas estaciones que se emplearán más tarde en la aplicación del correcciones diferencial DGPS de la sección 5.3. En la tabla 3.2 se detallan las estaciones y sus posiciones. Así mismo, en las figuras 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6 se muestra gráficamente su localización.

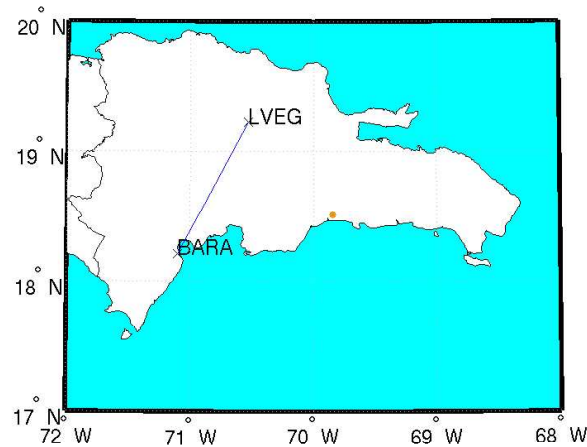


Figura 3.4: Localización estaciones Santo Domingo: BARA, LVEG

Estación	Coordenadas geográficas			Coordenadas geomagnéticas	
	Latitud	Longitud	Alt.(m)	Latitud	Longitud
BRUS	50°47'52.14N	4°21'33.181E	149.672	52.17N	89.06 E
POTS	52°22'45.46N	13°03'57.92E	144.423	52.13N	98.25E
GOPE	49°54'49.33N	14°47'08.23E	592.593	49.43N	98.73E
WROC	51°06'47.73N	17°03'43.33E	180.797	50.17N	101.43E
BARA	18°12'31.31N	71°05'53.62W	6.735	28.66N	0.51E
LVEG	19°13'21.77N	70°31'51.91W	78.570	29.65N	1.16E
PPT1	37°11'13.50N	122°23'23.81W	7.829	43.30N	58.06W
CHAB	37°43'26.81N	122°07'09.50W	213.973	43.84N	57.87W
VBCA	38°42'02.77S	62°16'09.22W	59.480	28.57S	8.45E
BELG	38°53'45.08S	62°06'04.69W	22.255	28.77S	8.59E

Tabla 3.2: Coordenadas de las estaciones procesadas, ordenadas en parejas

Se procesó cada estación con sólo $P1$, sólo $P2$ y mediante combinación libre de ionosfera $P3$ (ver ecuación 1.13). Todas las estaciones se procesaron para el mismo día, el 13 de mayo de 2003 y el intervalo entre muestras se tomó como 15 minutos, ya que el GPSpace sólo procesa las órbitas precisas con un intervalo entre observaciones menor si cuenta con la corrección de reloj de los satélites estimada por el CACS. La elevación mínima para aceptar las medidas de los satélites, esto es, el umbral de elevación, se escogió como 10° . En la tabla 3.3 se resumen los errores cuadráticos medios en metros de las posiciones obtenidas para el caso de órbitas precisas. En la tabla 3.4 se resumen los errores cuadráticos medios (m) en la determinación de la posición obtenidos en el caso de usar efemérides transmitidas. Estos errores se exponen para las tres componentes locales de la posición (n norte, e este y h altura) y se calculan como:

$$ecm = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(x_i - x_0)^2}{N}} \quad (3.44)$$

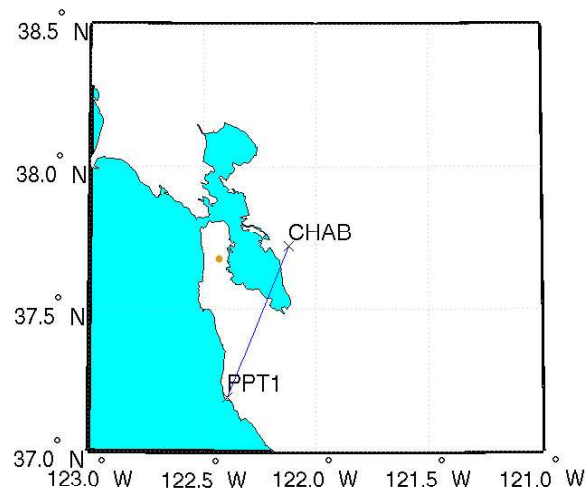


Figura 3.5: Localización estaciones californianas: PPT1, CHAB

donde x_i representa la componente (norte, este o altura) que se obtiene mediante el procesamiento del archivo RINEX, x_0 el valor que hemos dado de entrada al programa de esa misma componente y N el número de datos (96 al generar el día completo a intervalos de 15 minutos).

Estación	[h]								
	P1			P2			P3		
	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$
BRUS	0.07	0.02	0.06	0.07	0.02	0.06	0.06	0.02	0.06
POTS	0.06	0.02	0.06	0.06	0.02	0.06	0.06	0.02	0.06
GOPE	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06
WROC	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06
BARA	0.03	0.01	0.06	0.03	0.01	0.06	0.03	0.01	0.06
LVEG	0.04	0.01	0.05	0.04	0.01	0.05	0.04	0.01	0.05
PPT1	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06
CHAB	0.06	0.01	0.05	0.06	0.01	0.05	0.06	0.01	0.05
VBCA	0.06	0.01	0.05	0.06	0.01	0.05	0.06	0.01	0.05
BELG	0.06	0.01	0.05	0.06	0.01	0.05	0.06	0.01	0.05

Tabla 3.3: Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento puntual mediante códigos para el caso de órbitas precisas

De la tabla 3.3 se puede concluir que en el caso de emplear efemérides precisas, estamos cometiendo un error inferior a $1dm$ en la generación de los archivos RINEX artificiales para las dos componentes ($P1$ y $P2$). En el caso de las órbitas transmitidas y a partir de los resultados de la tabla 3.4, se puede observar que este error es un poco mayor, del orden de unos $2dm$. Con estos resultados, queda claro que podremos emplear el generador de observables GPS artificiales con el GPSpace para estudiar el comportamiento en posición de errores mayores que unos pocos decímetros, lo que cubre un rango muy amplio como, por ejemplo, errores ionosféricos, troposféricos, errores en las órbitas o en la determinación

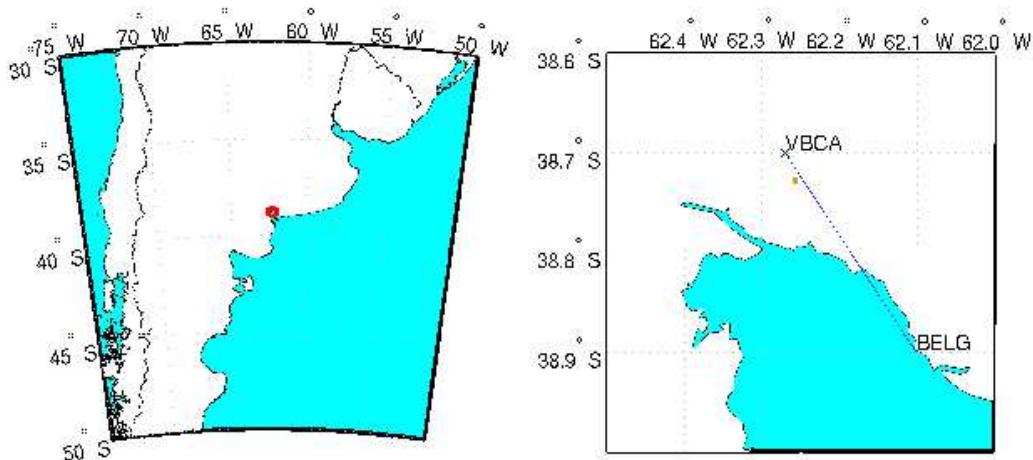


Figura 3.6: Localización estaciones argentinas VBCA, BELG en mapa grande (izquierda) y más preciso (derecha)

de los errores de los relojes.

Estación	P1			P2			P3		
	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$
BRUS	0.10	0.06	0.15	0.10	0.06	0.15	0.10	0.06	0.15
POTS	0.10	0.05	0.14	0.10	0.05	0.14	0.10	0.05	0.14
GOPE	0.10	0.05	0.14	0.10	0.05	0.14	0.10	0.05	0.14
WROC	0.10	0.05	0.14	0.10	0.05	0.14	0.10	0.05	0.14
BARA	0.07	0.04	0.13	0.07	0.04	0.13	0.07	0.04	0.13
LVEG	0.07	0.04	0.12	0.07	0.04	0.12	0.07	0.04	0.12
PPT1	0.11	0.05	0.12	0.11	0.05	0.12	0.11	0.05	0.12
CHAB	0.09	0.06	0.15	0.09	0.06	0.15	0.09	0.06	0.15
VBCA	0.08	0.05	0.16	0.08	0.05	0.16	0.08	0.05	0.16
BELG	0.08	0.05	0.16	0.08	0.05	0.16	0.08	0.05	0.16

Tabla 3.4: Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento puntual mediante códigos para el caso de órbitas transmitidas

Para mostrar que es suficiente emplear un día de datos, se ha hecho una pequeña prueba generando para una de las estaciones, POTS, varios días de distintos años y verificando los resultados con el GPSPACE. En la tabla 3.5 y 3.6 se muestran los resultados obtenidos al procesar la estación para los días seleccionados, tanto en el caso de utilizar efemérides precisas como transmitidas. Como queda claro de estas tablas, los resultados para un día son aproximadamente equivalentes a los de otro día cualquiera ya que la configuración de satélites se vuelve a repetir de un día a otro (salvo por cuatro minutos).

3.9.2. Posicionamiento diferencial con fases

Para estimar el error que estamos cometiendo al generar las fases y teniendo en mente la aplicación del generador de observaciones artificiales que se presenta en este trabajo (ver

Día	P1			P2			P3		
	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$
001 2000	0.07	0.01	0.06	0.07	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06
122 2000	0.06	0.01	0.07	0.06	0.01	0.07	0.06	0.01	0.07
245 2000	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06
032 2001	0.06	0.02	0.07	0.06	0.02	0.07	0.06	0.02	0.07
152 2001	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06
274 2001	0.06	0.02	0.07	0.06	0.02	0.07	0.06	0.02	0.07
060 2002	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06
182 2002	0.06	0.01	0.07	0.06	0.01	0.07	0.06	0.01	0.07
305 2002	0.06	0.02	0.07	0.06	0.02	0.07	0.06	0.02	0.07
091 2003	0.06	0.02	0.06	0.06	0.02	0.06	0.06	0.02	0.06
213 2003	0.07	0.01	0.06	0.07	0.01	0.06	0.07	0.01	0.06
335 2003	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06	0.06	0.01	0.06

Tabla 3.5: Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento puntual mediante códigos para el caso de órbitas precisas para la estación de POTS

sección 6.1), se verificarán éstas con el programa de procesamiento GPSsurvey calculando el posicionamiento diferencial. Para ello, se han escogido las mismas estaciones que en la anterior sección pero en parejas, como se muestra en las figuras 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6 y se resume en la tabla 3.7. En esta tabla se especifica la estación empleada como referencia (estación 1), cuyas coordenadas se han empleado para obtener la posición de la estación desconocida (estación 2). Cada línea de base fue procesada con sólo L1, sólo L2 y la combinación libre de ionosfera (ver ecuación 1.13). Todas las líneas se procesaron para el mismo día, el 13 de mayo de 2003 (ya hemos visto en la sección anterior que es suficiente con procesar un día puesto que los resultados son aproximadamente equivalentes para cualquier otro día). El intervalo entre muestras se tomó como 30 segundos, lo que equivale a 2880 datos por línea.

En las tablas 3.8 y 3.9 se resumen los errores cuadráticos medios obtenidos al procesar en modo diferencial las bases indicadas, esto es, el error en recuperar la posición de la estación 2, tanto para el caso de órbitas precisas como transmitidas. En la figura 3.7 se grafican estos errores época por época sólo para el caso de las órbitas transmitidas en la primera línea (BRUS-POTS), ya que los resultados al procesar las demás estaciones son similares, al igual que al procesar con efemérides precisas. En ella se puede comprobar que el error que se comete al generar las fases diferenciales entre las estaciones es inferior al centímetro en ambas componentes, $L1$ y $L2$.

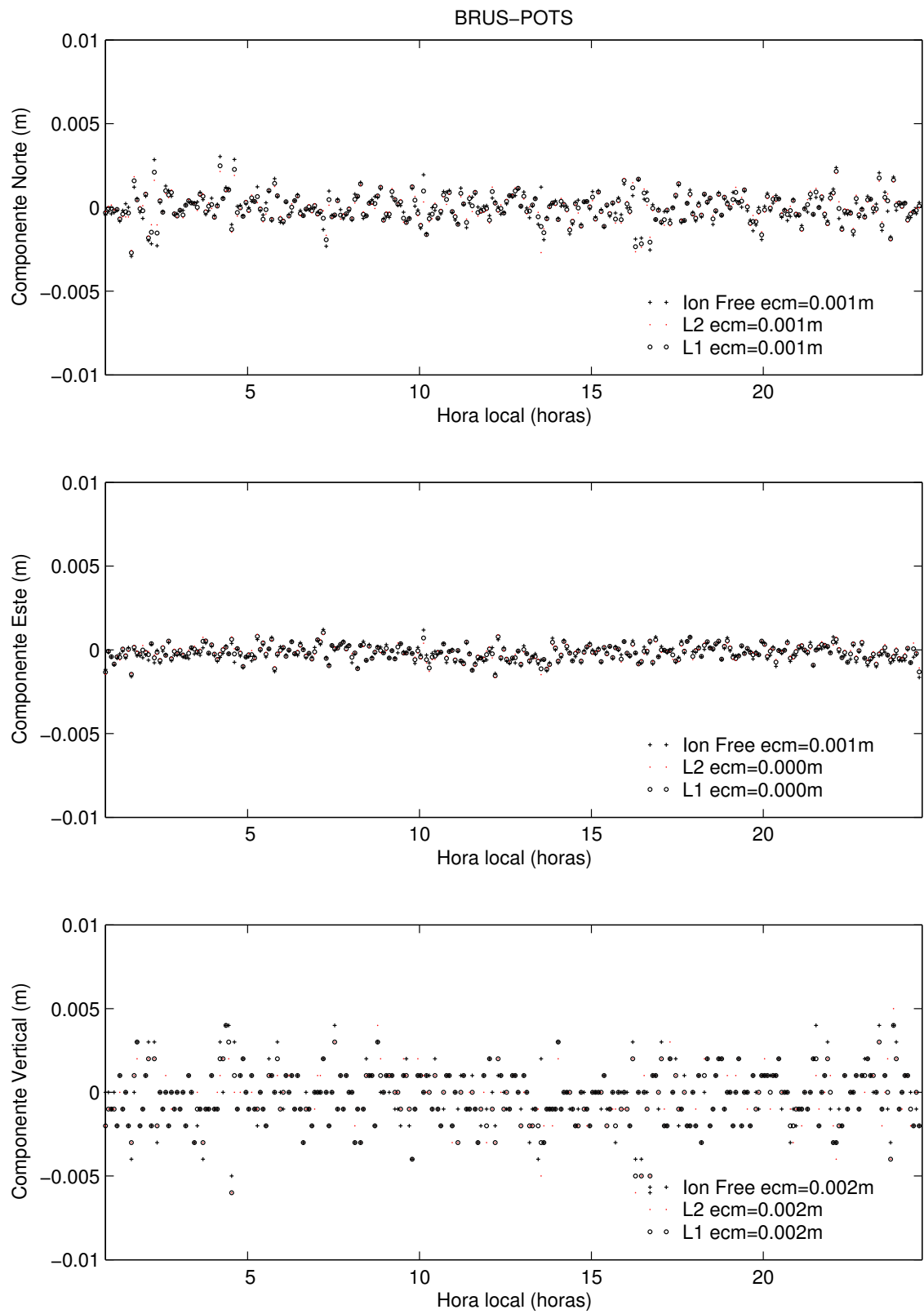


Figura 3.7: Errores en posicionamiento diferencial con fases para la línea BRUS-POTS

Día	P1			P2			P3		
	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$
001 2000	0.14	0.09	0.18	0.14	0.09	0.18	0.14	0.09	0.18
122 2000	0.14	0.10	0.30	0.14	0.10	0.30	0.14	0.10	0.30
245 2000	0.14	0.10	0.26	0.14	0.10	0.26	0.14	0.10	0.26
032 2001	0.15	0.08	0.20	0.15	0.08	0.20	0.15	0.08	0.20
152 2001	0.13	0.08	0.20	0.13	0.08	0.20	0.13	0.08	0.20
274 2001	0.11	0.06	0.22	0.11	0.06	0.22	0.11	0.06	0.22
060 2002	0.14	0.09	0.23	0.14	0.09	0.23	0.14	0.09	0.23
182 2002	0.15	0.08	0.21	0.15	0.08	0.21	0.15	0.08	0.21
305 2002	0.14	0.07	0.16	0.14	0.07	0.16	0.14	0.07	0.16
091 2003	0.12	0.08	0.18	0.12	0.08	0.18	0.12	0.08	0.18
213 2003	0.14	0.08	0.19	0.14	0.08	0.19	0.14	0.08	0.19
335 2003	0.16	0.10	0.20	0.16	0.10	0.20	0.16	0.10	0.20

Tabla 3.6: Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento puntual mediante códigos para el caso de órbitas transmitidas para la estación de POTS

Nombre	Estación 1	Estación 2	Distancia (km)
B-P	BRUS	POTS	626,3
G-W	GOPE	WROC	208,7
B-L	BARA	LVEG	127,3
P-C	PPT1	CHAB	63,3
V-B	VBCA	BELG	26,7

Tabla 3.7: Líneas de base procesadas

Línea base	L1			L2			L3		
	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$
B-P	0.001	0.001	0.002	0.001	0.001	0.002	0.001	0.001	0.002
G-W	0.001	0.001	0.002	0.001	0.001	0.002	0.001	0.001	0.002
B-L	0.001	0.001	0.002	0.001	0.001	0.002	0.001	0.001	0.002
P-C	0.004	0.004	0.003	0.001	0.001	0.002	0.002	0.002	0.009
V-B	0.001	0.001	0.002	0.001	0.001	0.002	0.001	0.001	0.002

Tabla 3.8: Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento diferencial con fases para el caso de órbitas precisas

Línea base	L1			L2			L3		
	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$
B-P	0.001	0.000	0.002	0.001	0.000	0.002	0.001	0.001	0.002
G-W	0.001	0.000	0.001	0.001	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002
B-L	0.001	0.000	0.002	0.001	0.001	0.002	0.001	0.001	0.002
P-C	0.004	0.001	0.007	0.004	0.001	0.007	0.005	0.001	0.008
V-B	0.001	0.001	0.002	0.001	0.001	0.002	0.001	0.001	0.002

Tabla 3.9: Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento diferencial con fases para el caso de órbitas transmitidas

Capítulo 4

Posicionamiento puntual: 1. Análisis del error ionosférico

Una de las aplicaciones más extendidas de los sistemas GNSS es el cálculo de la posición. Dependiendo del presupuesto y de la precisión requerida por el usuario, se puede optar por diversas modalidades de posicionamiento, de entre las que la más básica y que requiere un menor presupuesto es el posicionamiento puntual aislado con código C/A. Para este tipo de usuario la mayor fuente de error proviene del retardo ionosférico que sufren las señales de los satélites. El objetivo de este capítulo es entender qué papel desempeña el efecto ionosférico en el error en la determinación de la posición.

Para enfrentar el problema primero se precisará cuál es el modelo matemático que se emplea para el caso del posicionamiento puntual aislado y con él se evaluará cómo se propagan los errores no aleatorios, como el ionosférico, a las coordenadas de posición. Se estudiará con datos reales cómo afecta el retardo ionosférico a las coordenadas y veremos que es importante tener en cuenta la geometría de la configuración de satélites porque es la interrelación del error en el pseudo rango con la configuración particular de satélites la que llevará a un efecto determinado en posición. Por ello, se buscará en la sección 4.3 una relación analítica entre el error en el pseudo rango y su efecto en la posición a través de configuraciones de alta simetría que simplifican el problema. También se empleará un método aproximado (Santerre, 1991), así como una técnica numérica nueva que supera los inconvenientes del método Santerre (1991) para tratar el problema. Esta metodología es una herramienta que se puede aplicar al estudio de la propagación de cualquier otro error no aleatorio en posicionamiento puntual. Con esta última metodología y basándonos en las conclusiones extraídas de las anteriores se obtiene una comprensión más profunda del error ionosférico en posicionamiento puntual.

4.1. Modelo matemático para el posicionamiento puntual

El problema que tratamos en esta primera parte del capítulo es cómo se propaga el retardo ionosférico de la señal a la posición para un receptor de una única frecuencia que mide en código y resuelve su posición para cada época de medición. Recordemos que la ecuación para el observable de pseudo rango medido sobre la frecuencia $L1$ con código C/A ($C1_i^k$) (el que cualquier navegador recibe, la ecuación para el observable midiendo código P sería la misma) viene dada por la expresión 3.39. En este caso, le añadiremos 2 términos, el correspondiente al error del reloj del receptor, que en el capítulo anterior

tomábamos como nulo, y otro que tiene en cuenta todos aquellos errores que no se han modelado y que incluye el ruido propio de medición:

$$C1_i^k = \rho_i^k + c(dt_i(t) - dt^k(t - \tau_i^k)) + c\delta t_{rel} + \delta\rho_{trop} + \delta\rho_{ion} + \epsilon_i^k \quad (4.1)$$

En esta ecuación los $C1_i^k$ son las medidas de pseudo rango de la estación i (que será la única que participe en el posicionamiento puntual con un receptor aislado) a cada uno de los m satélites ($k = 1, \dots, m$) que está observando, ρ_i^k es la distancia geométrica entre el satélite k y el receptor i , c la velocidad de la luz, dt_i el error del reloj del receptor en el momento de la recepción de la señal (t), dt^k el error en el reloj del satélite en el momento de la emisión de la señal ($t - \tau_i^k$), τ_i^k el tiempo que tarda la señal en llegar al receptor desde su emisión en el satélite, δt_{rel} la corrección por efecto relativista (que en la mayor parte de los casos se incluye en el término correspondiente al error del reloj del satélite), $\delta\rho_{trop}$ el retardo que sufre la señal al propagarse a través de la atmósfera neutra, $\delta\rho_{ion}$ el correspondiente a la parte ionizada de la atmósfera y ϵ_i^k representa los errores que no se han modelado, incluido el ruido propio de medición.

La manera usual de resolver este sistema de m ecuaciones es linealizarlo, para lo que se necesitan valores aproximados de cada uno de los parámetros de la derecha de las ecuaciones, esto es, los valores aproximados: $(\rho_i^k)^0$, $(dt_i)^0$, $(dt^k)^0$ (en la que se incluye implícitamente la corrección por efecto relativista), $(\delta\rho_{trop})^0$, $(\delta\rho_{ion})^0$. Con ellos, se puede calcular un pseudo rango aproximado $(C1_i^k)^0$ que usaremos para restarlo a nuestra medida de pseudo rango, con lo que obtendremos:

$$\Delta C1_i^k = C1_i^k - (C1_i^k)^0 = \Delta\rho_i^k + c(\Delta dt_i - \Delta dt^k) + \Delta\delta\rho_{trop} + \Delta\delta\rho_{ion} + \epsilon_i^k \quad (4.2)$$

donde Δ indica el operador de resta entre los valores de la ecuación 4.1 y los aproximados. El siguiente paso consiste en la linealización del término $\Delta\rho_i^k$ que contiene implícitamente la posición del observador, incógnita que queremos resolver. Para ello, recordemos que esta distancia geométrica se podía expresar como función de las coordenadas de las posiciones del receptor (\vec{r}_i) y del satélite (\vec{r}^k):

$$\rho_i^k = \|\vec{r}_i - \vec{r}^k\| = \sqrt{\sum_{j=1}^3 (x_{ij} - x_j^k)^2} = f(x_{ij}, x_j^k) \quad (4.3)$$

donde x_{ij} y x_j^k indican las coordenadas de la estación i y el satélite k referidas al eje X_j . Con ello, podemos escribir la linealización como:

$$\Delta\rho_i^k = |f|_0 + \sum_{j=1}^3 \left| \frac{\partial f}{\partial x_{ij}} \right|_0 (x_{ij} - (x_{ij})^0) + \sum_{j=1}^3 \left| \frac{\partial f}{\partial x_j^k} \right|_0 (x_j^k - (x_j^k)^0) - (\rho_i^k)^0 \quad (4.4)$$

donde $|f|_0$ indica que el resultado de la función f se evalúa para los valores aproximados de las variables, esto es, para $(x_{ij})^0$ y $(x_j^k)^0$. Dado que el término $|f|_0$ es:

$$|f|_0 = \sqrt{\sum_{j=1}^3 ((x_{ij})^0 - (x_j^k)^0)^2} = (\rho_i^k)^0 \quad (4.5)$$

la linealización resulta:

$$\begin{aligned} \Delta\rho_i^k &= \sum_{j=1}^3 \frac{(x_{ij})^0 - (x_j^k)^0}{(\rho_i^k)^0} \Delta x_{ij} - \sum_{j=1}^3 \frac{(x_{ij})^0 - (x_j^k)^0}{(\rho_i^k)^0} \Delta x_j^k \\ &= -\vec{u}_i^k \Delta \vec{r}_i + \vec{u}_i^k \Delta \vec{r}^k \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde \vec{u}_i^k es el vector unidad con la dirección del receptor al satélite:

$$\vec{u}_i^k = \frac{(\vec{r}^k)^0 - (\vec{r}_i)^0}{\|(\vec{r}^k)^0 - (\vec{r}_i)^0\|} \quad (4.7)$$

Incorporándolo todo en la ecuación 4.2, resulta:

$$\Delta C1_i^k = -\vec{u}_i^k \Delta \vec{r}_i + \vec{u}_i^k \Delta \vec{r}^k + c(\Delta dt_i - \Delta dt^k) + \Delta \delta \rho_{trop} + \Delta \delta \rho_{ion} + \epsilon_i^k \quad (4.8)$$

Para el caso de posicionamiento puntual los términos que nos interesan resolver son $\Delta \vec{r}_i$ y Δdt_i . La manera habitual de proceder es reducir el número de incógnitas del sistema juntando varias en la variable ∇_i^k (Teunissen y Kleusberg, 1998b), con lo que el sistema se reduce a:

$$\Delta C1_i^k = -\vec{u}_i^k \Delta \vec{r}_i + c\Delta dt_i + \nabla_i^k \quad (4.9)$$

Sin embargo, esto no es suficiente, ya que el sistema de m ecuaciones contiene $m + 4$ incógnitas (los m ∇_i^k , las tres coordenadas espaciales $\Delta \vec{r}_i$ y la corrección al reloj del receptor Δdt_i) y no se puede resolver. La única manera de continuar es asumir que la influencia de los m términos ∇_i^k es despreciable (Teunissen y Kleusberg, 1998b), por lo que el sistema quedaría:

$$\Delta C1_i^k = -\vec{u}_i^k \Delta \vec{r}_i + c\Delta dt_i \quad (4.10)$$

con m ecuaciones y 4 incógnitas. Para resolver la posición del observador se necesita recibir la señal de un mínimo de 4 satélites cada época. Con una estimación inicial de la posición del observador se computa, como se indicó anteriormente, el pseudo rango aproximado que se emplea para restarlo al observado. Resolviendo 4.10 se obtienen las correcciones que hay que incorporar a la estimación inicial de la posición del observador. Para obtener una mejor determinación de la posición, el proceso se itera hasta la convergencia.

4.1.1. Representación matricial del sistema en coordenadas locales

El sistema dado por la expresión 4.10 se puede expresar en forma matricial como:

$$\vec{l} = \mathbf{A} \vec{p} \quad (4.11)$$

donde \vec{l} es el vector que contiene las correcciones en el pseudo rango, \vec{p} es el vector que contiene las correcciones en la posición y en el error del reloj del receptor y \mathbf{A} se conoce como matriz de diseño:

$$\vec{l} = \begin{pmatrix} \Delta C1_i^1 \\ \Delta C1_i^2 \\ \vdots \\ \Delta C1_i^m \end{pmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\vec{u}_i^1 & 1 \\ -\vec{u}_i^2 & 1 \\ \vdots & 1 \\ -\vec{u}_i^m & 1 \end{pmatrix} \quad \vec{p} = \begin{pmatrix} \Delta \vec{r}_i \\ c\Delta dt_i \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Los vectores \vec{u}_i^k están constituidos por los cosenos directores del vector que une receptor con emisor $(\vec{r}^k - \vec{r}_i)$. Para un sistema de referencia centrado en el centro de masas de la Tierra y con los ejes como muestra la figura 4.1, la matriz de diseño y el vector \vec{p} vienen dados por:

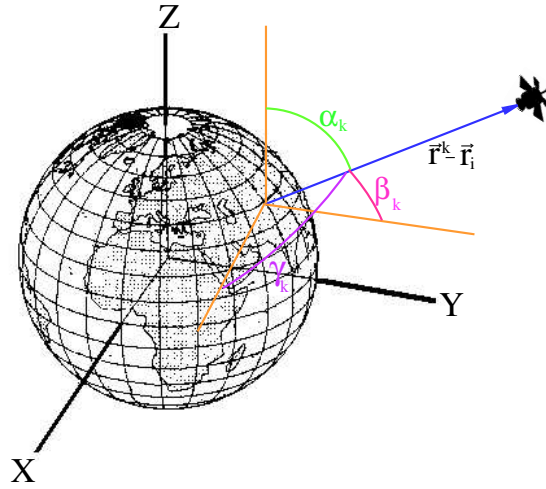


Figura 4.1: Cosenos directores en el sistema de referencia centrado en el centro de masas de la Tierra y que gira solidariamente con ella

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{x^{(1)}-x_i}{\|\vec{r}^{(1)}-\vec{r}_i\|} & -\frac{y^{(1)}-y_i}{\|\vec{r}^{(1)}-\vec{r}_i\|} & -\frac{z^{(1)}-z_i}{\|\vec{r}^{(1)}-\vec{r}_i\|} & 1 \\ -\frac{x^{(2)}-x_i}{\|\vec{r}^{(2)}-\vec{r}_i\|} & -\frac{y^{(2)}-y_i}{\|\vec{r}^{(2)}-\vec{r}_i\|} & -\frac{z^{(2)}-z_i}{\|\vec{r}^{(2)}-\vec{r}_i\|} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{x^{(m)}-x_i}{\|\vec{r}^{(m)}-\vec{r}_i\|} & -\frac{y^{(m)}-y_i}{\|\vec{r}^{(m)}-\vec{r}_i\|} & -\frac{z^{(m)}-z_i}{\|\vec{r}^{(m)}-\vec{r}_i\|} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos \alpha_1 & -\cos \beta_1 & -\cos \gamma_1 & 1 \\ -\cos \alpha_2 & -\cos \beta_2 & -\cos \gamma_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\cos \alpha_m & -\cos \beta_m & -\cos \gamma_m & 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \\ c\Delta t_i \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

donde $\vec{r}^{(k)} = (x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)})$, son las coordenadas del satélite k en el sistema X, Y, Z de la figura 4.1 y $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ las de la estación, los cosenos de α, β y γ son los cosenos directores del vector $\vec{r}^{(k)} - \vec{r}_i$, que también se muestran en esa misma figura.

En ciertos casos, suele ser más interesante expresar la corrección en la posición del receptor en un sistema de coordenadas locales, centrado en el observador. Este sistema, que se muestra en la figura 4.2, se ha escogido dextrógiro con su primer eje orientado con el Norte geográfico, el segundo con dirección Oeste y el tercero coincidente con el zenit del observador. Las variables que se emplean para localizar al satélite en este sistema son su elevación, que denotaremos como η , y su azimut χ , que también se muestran en la figura. La matriz de diseño y el vector \vec{p} en este sistema local vienen dados por:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\cos \eta_1 \cos \chi_1 & \cos \eta_1 \sin \chi_1 & -\sin \eta_1 & 1 \\ -\cos \eta_2 \cos \chi_2 & \cos \eta_2 \sin \chi_2 & -\sin \eta_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\cos \eta_m \cos \chi_m & \cos \eta_m \sin \chi_m & -\sin \eta_m & 1 \end{pmatrix} \quad \vec{p} = \begin{pmatrix} \Delta n_i \\ \Delta w_i \\ \Delta h_i \\ c\Delta t_i \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

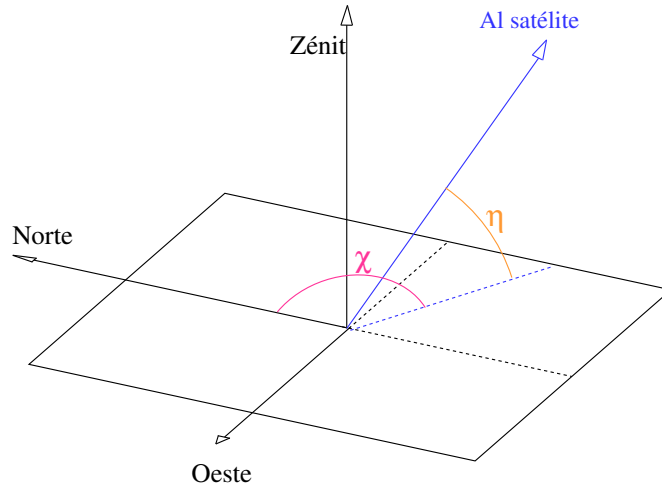


Figura 4.2: Sistema local centrado en el observador. Las variables que se emplean para localizar un satélite en este sistema son la elevación, η , y el azimut respecto al norte, χ

donde Δn_i , Δw_i y Δh_i son las componentes norte, oeste y cenital de la corrección en la posición del observador.

Para representar las distintas configuraciones de satélites en coordenadas locales de elevación (η) y azimut (χ) es muy conveniente el uso de la esfera unidad, esfera imaginaria centrada en el observador cuyo radio es la unidad. En ella la representación de la localización de un determinado satélite se realiza a través del corte de la línea que une observador y satélite con esta esfera unidad, indicado como punto **A** en la figura 4.3. Como simplificación de esta representación, se puede emplear la proyección de los puntos en esta esfera sobre el plano horizontal. En el plano, la posición del satélite se marca como punto **B** en la figura 4.3.

4.1.2. Resolución del sistema: ajuste de mínimos cuadrados

Independientemente del sistema de coordenadas elegido, la solución del sistema dado por la ecuación 4.11 en el caso $m = 4$ es sencillamente el producto de la inversa de la matriz de diseño (\mathbf{A}^{-1}) con el vector que contiene los errores en pseudo rango (\vec{l}), esto es:

$$\vec{p} = \mathbf{A}^{-1} \vec{l} \quad \text{para } m = 4 \quad (4.15)$$

Este producto se puede realizar siempre que la matriz de diseño no sea singular lo que es, en general, una suposición realista dada la distribución real de satélites.

Sin embargo, para $m > 4$ el sistema está sobredeterminado y para resolverlo se emplea un ajuste de mínimos cuadrados (Walpole y Myers, 1992). Para ello, se supone el siguiente modelo matemático para nuestras observaciones:

$$\vec{l} = \mathbf{A} \vec{p} + \vec{\epsilon} \quad (4.16)$$

donde $\vec{\epsilon} = (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_m)$ y cada ϵ_j representa un error aleatorio. El método de mínimos cuadrados ajusta los parámetros \vec{p} de tal manera que la suma de los cuadrados de los

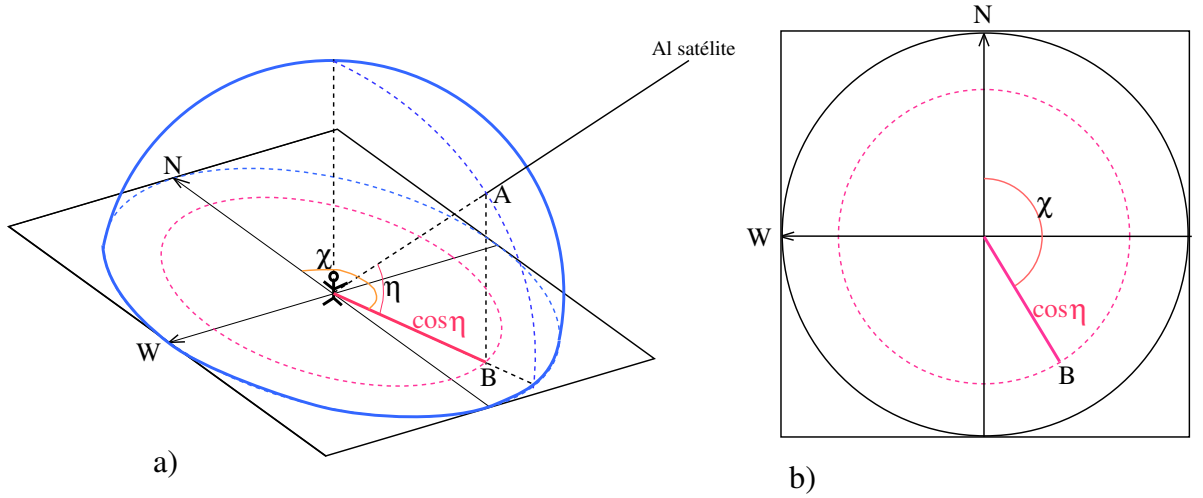


Figura 4.3: Representación de la posición del satélite en coordenadas locales. a) Uso de la esfera unidad; b) proyección de las coordenadas locales en el plano

residuos de $(\vec{l} - \mathbf{A}\vec{p})$ sea mínimo, esto es, hace $\sum_{k=1}^m (l_k - \sum_{j=1}^4 A_{kj}p_j)^2$ mínimo. La solución viene dada por (Goad, 1998b):

$$\vec{p} = (\mathbf{A}^T \mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{\Sigma}^{-1} \vec{l} \quad (4.17)$$

donde $\mathbf{\Sigma}$ es la matriz de varianzas, igual a la esperanza del producto de los errores aleatorios:

$$\Sigma_{ij} = E(e_i e_j) \quad (4.18)$$

La matriz $\mathbf{\Sigma}$ no se conoce, de manera que para resolver el sistema se suele suponer que los errores e_j tienen media nula y varianza σ^2 . De esta forma, la matriz $\mathbf{\Sigma}$ queda como $\sigma^2 \mathbf{I}$, donde \mathbf{I} es la matriz identidad. Finalmente, el sistema se resuelve, suponiendo que la matriz de diseño \mathbf{A} no sea singular, a través de la siguiente expresión:

$$\vec{p} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \vec{l} \quad (4.19)$$

4.1.3. Una medida de la influencia de la geometría: Dilución de la Precisión

Bajo el supuesto de errores aleatorios e_j de esperanza nula y varianza σ^2 , los errores en la estimación de las coordenadas de la posición y del reloj del observador tienen también esperanza nula y su varianza viene dada por (Misra y Enge, 2001):

$$E(e(p_i)e(p_j)) = \sigma^2 (A^T A)^{-1}_{ij} \quad (4.20)$$

por lo que el error cuadrático medio en la estimación de la posición y del error del reloj vienen dados por:

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= \sigma^2 (A^T A)^{-1}_{11} \\ \sigma_y^2 &= \sigma^2 (A^T A)^{-1}_{22} \\ \sigma_z^2 &= \sigma^2 (A^T A)^{-1}_{33} \\ \sigma_{cdt}^2 &= \sigma^2 (A^T A)^{-1}_{44} \end{aligned} \quad (4.21)$$

esto es, tiene una parte que depende enteramente del error en la medida del observable (σ^2) y otra que depende exclusivamente de la geometría del problema a través de la matriz $(A^T A)^{-1}$. A partir de estas relaciones, se definen una serie de factores conocidos como Dilución de la Precisión (DOP), que caracterizan la contribución de la geometría satélite-observador en la relación entre los errores aleatorios en los observables y los correspondientes en la posición y error de reloj. Así, se definen el factor de Dilución de la Precisión en la Posición (PDOP) como $\sqrt{(A^T A)_{11}^{-1} + (A^T A)_{22}^{-1} + (A^T A)_{33}^{-1}}$, el factor de Dilución de la Precisión en el Tiempo (TDOP) como $\sqrt{(A^T A)_{44}^{-1}}$ y el factor Dilución de la Precisión Geométrica (GDOP) como $\sqrt{(A^T A)_{11}^{-1} + (A^T A)_{22}^{-1} + (A^T A)_{33}^{-1} + (A^T A)_{44}^{-1}}$.

En el caso de utilizar un sistema de referencia local, el sistema dado por 4.21 se transforma en:

$$\begin{aligned}\sigma_n^2 &= \sigma^2 (A^T A)_{11}^{-1} \\ \sigma_w^2 &= \sigma^2 (A^T A)_{22}^{-1} \\ \sigma_h^2 &= \sigma^2 (A^T A)_{33}^{-1} \\ \sigma_{cdt}^2 &= \sigma^2 (A^T A)_{44}^{-1}\end{aligned}\tag{4.22}$$

por lo que se pueden definir un factor de Dilución de la Precisión Horizontal (HDOP) equivalente a $\sqrt{(A^T A)_{11}^{-1} + (A^T A)_{22}^{-1}}$ y el factor de Dilución de la Precisión Vertical (VDOP) como $\sqrt{(A^T A)_{44}^{-1}}$.

Estos factores se emplean como una medida de influencia de la geometría sobre la calidad de las posiciones que se están calculando (un PDOP muy grande indica que la repercusión de los errores aleatorios de las medidas en la posición será mayor) y, por lo tanto, también como una herramienta para caracterizar la calidad de la geometría que permite alertar ante configuraciones de satélites que pudieran multiplicar el efecto del ruido aleatorio en los observables cuando se calcula la posición.

4.1.4. Propagación de errores no aleatorios

En esta sección nos concentraremos en entender cómo se propagan los errores no aleatorios a las estimaciones de las coordenadas de la posición a través del proceso de ajuste de mínimos cuadrados que se emplea para calcular tales estimaciones, ya presentado en la sección 4.1.2.

Supongamos que hay un error no aleatorio (δ_i^k) en la medida del pseudo rango que no fuimos capaces de modelar en el momento de calcular los pseudo rangos aproximados, pero que ahora conocemos y queremos incluir. Para ello, habremos de utilizar un nuevo pseudo rango aproximado $(C1_i^k)^0$ relacionado con el antiguo $(C1_i^k)$ por:

$$\begin{aligned}(C1_i^k)^0 &= (\rho_i^k)^0 + c((dt_i)^0 - (dt^k)^0) + (\delta\rho_{trop})^0 + (\delta\rho_{ion})^0 + \delta_i^k \\ (C1_i^k)^0 &= (C1_i^k) + \delta_i^k\end{aligned}\tag{4.23}$$

Del mismo modo, la antigua corrección en el pseudo rango $(\Delta C1_i^k)$ se verá alterada por δ_i^k , con lo que la nueva corrección $(\Delta C1_i^k)$ quedará:

$$\Delta C1_i^k = \Delta C1_i^k - \delta_i^k\tag{4.24}$$

Por lo que habremos de alterar también la antigua determinación de la corrección en la posición ($\Delta \vec{r}_i$) y error del reloj (Δdt_i) a unas nuevas ($\Delta \vec{r}_i^*$ y Δdt_i^*) que vienen dadas con la expresión 4.10 por:

$$\begin{aligned}\Delta C1_i^{*k} &= -\vec{u}_i^k \Delta \vec{r}_i^* + c\Delta dt_i^* \\ \Delta C1_i^k - \delta_i^k &= -\vec{u}_i^k (\Delta \vec{r}_i - \delta \vec{r}_i) + c(\Delta dt_i - \delta dt_i) \\ \Rightarrow \delta_i^k &= -\vec{u}_i^k \delta \vec{r}_i + c\delta dt_i\end{aligned}\quad (4.25)$$

Es decir, que la ecuación 4.10 no sólo nos muestra cómo se propagan a la posición las correcciones en el pseudo rango, como se ha mostrado en la sección anterior, sino que también se puede interpretar como una ecuación que liga un error no aleatorio en el pseudo rango (δ_i^k) con su correspondiente en posición y error de reloj del receptor ($\delta \vec{r}_i$, δdt_i). Así, para conocer cómo se traduce un determinado sesgo en la pseudodistancia (δ_i^k) a la posición sólo habremos de resolver el sistema $\vec{l} = \mathbf{A} \vec{p}$ con:

$$\vec{l} = \begin{pmatrix} \delta_i^1 \\ \delta_i^2 \\ \vdots \\ \delta_i^m \end{pmatrix}\quad (4.26)$$

para obtener los $\delta \vec{r}_i^k$ y δdt_i . En este capítulo emplearemos esta propagación para averiguar cómo se trasladan a la posición los errores ionosféricos. Utilizaremos un sistema de coordenadas locales, centrado en el observador por considerarlo más útil para la descripción del fenómeno.

4.2. Estimación del error ionosférico en la posición a partir de observaciones GPS

Como se vio en la sección 1.2.2, se puede emplear la propiedad dispersiva de la ionosfera para, combinando observaciones en distintas frecuencias, eliminar la mayor parte de la contribución ionosférica, es lo que se conoce como *combinación libre de ionosfera*, P3:

$$\begin{aligned}P1_i^k &= \rho_i^k - cdt^k + cdt_i + \delta\rho_{trop} + \frac{\alpha}{f_1^2} STEC_i^k + \epsilon_{1i}^k \\ P2_i^k &= \rho_i^k - cdt^k + cdt_i + \delta\rho_{trop} + \frac{\alpha}{f_2^2} STEC_i^k + \epsilon_{2i}^k \\ P3_i^k &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} P1_i^k - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} P2_i^k\end{aligned}\quad (4.27)$$

donde $P1_i^k$ y $P2_i^k$ son los observables sobre código en ambas portadoras, ρ_i^k la distancia geométrica entre satélite y receptor, dt^k y dt_i los errores de los relojes del receptor y el satélite, en el que se incluye la corrección relativista, $\delta\rho_{trop}$ es el error debido a la troposfera, $\frac{\alpha}{f_1^2} STEC_i^k$ y $\frac{\alpha}{f_2^2} STEC_i^k$ son los errores ionosféricos para cada una de las señales y ϵ_{1i}^k y ϵ_{2i}^k los errores no modelados, incluido el ruido de medición.

Con esta combinación, las magnitudes independientes de la frecuencia de la portadora no varían, mientras que aquéllas que sí dependen se verán combinadas. En el caso del grueso del error ionosférico, dada su dependencia de la frecuencia ($\frac{\alpha}{f^2} STEC_i^k$), se anula al

realizar esta combinación de observables. El error ionosférico no es la única magnitud que depende de la frecuencia de la portadora. Por ejemplo, dado que el ruido de la señal varía según el observable, suponiendo que los errores no modelados en P1 y P2 sólo se deben al ruido de medición y son del mismo orden, $\epsilon_{1i}^k \approx \epsilon_{2i}^k$, el ruido en el observable P3 será unas tres veces mayor que en cada observable por separado (Misra y Enge, 2001).

De la misma manera, se puede combinar P1 y P2 para eliminar aquellos términos independientes de la frecuencia de la portadora y así aislar la parte correspondiente al grueso del error ionosférico. Normalmente se trabaja con la denominada *combinación libre de geometría*, P4, que no es más que la resta P1 – P2. Utilizando esta combinación y multiplicándola por el factor $\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}$, como se muestra en la ecuación 4.28, se consigue dejar el error ionosférico con la misma expresión que en P1, lo que evaluándolo directamente nos permitirá estimar el error ionosférico para el caso más sencillo y extendido de receptor monofrecuencia que mide código C/A.

$$\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}(P2 - P1) \quad (4.28)$$

Hasta ahora no hemos tenido en cuenta en el cálculo del retardo de la señal τ_i^k el hecho de que existe un intervalo de tiempo entre la generación de la señal y su transmisión a través de la antena del satélite. Se trata de un retraso debido al soporte físico y distinto, en general, para cada satélite y para cada frecuencia de la onda portadora. Normalmente, en posicionamiento puntual, este retraso no se tiene en cuenta y queda embebido en el término ∇_i^k (véase ecuación 4.9), ya que hay errores que contribuyen en mayor medida. Al mismo tiempo, tampoco se ha estado considerando el retardo en el receptor entre la llegada de la señal a la antena y su procesado, ya que en la resolución del problema queda completamente embebido en el término de error del reloj del receptor. Sin embargo, para intentar aislar del mejor modo posible la componente ionosférica, habremos de tenerlos en cuenta, ya que, al depender de la frecuencia de la onda portadora no se anulan en la combinación de la ecuación 4.28. Retomando la ecuación del observable de código 3.1 y añadiendo los términos debidos a ambos retardos de soporte físico, el relativo al satélite (d^k) y al receptor (d_i), podremos escribir:

$$\begin{aligned} P1_i^k &= c[t_i - t^k] + \epsilon_{1i}^k = c(\tau_{1i}^k + d_1^k + d_{1i}) + \epsilon_{1i}^k \\ P2_i^k &= c[t_i - t^k] + \epsilon_{2i}^k = c(\tau_{2i}^k + d_2^k + d_{2i}) + \epsilon_{2i}^k \end{aligned} \quad (4.29)$$

Donde c es la velocidad de la luz en el vacío, t_i es el momento de procesado de la señal en el receptor y t^k el momento de su generación en el satélite y donde se ha incluido explícitamente los términos relativos a los errores no modelados, que supondremos debidos exclusivamente al ruido de medición (ϵ_{1i}^k y ϵ_{2i}^k). El término relativo al retardo de la señal, lo que ésta tarda en llegar a la antena del receptor desde su transmisión en el satélite, se ha dejado explícitamente dependiente de la frecuencia de la portadora (τ_{1i}^k y τ_{2i}^k), ya que incluye el retardo ionosférico que es diferente para cada frecuencia.

A partir de aquí, podemos retomar la combinación 4.28 eliminando aquellos términos independientes de la frecuencia, con lo que obtendremos:

$$\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}(P2 - P1) = -c \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} [(d_1^k - d_2^k) + (d_{1i} - d_{2i})] + \frac{\alpha}{f_1^2} STEC_i^k + \epsilon_{i,comb}^k \quad (4.30)$$

Donde $\epsilon_{i,comb}^k$ hace referencia a la combinación de los errores no modelados en cada observable. De nuevo, suponiendo que los errores en P1 y P2 sólo se deben al ruido de medición y son del mismo orden, $\epsilon_{1i}^k \approx \epsilon_{2i}^k$, el ruido en esta combinación será unas dos veces mayor que en cada observable por separado.

Los términos $d_1^k - d_2^k$ y $d_{1i} - d_{2i}$ son los Retardos Diferenciales de Código (DCB) para el satélite y para el receptor. Para los satélites son generalmente inferiores, entre $\pm 9TECU$, mientras que para los receptores pueden ser mayores, $\pm 30TECU$ (Mannucci *et al.*, 1998).

Desde el 8 de abril de 2000, los centros del IGS determinan los valores de los DCB para todos los satélites GPS, así como para algunas estaciones de este mismo servicio. A partir de estas determinaciones accesibles en Internet¹, se puede estimar el retardo ionosférico para la frecuencia L1 ($\widetilde{\delta}_{1i}^k$) con datos reales de P1 y P2, para lo que se necesita un receptor de doble frecuencia. Tomando las estimaciones de Hofmann-Wellenhof *et al.* (1994) para el ruido en los observables P1 y P2 con la combinación 4.31 estaremos obteniendo el error ionosférico en el pseudo rango con un ruido de unos 20 a 60 cm.

$$\widetilde{\delta}_i^k = \frac{\alpha}{f_1^2} \widetilde{STEC}_i^k = \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} (P2 - P1) + c \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} [(d_1^k - d_2^k) + (d_{1i} - d_{2i})] \quad (4.31)$$

Para evaluar el efecto en la posición del error ionosférico estimado ($\widetilde{\delta}_i^k$) para cada satélite k de los m presentes en una época de observación se puede procesar las observaciones GPS con un programa de posicionamiento puntual y restar las coordenadas obtenidas tras procesar la combinación P3 de las correspondientes al procesado de P1. De manera equivalente, se puede prescindir del programa y propagar directamente el error como se ha explicado en la sección 4.1.4 a través de:

$$\begin{pmatrix} \delta n_i \\ \delta w_i \\ \delta h_i \\ c\delta dt_i \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} \widetilde{\delta}_i^1 \\ \widetilde{\delta}_i^2 \\ \vdots \\ \widetilde{\delta}_i^m \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

donde δn_i , δw_i y δh_i son los errores ionosféricos en las componentes norte, oeste y altura de la posición del receptor i y $c\delta dt_i$ la correspondiente al error del reloj de éste. Para calcular la matriz de diseño (término \mathbf{A}) se requiere, además de la posición del observador, la localización de cada uno de los satélites, que se calculará a partir del archivo de órbitas precisas del día de estudio, empleando parte de las subrutinas elaboradas para el programa de generación de observaciones GPS artificiales del capítulo 3.

4.2.1. Selección de los datos

El objetivo que se persigue en esta sección es caracterizar el comportamiento medio del error ionosférico en posición en la región de latitudes medias europeas, por lo que se excluyen explícitamente aquellos momentos de anomalías ionosféricas como por ejemplo tormentas geomagnéticas.

Para cubrir la región europea y atendiendo a criterios de longitud temporal de las series de datos, así como disponibilidad de coordenadas precisas y calidad de los receptores, se han seleccionado 4 estaciones GPS europeas de doble frecuencia que se muestran en la figura 4.4 para analizar el efecto ionosférico en la posición. Para comparar las tendencias

¹a través de <http://www.aiub.unibe.ch/download/BSWUSER50/ORB/>

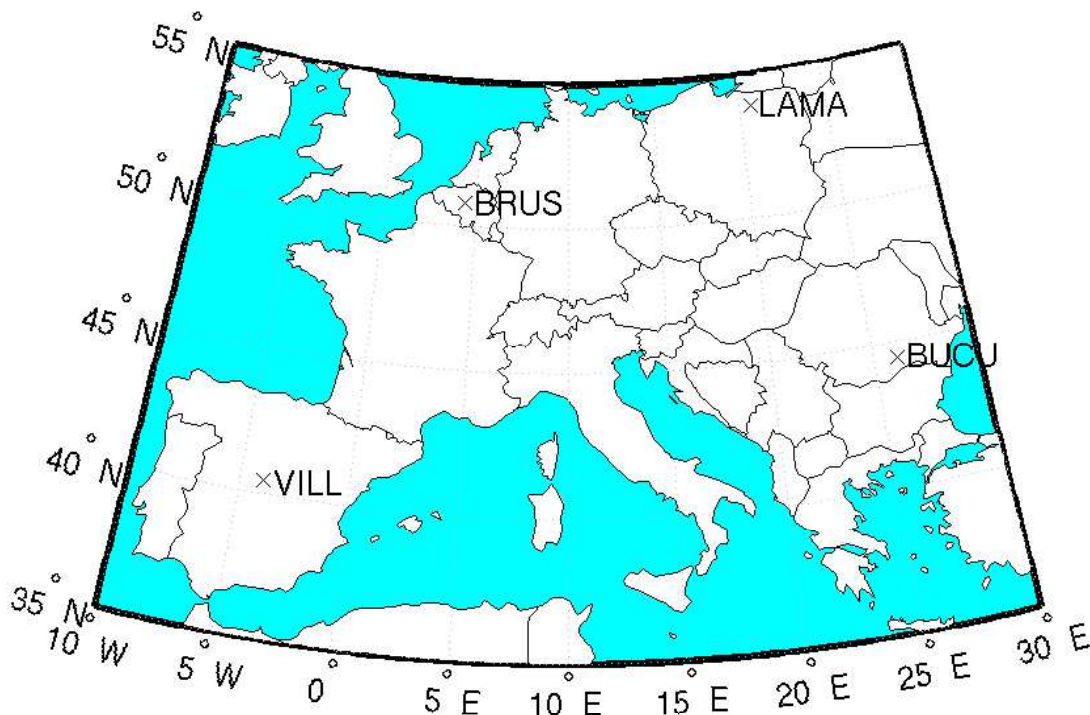


Figura 4.4: Localización de las estaciones europeas procesadas

que se encuentran en las estaciones europeas también se emplea una estación perteneciente al hemisferio sur, HOB2, cuya localización se muestra en la figura 4.5.

Para la caracterización del comportamiento estacional del error ionosférico, se ha tomado como representativos los meses próximos a los equinoccios (marzo y septiembre), así como a los solsticios (junio y diciembre). Dentro de cada mes, se han escogido 5 días consecutivos que no presentaran actividad geomagnética perturbada ($Dst > -50$), y cuyo flujo solar en la banda de $10,7\text{cm}$ se acercara a la media mensual con objeto de fueran representativos del comportamiento no perturbado de ese mes. Para evitar la problemas con la Disponibilidad Selectiva (SA), se ha tomado como inicio del análisis el mes de junio de 2000 y se ha prolongado hasta junio de 2004. Esto conlleva un total de 85 días analizados para cada estación que comprenden la parte de mayor actividad del ciclo solar 23.

Dado el intervalo de muestreo (30 segundos) esta selección implica el análisis de 2880 posiciones por día y estación. En conjunto, para las cuatro estaciones analizadas esto supone cerca de 1 millón de posiciones procesadas.

En la tabla 4.1 se listan los días procesados de cada mes. En la figura 4.6 se muestra el flujo solar en la banda de 10.7cm suavizado mediante un promedio móvil de 27 días (periodo aproximado de rotación solar) y sobre este gráfico los días analizados. Se muestra este gráfico suavizado ya que la correlación que muestra la actividad ionosférica con este promedio es mayor que con el valor diario del flujo solar.

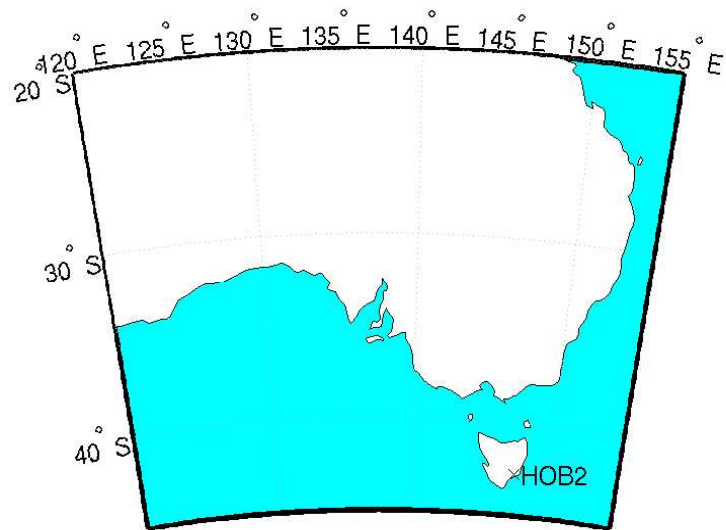
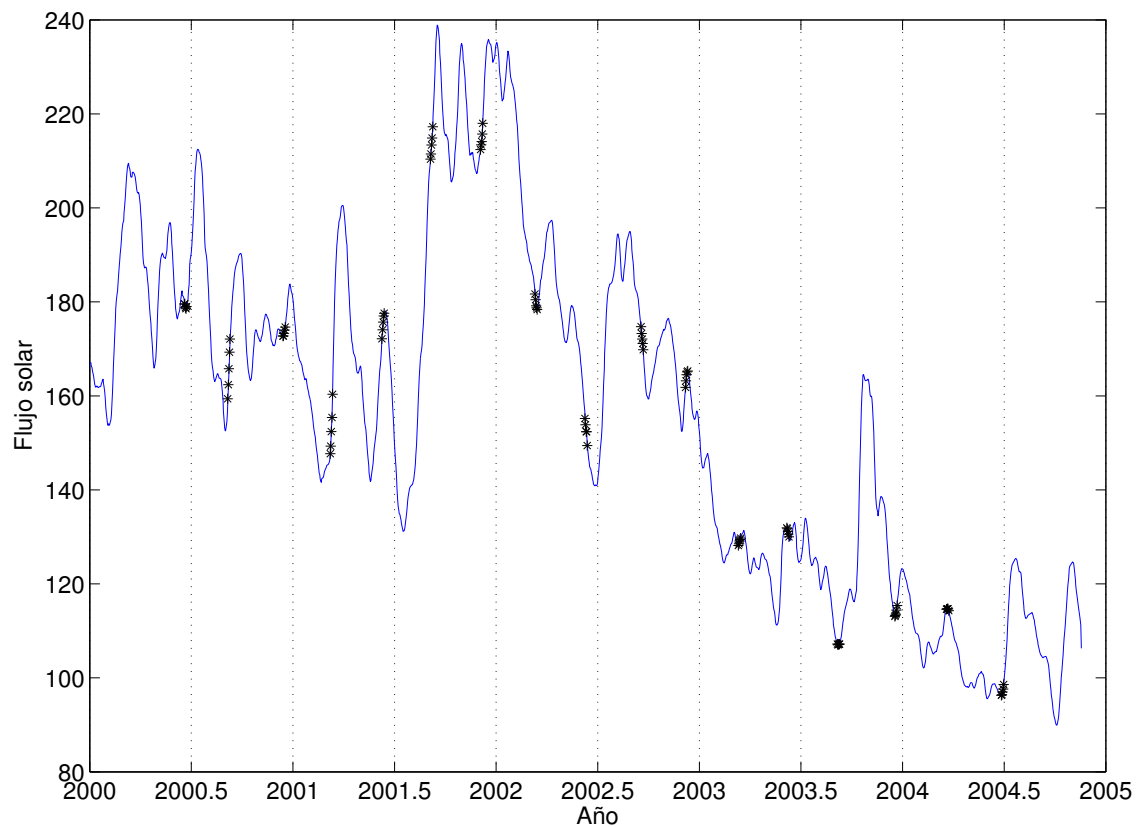


Figura 4.5: Localización de la estación australiana procesada

Figura 4.6: Flujo solar en la banda de 10.7 cm suavizado mediante un promedio móvil de 27 días (unidades de flujo solar: $10^{-22} W m^{-2} Hz^{-1}$). Se marcan encima los grupos de 5 días analizados para cada mes del estudio

	Marzo	Junio	Septiembre	Diciembre
2000		18 a 22	4 a 8	12 a 16
2001	8 a 12	9 a 13	4 a 8	3 a 7
2002	11 a 15	9 a 13	18 a 22	7 a 11
2003	11 a 15	6 a 10	5 a 9	17 a 21
2004	19 a 23	26 a 30		

Tabla 4.1: Lista de días elegidos para cada época de cada año bajo análisis

4.2.2. Ruido de las estaciones y promedio de los datos

A modo de ejemplo, en la figura 4.7 se grafica el comportamiento del error ionosférico en cada una de las componentes para los cinco días elegidos de diciembre de 2000 en la estación de LAMA. Se puede observar cómo los cinco días analizados muestran un comportamiento en función de la hora del día muy similar, hecho que se repite para todas las estaciones y épocas del año procesadas.

Con objeto de analizar el comportamiento medio del error ionosférico en posición y para reducir el ruido que muestran algunas estaciones (en especial la de BRUS) se ha optado por promediar las observaciones correspondientes al conjunto de cinco días para obtener un solo *día característico* de cada época de cada año bajo análisis. Así mismo, en lugar de obtener una posición por cada 30 segundos (intervalo de muestreo utilizado), se han promediado en intervalos de 15 minutos, reduciendo de esta manera el ruido. En la misma figura 4.7 se muestra en línea negra superpuesta el resultado de este procedimiento, que reproduce las características del conjunto de los cinco días: las componentes de altura y error de reloj muestran una evolución similar con un máximo en las horas centrales del día (las 10 y media UT aproximadamente) y valores muy pequeños para las horas nocturnas, la componente norte muestra tendencia positiva durante la mayor parte del día, mientras que la oeste muestra tendencia positiva al principio del día y negativa hacia el final de éste.

En las figuras 4.8, 4.9 y 4.10 se muestran los promedios en las componentes norte, oeste y altura respectivamente, para la estación de BUCU. Se muestran tan sólo las de esta estación porque los resultados son similares en las otras tres estudiadas. A su vez, cada figura está subdividida en cuatro gráficas que representan las cuatro estaciones del año y en cada una se incluyen los promedios para todos los años bajo estudio.

La tendencia de la componente norte del error es claramente positiva para todas las épocas y años bajo análisis. Su valor suele ser mayor en las horas centrales del día, sobre todo para las épocas próximas al equinoccio de primavera, momento en el que alcanza para el año 2002, en promedio, unos 6 metros de error.

En cuanto a la componente oeste, muestra un comportamiento oscilante: en las horas tempranas del día, cerca del amanecer, la tendencia es claramente positiva, mientras que en las horas vespertinas, próximas al atardecer, esta tendencia se invierte. Este comportamiento se puede observar en todas las épocas y es más notable para marzo. Este comportamiento es muy notable para diciembre de 2001, momento en el que la actividad solar muestra un claro máximo (véase figura 4.6).

La componente del error ionosférico que recae en la altura muestra un ciclo diurno con un máximo en las horas centrales del día. Durante la noche esta componente suele estar próxima a los 3 metros, dependiendo de la época y el año. El máximo diurno puede llegar a ser muy grande incluso a estas latitudes medias: se puede observar que el promedio alcanza

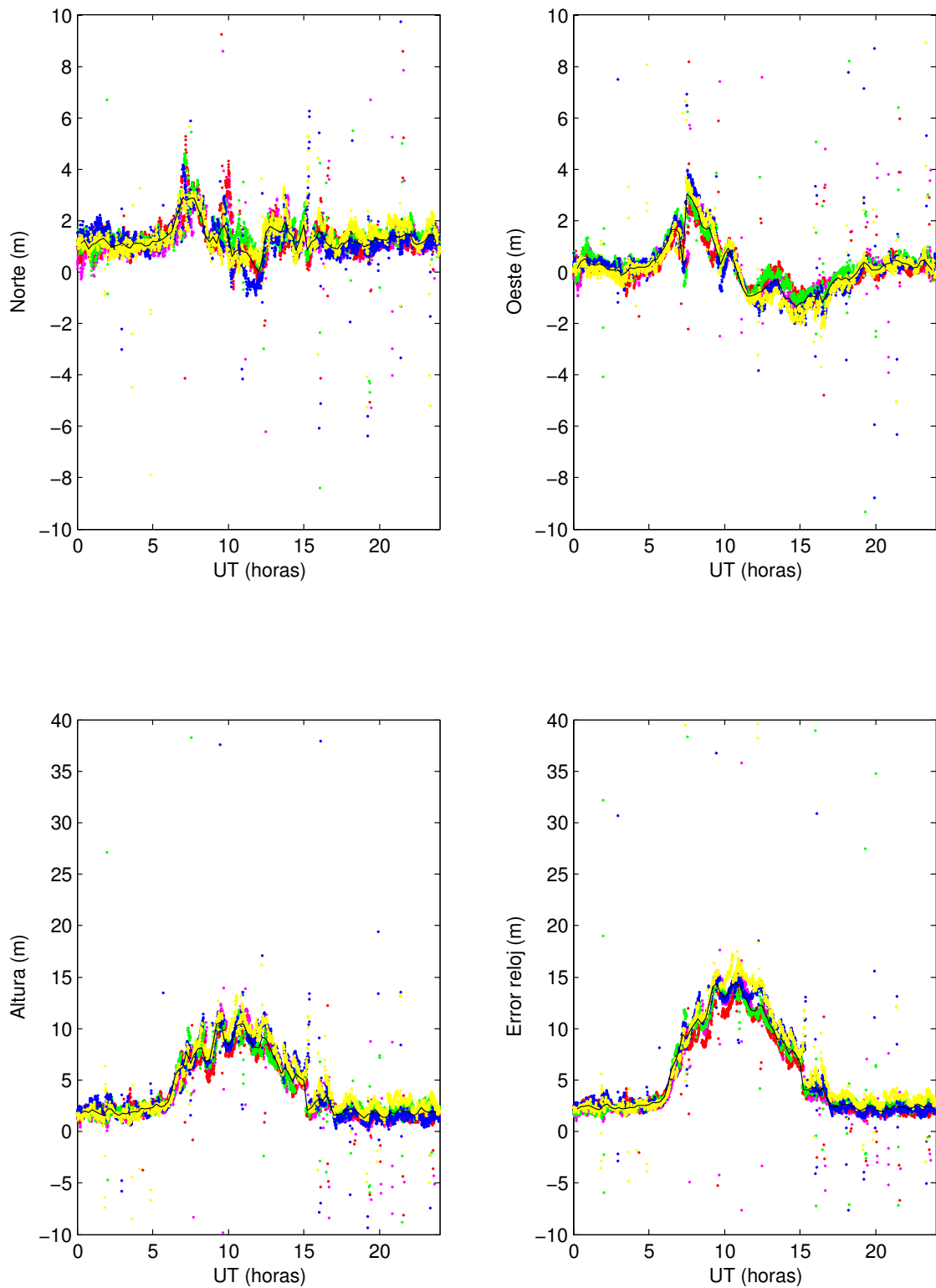


Figura 4.7: Comportamiento diario del error ionosférico en posición para la estación de LAMA en diciembre de 2000. Los datos correspondientes a cada uno de los cinco días consecutivos se marcan con magenta, rojo, verde, azul y amarillo. En línea negra se marca el promedio

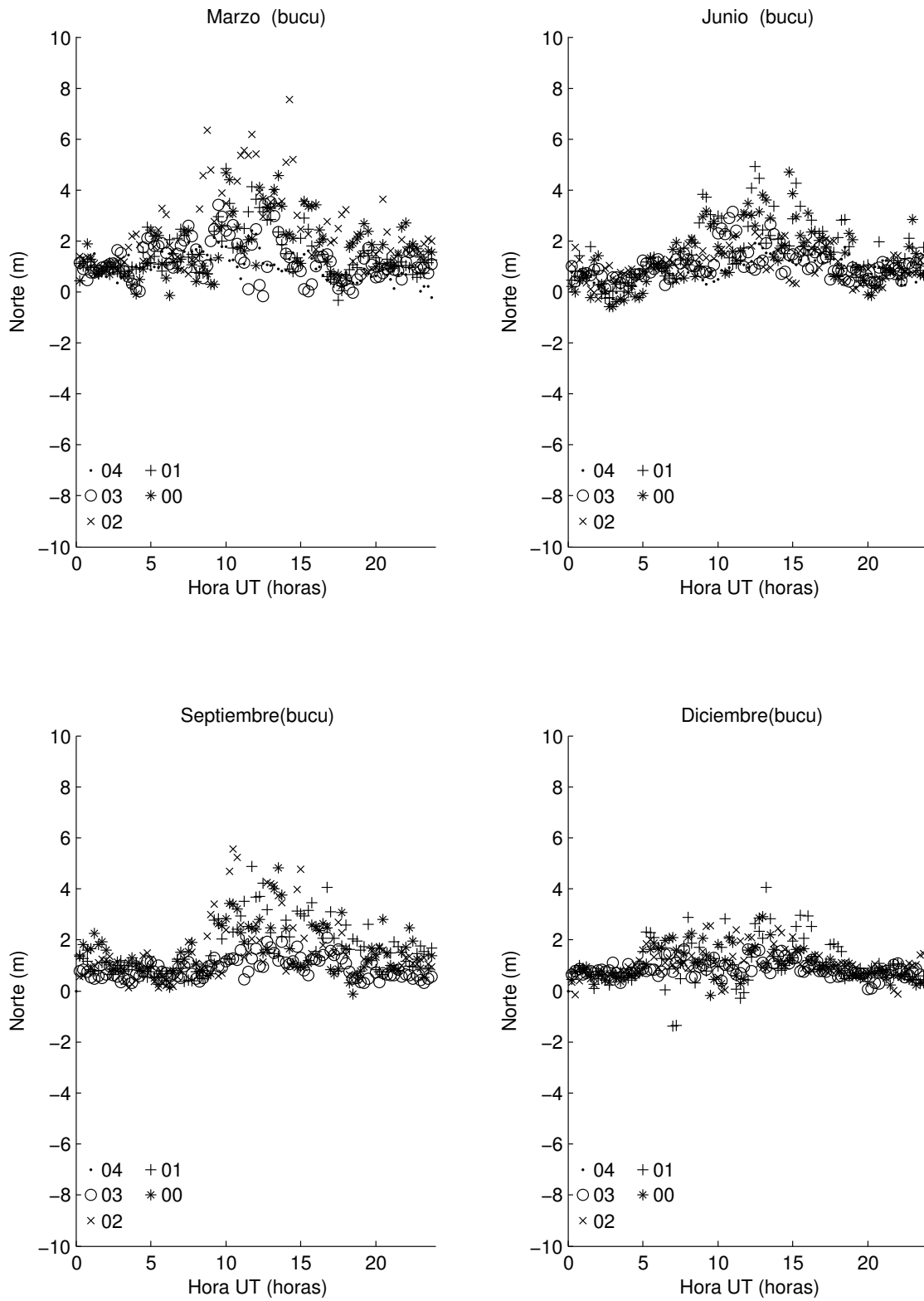


Figura 4.8: Promedio de la componente norte para la estación de BUCU

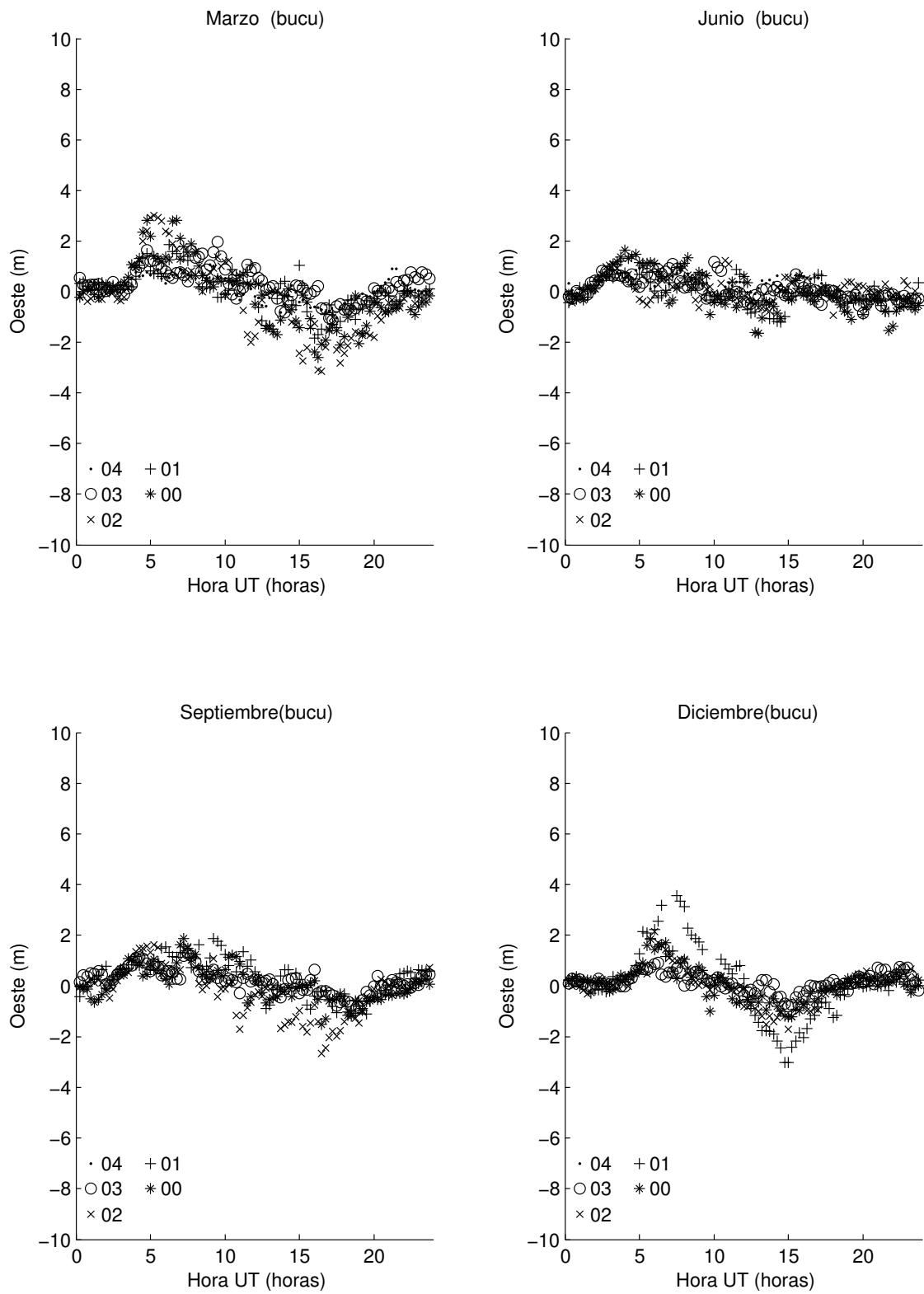


Figura 4.9: Promedio de la componente oeste para la estación de BUCU

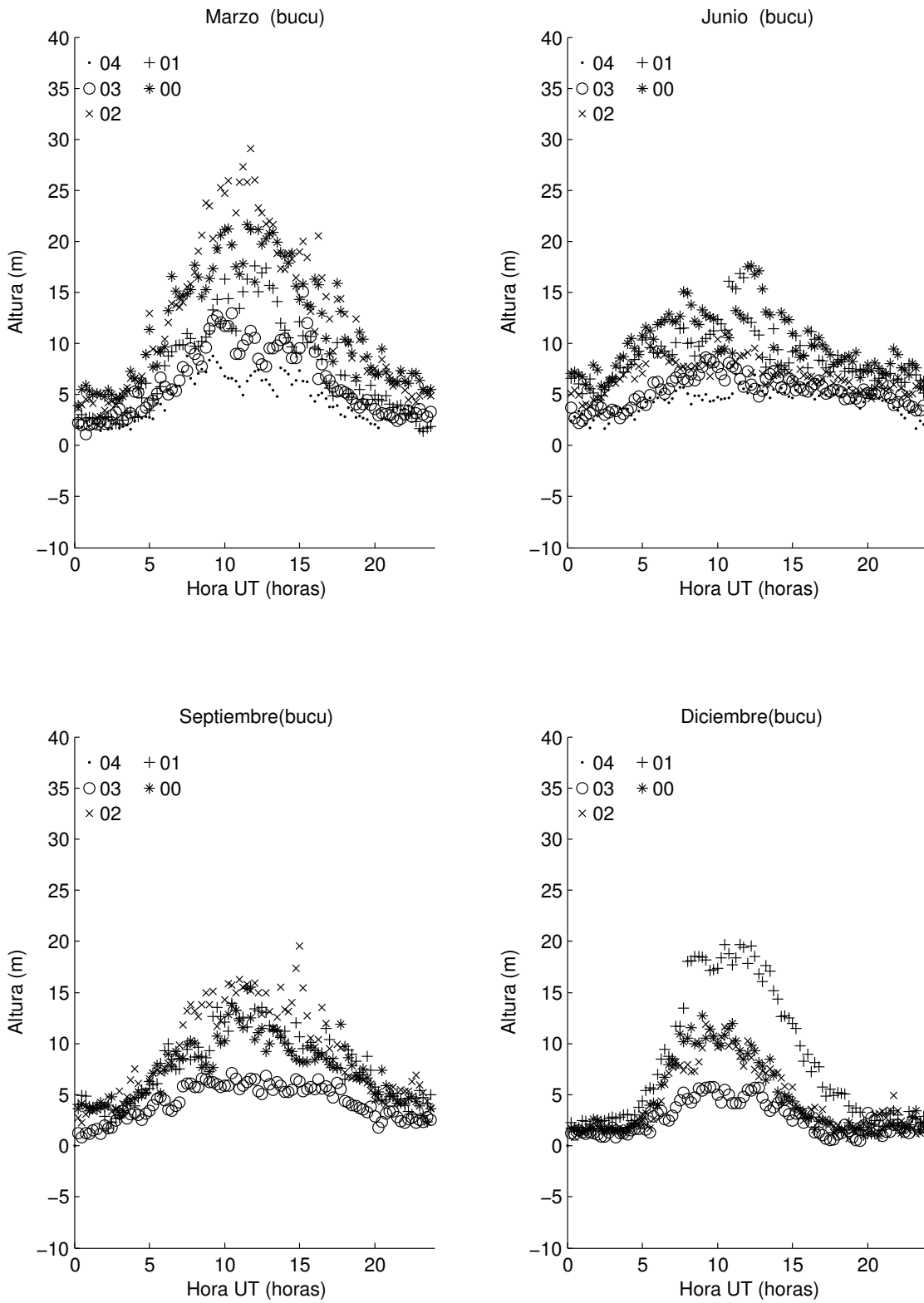


Figura 4.10: Promedio de la componente de altura para la estación de BUCU

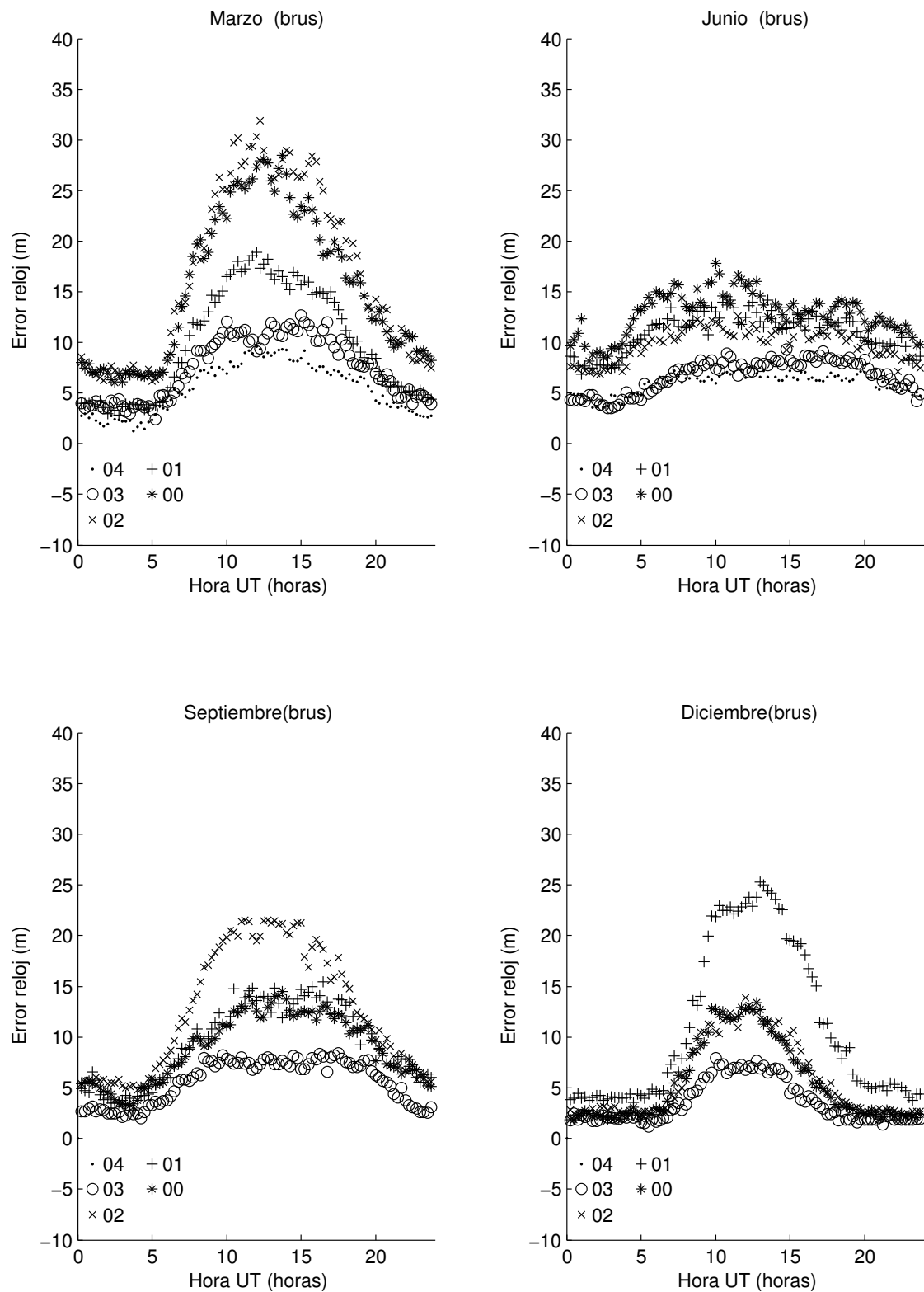


Figura 4.11: Promedio de la componente del error del reloj para la estación de BRUS

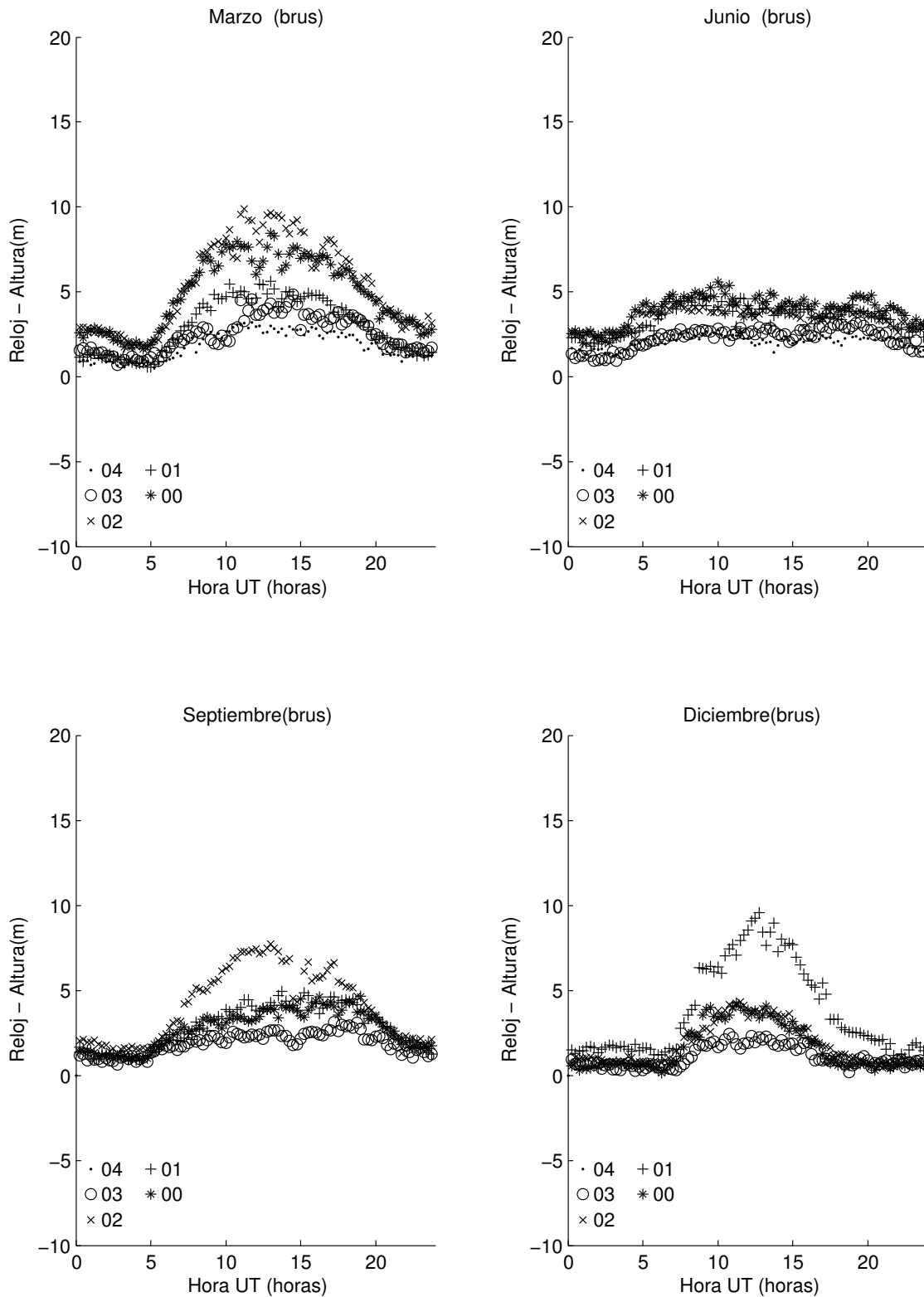


Figura 4.12: Diferencia entre el promedio correspondiente a la componente del error del reloj del receptor y la altura para la estación de BRUS

casi 30 m de error vertical para marzo de 2002. En cuanto al comportamiento estacional la mayor actividad está centrada en las proximidades del equinoccio de primavera. De nuevo destaca en el mes de diciembre el año 2001, con un máximo más de 6 metros mayor que en cualquiera de los demás años para ese mismo mes. Las curvas correspondientes a los años 2003 y 2004 muestran una actividad significativamente menor que el resto de los años analizados, lo que se corresponde con un descenso de la actividad solar.

Por desgracia, los valores de los retardos diferenciales de código no estaban disponibles para la estación de BUCU, por lo que no se presenta la componente que recae en el reloj del observador de esta estación. No obstante, las otras tres estaciones sí tenían calculado este retardo, por lo que tiene sentido graficar y analizar la componente que recae en el reloj del receptor. En la figura 4.11 se muestra esta componente para la estación de BRUS. En ella se puede observar que el comportamiento es esencialmente similar al de la altura: un máximo diurno centrado en el mediodía local (cerca de las 11:40 UT). De nuevo es el mes de marzo el que mayores valores presenta, mientras que el mes de junio es la época más tranquila. Los años 2003 y 2004 son los más tranquilos en cada una de las estaciones, mientras que, de nuevo, el año 2002 resulta ser el más activo para los meses próximos a los equinoccios. En el mes de junio destaca el año 2000 y en el de diciembre, de nuevo, el año 2001.

Aunque la componente de altura y la que recae en el reloj del observador siguen la misma tendencia, su diferencia no es constante, sino que depende de la hora del día y época del año. En la figura 4.12 se muestra la diferencia entre ambas componentes en un gráfico similar a los ya analizados para la estación de BRUS. Es de destacar que esta diferencia sigue una curva suave, con valores más importantes en las horas centrales del día.

4.2.3. Análisis estadístico

En esta sección se hará un análisis estadístico de las características que se han encontrado mediante la representación de los promedios. Para ello se emplearán todos los datos y no sólo su promedio.

Componente norte

La tendencia positiva de la componente norte del error se manifiesta claramente al representar mediante histogramas todos los datos procesados. En la figura 4.13 se muestra el número de datos según el error en esta componente tanto para el día completo como para las horas cercanas al mediodía (intervalo de 4 horas centrado en el mediodía local) como a la medianoche (intervalo de 4 horas centrado en la medianoche local). En ella se puede apreciar cómo esta componente es positiva independientemente de la hora del día y está centrada en un valor de $1,0m$.

A la vista de estos resultados cabe preguntarse por cómo será la tendencia de esta misma componente en el hemisferio sur. Para responder a esta pregunta se han procesado los datos de la estación de HOB2, cuya localización se muestra en la figura 4.5, para los mismos días que las estaciones europeas. En la figura 4.14 se muestra el histograma de la componente norte en esta estación. Se observa que, claramente, la tendencia es negativa para todas las horas y centrada al rededor de $-1m$.

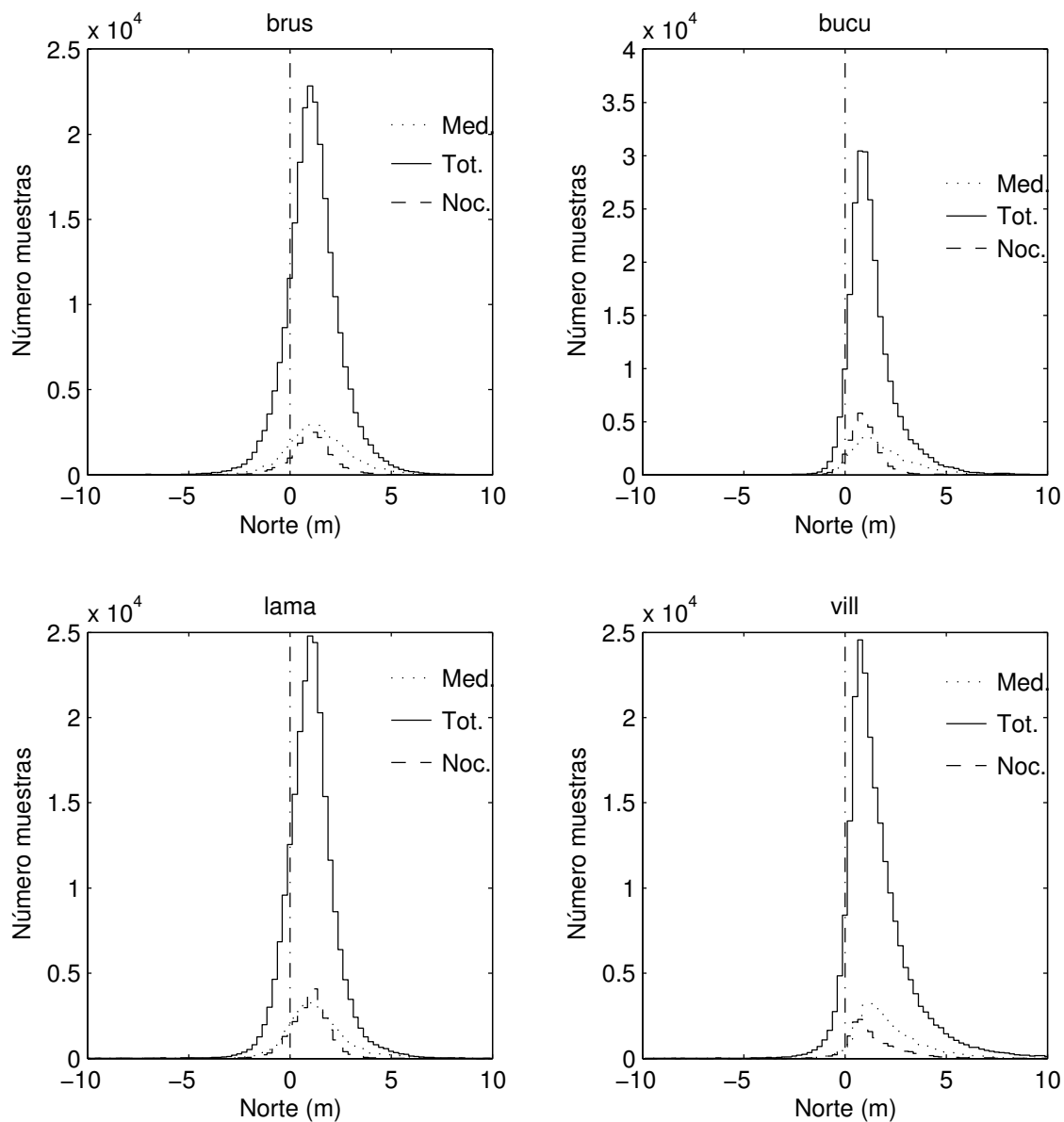


Figura 4.13: Histogramas del valor de la componente norte del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquellos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local

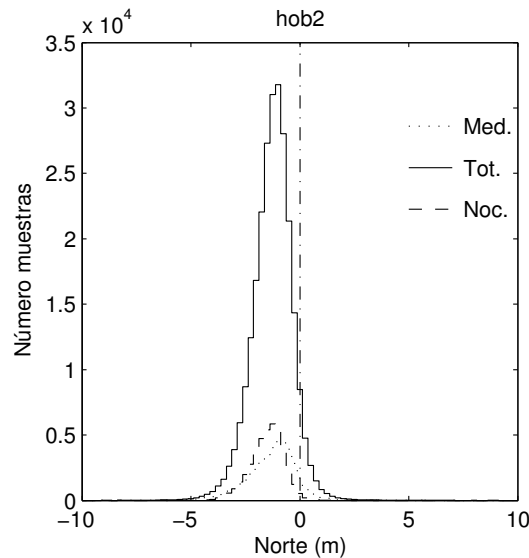


Figura 4.14: Histogramas del valor de la componente norte del error ionosférico para la estación HOB2. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquéllos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local

Componente Oeste

En las gráficas promedio se ha observado que la tendencia de esta componente es nula. Por ello, al representar los mismos histogramas que en la sección anterior para las horas cercanas al mediodía, a la medianoche y para todas las horas (véase figura 4.15) estos muestran una distribución aproximadamente gaussiana centrada en el origen de coordenadas. Sin embargo, en las mismas gráficas promedio se podía apreciar un comportamiento ligeramente oscilante, con valores positivos en las cercanías del amanecer y negativos en el atardecer. Esta oscilación queda enmascarada al representar los valores globales, por lo que se estudiarán por separado los momentos cercanos al amanecer y al atardecer. Este estudio se hará con cuidado, ya que al cambiar de estación del año, la horas correspondientes al amanecer y al atardecer varían. Mientras en los meses próximos a los equinoccios el amanecer se produce a las 6 horas (hora local), durante los solsticios y dependiendo de la latitud de la estación este evento se producirá un poco antes (solsticio de verano) o un poco después (invierno). Teniendo en cuenta estos detalles, se tabula en la tabla 4.2 los valores de las medianas de las distribuciones del amanecer y atardecer para cada conjunto de días analizados para la estación de BRUS. Se añade el entorno en el que se comprende el 68 % o más de todos los valores. También se añaden los valores de las distribuciones anuales y por mes, así como el total, teniendo en cuenta todos los datos. Los periodos temporales escogidos para cada condición son de una hora de duración con el centro en el amanecer y atardecer, respectivamente. Por estaciones del año, este comportamiento oscilante es más claro para marzo y diciembre, mientras que, por años, el 2002 es el exponente más llamativo de esta peculiaridad. Las otras tres estaciones muestran un comportamiento muy similar, por lo que se ha prescindido de mostrar las tablas respectivas.

Como ejemplo, en la figura 4.16 se muestra gráficamente los histogramas relativos al

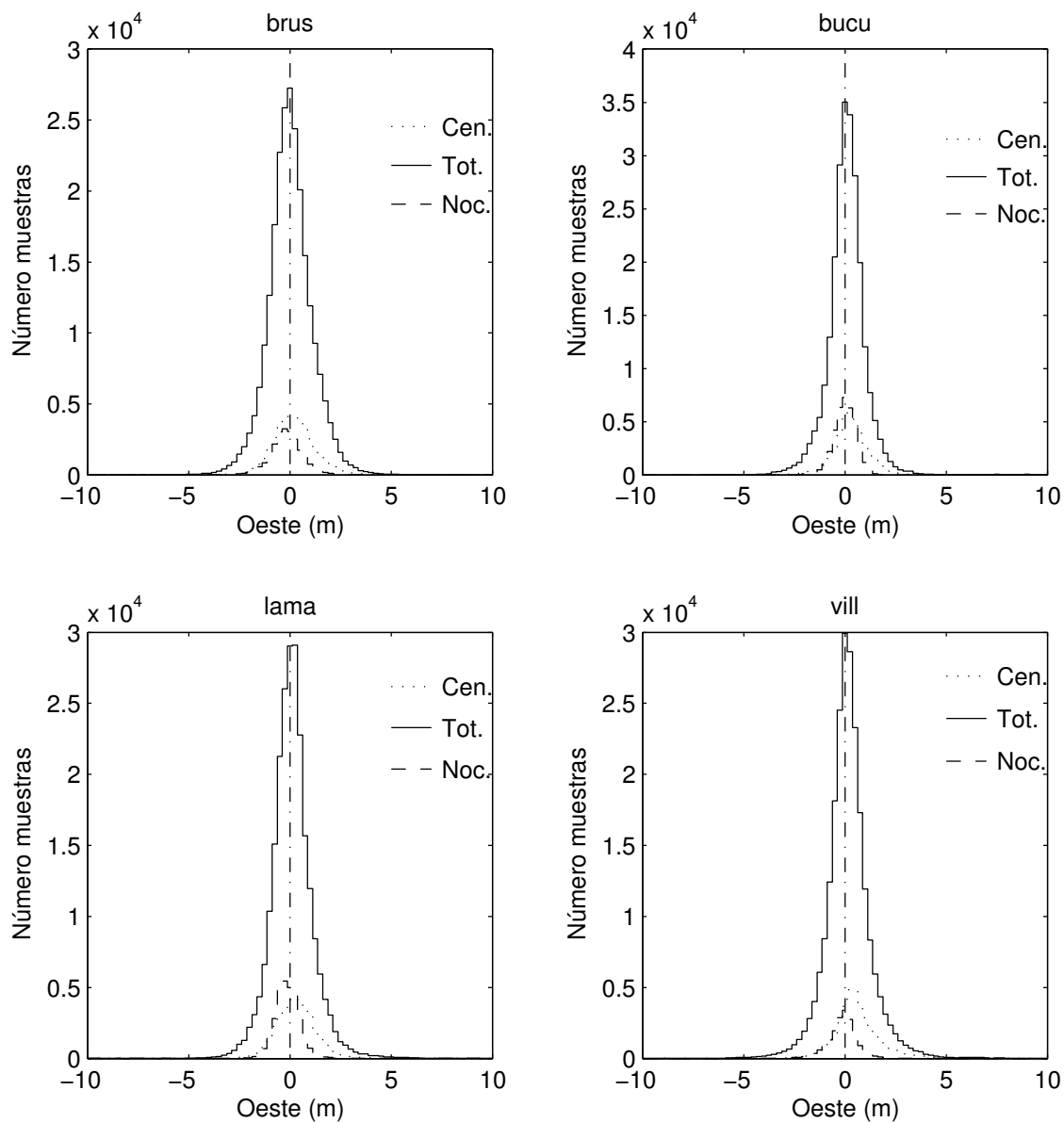


Figura 4.15: Histogramas del valor de la componente oeste del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquéllos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local

		Marzo	Junio	Septiembre	Diciembre	Por años
2000	Ama.		$0,50 \pm 1,25$	$0,50 \pm 0,75$	$0,25 \pm 0,75$	$0,50 \pm 0,75$
	Ata.		$0,50 \pm 0,50$	$0,00 \pm 0,50$	$-1,50 \pm 0,75$	$0,00 \pm 1,00$
2001	Ama.	$0,75 \pm 0,75$	$0,50 \pm 0,50$	$0,75 \pm 0,50$	$0,75 \pm 0,50$	$0,75 \pm 0,50$
	Ata.	$-1,50 \pm 0,75$	$0,00 \pm 0,25$	$0,00 \pm 1,00$	$-3,00 \pm 1,25$	$0,00 \pm 1,50$
2002	Ama.	$1,50 \pm 1,25$	$1,00 \pm 0,50$	$1,50 \pm 0,25$	$0,50 \pm 0,25$	$1,50 \pm 1,00$
	Ata.	$-1,50 \pm 1,00$	$0,00 \pm 0,75$	$-0,75 \pm 0,50$	$-1,00 \pm 0,75$	$-1,25 \pm 0,75$
2003	Ama.	$0,50 \pm 0,25$	$0,50 \pm 1,00$	$0,50 \pm 1,00$	$0,00 \pm 1,00$	$0,50 \pm 0,75$
	Ata.	$-0,50 \pm 1,00$	$-0,25 \pm 0,75$	$0,00 \pm 0,75$	$-0,50 \pm 0,75$	$-0,25 \pm 0,75$
2004	Ama.	$0,75 \pm 0,75$	$0,00 \pm 1,00$			$0,50 \pm 1,00$
	Ata.	$0,00 \pm 1,25$	$0,25 \pm 0,75$			$0,00 \pm 1,00$
Por épocas	Ama.	$0,50 \pm 0,75$	$0,50 \pm 0,75$	$1,50 \pm 1,00$	$0,50 \pm 0,50$	$0,50 \pm 0,75$
	Ata.	$-1,50 \pm 1,25$	$0,00 \pm 0,75$	$0,00 \pm 1,00$	$-1,00 \pm 1,00$	$0,00 \pm 1,25$

Tabla 4.2: Intervalos que contiene más del 68 % de los datos centrados en las medianas de las distribuciones de los datos del amanecer (Ama.) y atardecer (Ata.) (intervalos de 1 hora) para la componente oeste en la estación de BRUS

amanecer y a al atardecer de todas las estaciones europeas para septiembre de 2002. En ella se puede apreciar claramente este comportamiento oscilante.

En la estación HOB2, perteneciente al hemisferio sur también es posible encontrar esta misma oscilación de la componente oeste con valores positivos en el entorno del amanecer y negativos para el atardecer. Como ejemplo se muestra en la figura 4.17 el histograma correspondiente a esta estación para el mes de septiembre de 2002.

Componente de altura

En las gráficas de los promedios se puede apreciar que esta componente sigue un patrón diario con un máximo en las horas centrales del día y con valores mínimos para las horas nocturnas. Para evaluar el máximo error en esta componente es imprescindible restringirse a las horas centrales del día. En la tabla 4.3 se listan los valores de las medianas (e intervalo con al menos el 68 % de los datos) para esta componente en las horas cercanas al mediodía, con un intervalo de 4 horas, en la estación de BUCU. En ella se puede comprobar cómo esta componente varía mucho según los años y épocas analizadas, desde unos $5m$ para junio de 2004 hasta casi $26,3m$ en marzo de 2002. Por épocas, el solsticio de invierno es el más activo en promedio, mientras que por años es 2001 el que, en conjunto, registra mayores valores, lo que se corresponde con una mayor actividad solar (véase figura 4.6) concentrada al final de este año. El resto de estaciones muestran un comportamiento similar, con valores máximos un poco inferiores.

En la figura 4.18 se muestran los histogramas totales de esta componente empleando todos los datos en cada estación. Se incluyen los correspondientes a las horas centrales del día (línea punteada) y de la noche (línea rayada). En ella se comprueba de nuevo que esta componente es claramente positiva; el error ionosférico que tiende a alargar la pseudodistancia (al introducir un retardo positivo en las medidas de código) tiene como efecto aumentar la altura aparente del receptor. Esto ocurre en todas las estaciones, independientemente de su ubicación. Como ejemplo de estación en el hemisferio sur se muestra

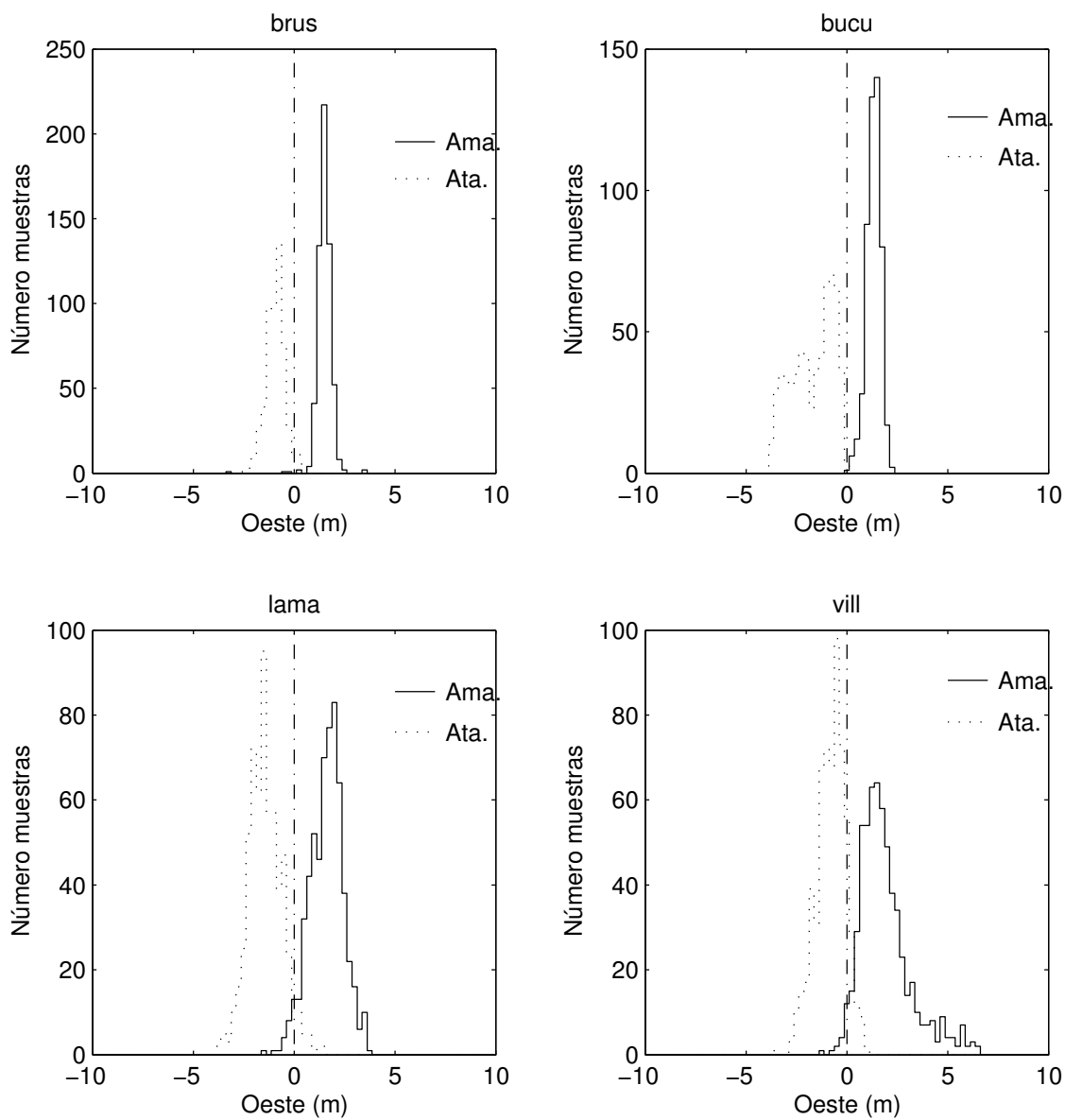


Figura 4.16: Histogramas del valor de la componente oeste del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas para el mes de septiembre de 2002. Se representan los histogramas de las horas próximas al amanecer (Ama.) y al atardecer (Ata.) con intervalo de 1 hora centrado en el amanecer y atardecer local respectivamente, teniendo en cuenta el cambio de estación

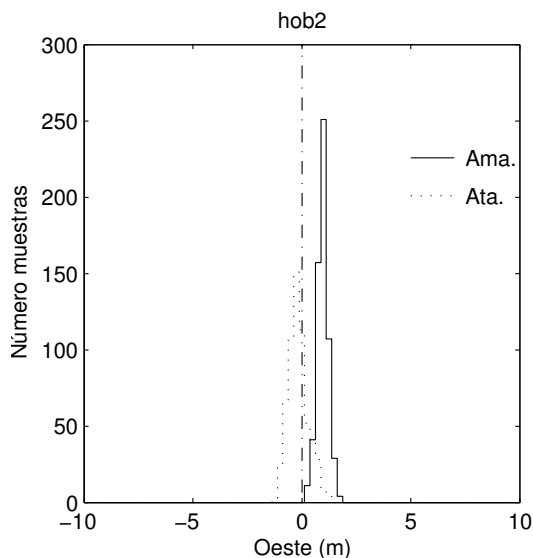


Figura 4.17: Histogramas del valor de la componente oeste del error ionosférico para la estación HOB2 para el mes de septiembre de 2002. Se representan los histogramas de las horas próximas al amanecer (Ama.) y al atardecer (Ata.) con intervalo de 1 hora centrado en el amanecer y atardecer local respectivamente, teniendo en cuenta el cambio de estación

en la figura 4.19 el mismo análisis pero para la estación de HOB2.

Componente que recae en el error del reloj del observador

Esta componente no se puede aislar si no se tienen los valores de los retardos diferenciales de código para cada estación todos los días procesados. Ya se ha mostrado que su forma diurna concuerda en gran medida con la componente que recae en la altura: un máximo cercano a las horas de mayor actividad ionosférica y con valores ligeramente superiores a la componente de altura. En la figura 4.20 se pueden comparar los histogramas de esta componente con los que veíamos de la componente en altura en la sección anterior. Se puede comprobar que ambos son similares. La mayor diferencia se encuentra para la estación de BUCU, cuyos histogramas se encuentran desplazados unos $8m$, hecho que se relaciona con la carencia del valor del retardo diferencial de código para esta estación.

4.2.4. Características generales

En esta sección 4.2 se han estudiado las características que presenta la propagación del error ionosférico a posición a partir de datos reales GPS de cuatro estaciones europeas y una estación australiana. A partir de los resultados se pueden extraer las siguientes características generales:

1. La mayor incidencia del error ionosférico se encuentra en las componentes que recaen en el error del reloj y la altura del receptor. Estas dos componentes muestran un ciclo diario muy similar con un máximo en las horas cercanas al mediodía y valores mínimos durante la noche. Los mayores valores se corresponden con épocas de mayor actividad ionosférica (meses próximos al equinoccio de primavera), así como con

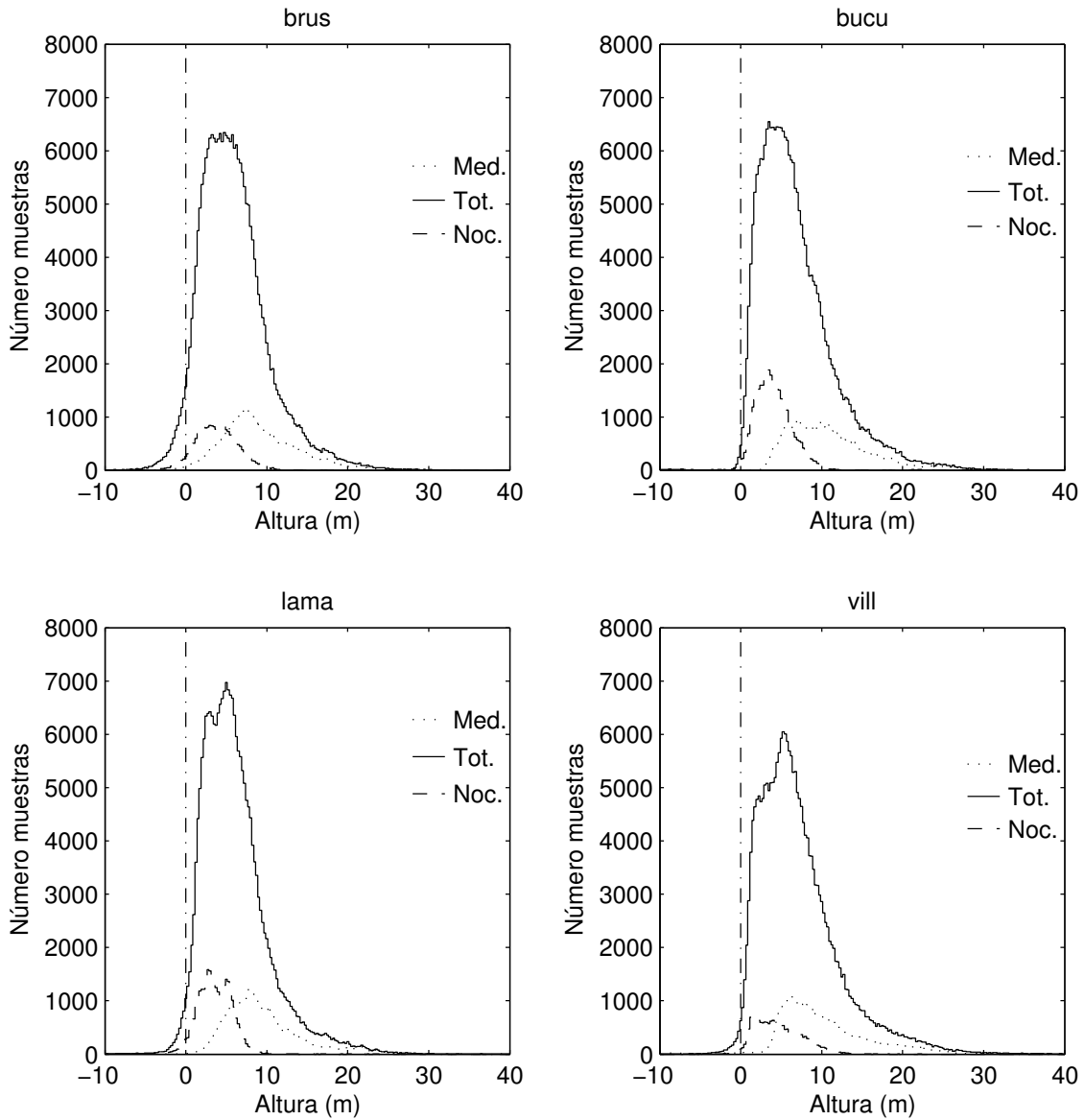


Figura 4.18: Histogramas del valor de la componente de altura del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente

	Marzo	Junio	Septiembre	Diciembre	Por años
2000		$12,50 \pm 3,25$	$12,75 \pm 4,00$	$10,25 \pm 1,50$	$10,25 \pm 2,50$
2001	$10,50 \pm 4,50$	$11,00 \pm 3,75$	$12,00 \pm 2,75$	$18,25 \pm 3,00$	$10,75 \pm 5,00$
2002	$26,25 \pm 5,25$	$8,25 \pm 2,25$	$14,50 \pm 2,25$	$9,75 \pm 2,25$	$8,50 \pm 7,75$
2003	$11,75 \pm 2,75$	$7,75 \pm 1,75$	$6,00 \pm 0,75$	$4,25 \pm 1,50$	$6,00 \pm 2,25$
2004	$7,00 \pm 1,50$	$4,75 \pm 1,00$			$5,00 \pm 1,75$
Por épocas	$7,25 \pm 8,50$	$7,75 \pm 3,50$	$6,50 \pm 7,00$	$10,25 \pm 5,00$	$7,00 \pm 5,50$

Tabla 4.3: Intervalos que contiene más del 68 % de los datos centrados en las medianas de las distribuciones de los datos de las horas centrales del día (Med.) para la componente de altura en la estación de BUCU

años de mayor actividad solar que, a su vez, repercuten en el contenido electrónico ionosférico total. La distribución asimétrica de los satélites en altura (sólo hay satélites *sobre* el receptor) explicaría la mayor incidencia del error ionosférico en la altura, sin embargo, ¿por qué es positiva esta componente? Si uno simplifica el problema y considera tres incógnitas (prescindiendo del error del reloj) se entiende que la simetría de la trilateración repercute en una mayor influencia en esta componente pero, si la ionosfera produce retardo de la señal, lo que significa un pseudo rango mayor, esta componente habría de ser negativa. Es la inclusión de la cuarta incógnita, el error en el reloj del receptor, la que consigue que la tendencia se invierta.

2. La componente oeste resulta, en promedio, nula, lo que está relacionado con una distribución aproximadamente simétrica respecto al eje norte-sur de los satélites. Sin embargo, también se ha encontrado una ligera oscilación que muestra esta componente al comparar valores cercanos al amanecer con los relativos al atardecer, que podrían estar conectados a gradientes ionosféricos este-oeste debidos al paso del terminador solar² durante el amanecer y el atardecer.
3. Existe una clara tendencia positiva en la componente norte para aquellas estaciones estudiadas en el hemisferio norte, mientras que es negativa para la estación HOB2, situada en el hemisferio sur. Esta componente podría ser debida a una cierta asimetría en la distribución de satélites en el eje norte-sur, ya que los planos de las órbitas de los satélites se encuentran inclinados 55° respecto al ecuador, lo que produce una zona de sombra efectiva según la localización en latitud del receptor. Sin embargo, también podría deberse a la presencia de gradientes norte-sur en la ionosfera, ya que en general, para latitudes medias el contenido electrónico es mayor hacia las zonas más próximas al ecuador geomagnético y menor hacia latitudes más aurorales (boreales en el hemisferio sur).
4. Existe una relación entre la componente que recae en el reloj y la altura del receptor. La resta de ambas componentes muestra una tendencia positiva con un máximo en las horas centrales del día y valores mínimos durante la noche.

Para encontrar una explicación a este comportamiento del error ionosférico en posición hay que tener en cuenta que son dos los factores que entran en juego, por un lado la ionosfera y por otro la geometría particular de los satélites. Ambos factores interaccionan

²línea que marca el contorno de la sombra del Sol sobre la superficie de la Tierra

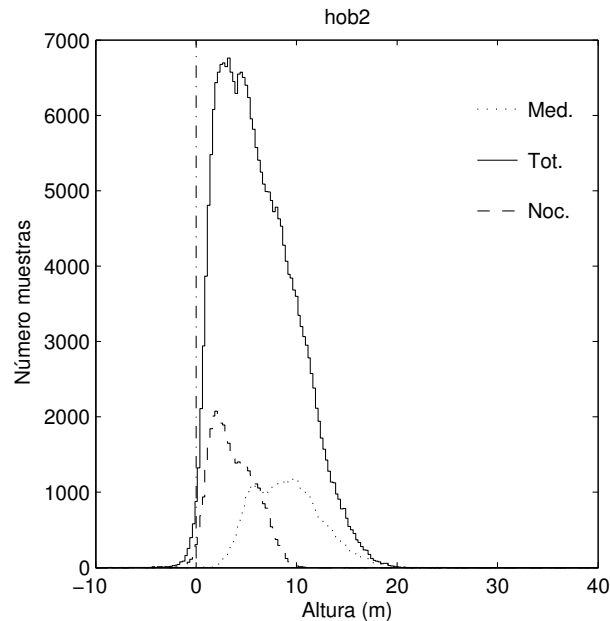


Figura 4.19: Histogramas del valor de la componente de altura del error ionosférico para la estación de HOB2. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente

para dar lugar al error ionosférico en posición. En las siguientes secciones de este capítulo se estudiará en profundidad esta relación a partir de modelos teóricos para intentar entender qué parte del error ionosférico recae en cada componente y así encontrar la base teórica que subyace y explica estas tendencias halladas.

4.3. Resolución analítica: sistemas de alta simetría

Para entender cómo se propaga el error ionosférico a la posición es necesario calcular el factor $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$ de la ecuación 4.19. Sin embargo, no es posible, en general, hallar una expresión analítica sencilla para este factor que nos permita estudiar con detalle cómo interaccionan el retardo ionosférico y la geometría particular de la configuración de satélites en cada época.

Una aproximación posible consiste en tomar una geometría de satélites con alta simetría. En Gende *et al.*,(2003) se resuelve el sistema para un caso sencillo: se reducen las dimensiones espaciales a 2 y se observan tres satélites como se muestra en la figura 4.21. El retardo ionosférico también se modela de manera sencilla mediante un valor constante (I_0) y un gradiente también constante (ΔI_0). En este caso particular se muestra que el efecto del valor constante recae completamente sobre la componente vertical, mientras que la componente horizontal sólo se ve afectada por el gradiente.

Siguiendo la misma filosofía, se ha ampliado la resolución del factor $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$ al caso de tres dimensiones y un número m de satélites ($m \geq 4$) colocados como se indica en la figura 4.22, esto es, con el primero con elevación de $\frac{\pi}{2}$ y el resto elevación η y azimut

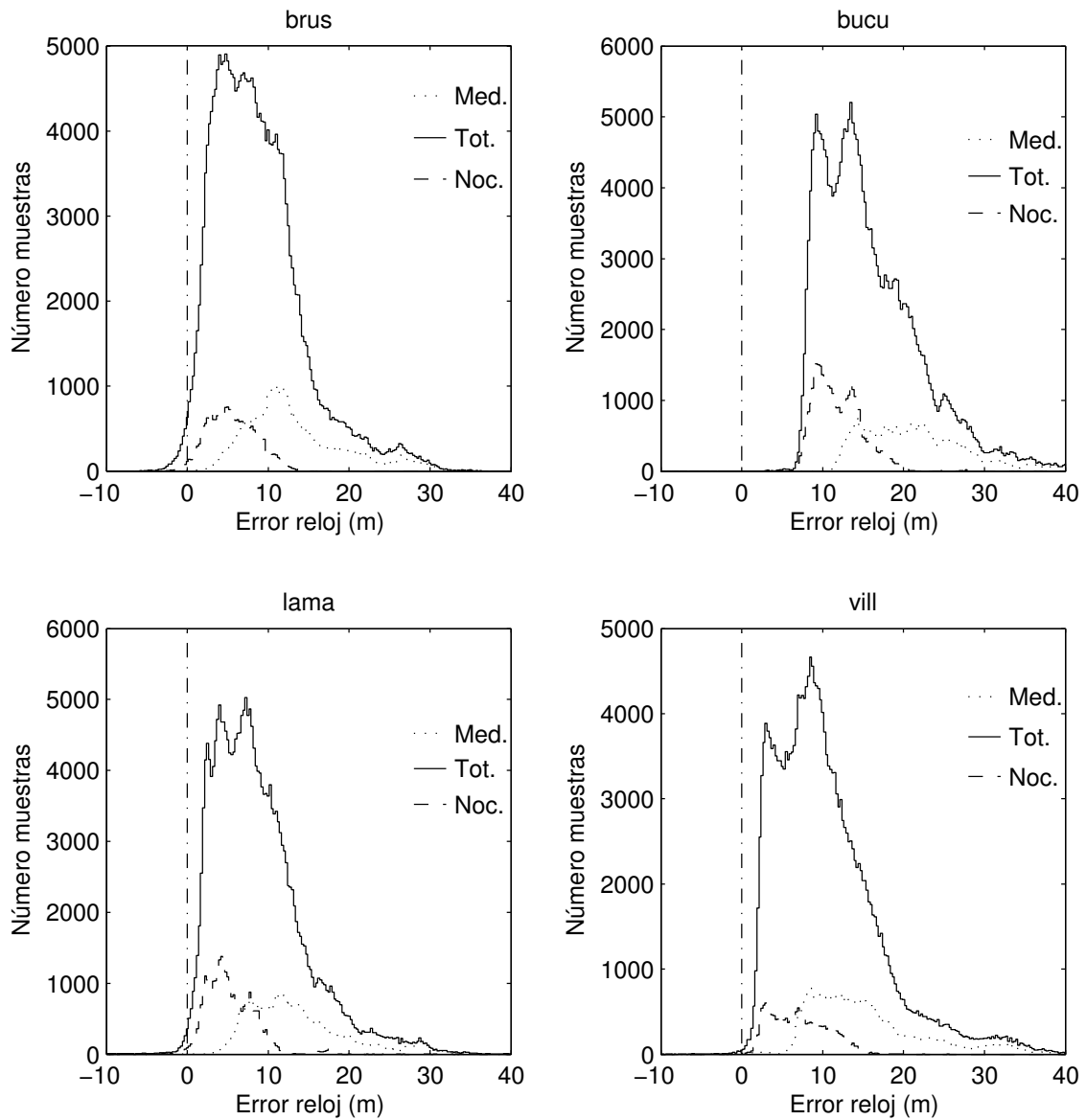


Figura 4.20: Histogramas del valor de la componente del error ionosférico que recae en el error del reloj del receptor para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente

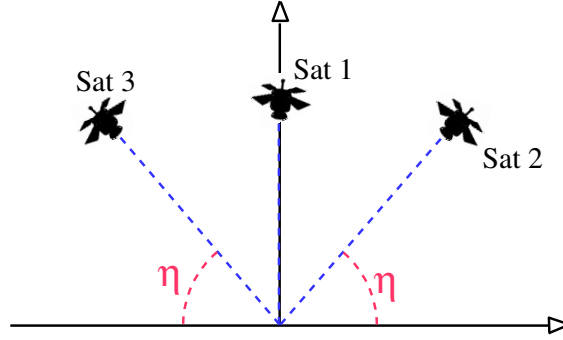


Figura 4.21: Configuración de satélites con alta simetría, caso bidimensional con 3 satélites

equidistante. Así, la configuración para m satélites viene dada por:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \frac{\pi}{2} & \sin \chi_1 &= \cos \chi_1 = 0 \\ \eta_k &= \eta & \chi_k &= 2\pi \frac{k-2}{m-1} \quad k = 2, \dots, m \end{aligned} \quad (4.33)$$

Para esta configuración de m satélites la matriz de diseño en el sistema de referencia local toma la siguiente forma:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ -\cos \eta & 0 & -\sin \eta & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\cos \eta \cos \frac{2\pi(k-2)}{m-1} & \cos \eta \sin \frac{2\pi(k-2)}{m-1} & -\sin \eta & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\cos \eta \cos \frac{2\pi(m-2)}{m-1} & \cos \eta \sin \frac{2\pi(m-2)}{m-1} & -\sin \eta & 1 \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

Teniendo en cuenta que para este sistema:

$$\begin{aligned} \sum_{k=2}^m \cos^2 \chi_k &= \sum_{k=2}^m \sin^2 \chi_k = \frac{m-1}{2} \\ \sum_{k=2}^m \cos \chi_k &= \sum_{k=2}^m \sin \chi_k = 0 \end{aligned} \quad (4.35)$$

se demuestra que el producto $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ queda:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{m-1}{2} \cos^2 \eta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m-1}{2} \cos^2 \eta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + (m-1) \sin^2 \eta & -(1 + (m-1) \sin \eta) \\ 0 & 0 & -(1 + (m-1) \sin \eta) & m \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

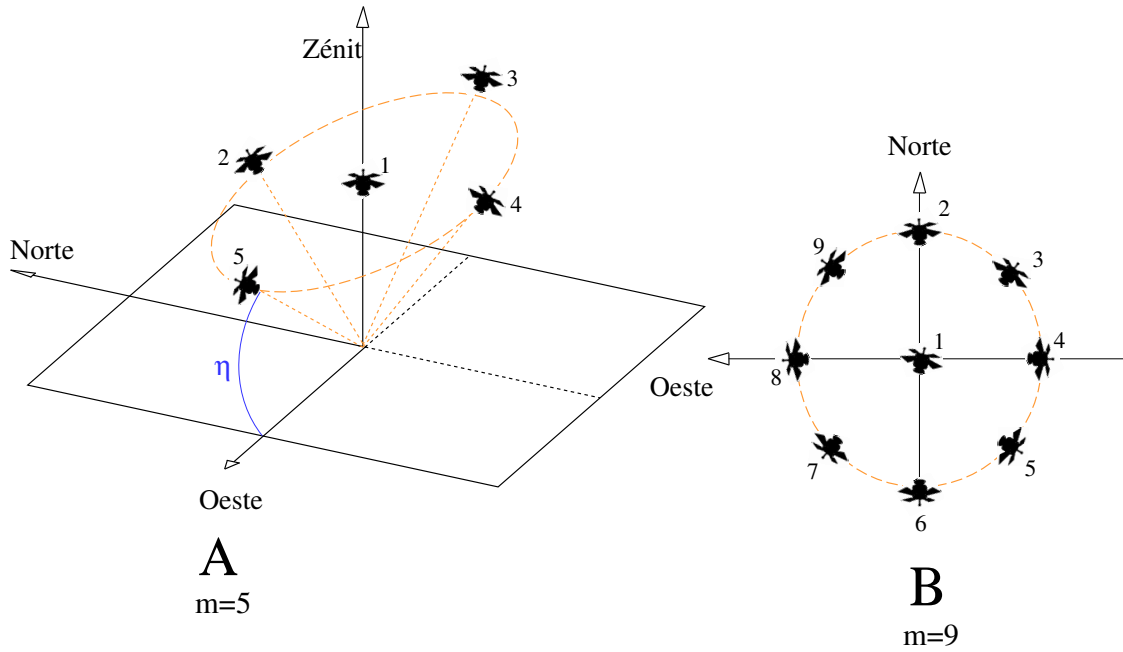


Figura 4.22: Configuración de satélites con alta simetría en tres dimensiones. En el dibujo A se expone el caso para $m = 5$ y en el B la proyección en planta del caso $m = 9$

La inversa de la anterior es:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{(m-1) \cos^2 \eta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{(m-1) \cos^2 \eta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m}{(m-1)(1-\sin \eta)^2} & \frac{1+(m-1) \sin \eta}{(m-1)(1-\sin \eta)^2} \\ 0 & 0 & \frac{1+(m-1) \sin \eta}{(m-1)(1-\sin \eta)^2} & \frac{1+(m-1) \sin^2 \eta}{(m-1)(1-\sin \eta)^2} \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

Y, finalmente, el producto $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$, que también llamaremos \mathbf{C} para simplificar, adopta la siguiente expresión:

$$\mathbf{C} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-2}{(m-1) \cos \eta} & \cdots & \frac{-2 \cos(2\pi \frac{k-2}{m-1})}{(m-1) \cos \eta} & \cdots & \frac{-2 \cos(2\pi \frac{m-2}{m-1})}{(m-1) \cos \eta} \\ 0 & \frac{2}{(m-1) \cos \eta} & \cdots & \frac{2 \sin(2\pi \frac{k-2}{m-1})}{(m-1) \cos \eta} & \cdots & \frac{2 \sin(2\pi \frac{m-2}{m-1})}{(m-1) \cos \eta} \\ \frac{-1}{1-\sin \eta} & \frac{1}{(m-1)(1-\sin \eta)} & \cdots & \frac{1}{(m-1)(1-\sin \eta)} & \cdots & \frac{1}{(m-1)(1-\sin \eta)} \\ \frac{-\sin \eta}{1-\sin \eta} & \frac{1}{(m-1)(1-\sin \eta)} & \cdots & \frac{1}{(m-1)(1-\sin \eta)} & \cdots & \frac{1}{(m-1)(1-\sin \eta)} \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

Por lo que tendremos una solución explícita para la propagación del error no aleatorio

en el dominio de la posición:

$$\begin{aligned}
\delta n_i &= \sum_{k=2}^m \frac{-2 \cos(2\pi \frac{k-2}{m-1})}{(m-1) \cos \eta} \delta_i^k \\
\delta w_i &= \sum_{k=2}^m \frac{2 \sin(2\pi \frac{k-2}{m-1})}{(m-1) \cos \eta} \delta_i^k \\
\delta h_i &= \frac{-1}{1 - \sin \eta} \delta_i^1 + \frac{1}{(1 - \sin \eta)} \sum_{k=2}^m \frac{\delta_i^k}{m-1} \\
c\delta dt_i &= \frac{-\sin \eta}{1 - \sin \eta} \delta_i^1 + \frac{1}{(1 - \sin \eta)} \sum_{k=2}^m \frac{\delta_i^k}{m-1}
\end{aligned} \tag{4.39}$$

donde δn , δw , y δh son las componentes del error no aleatorio en la posición utilizando el sistema local.

A partir de esta solución, podemos extraer una serie de características sobre cómo se propagaría un error no aleatorio en general y uno ionosférico en particular:

1. Para empezar, podemos comprobar cómo un error constante igual para todos los satélites ($\delta_i^k = T$, con $k = 1, \dots, m$) se trasladaría íntegramente a la componente del error del reloj, ya que $\sum_{k=1}^m C_{4k} = 1$ (donde $\mathbf{C} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$). Así mismo, este error constante no tendría repercusión en ninguna componente de la posición, ya que

$$\sum_{k=1}^m C_{1k} = \sum_{k=1}^m C_{2k} = \sum_{k=3}^m C_{1k} = 0 \tag{4.40}$$

Este efecto se produce para todo tipo de geometría, no sólo con sistemas de alta simetría, y se debe a la propia construcción de la matriz de diseño, que contiene una columna de unos que conduce a:

$$\delta_i^k = T, \quad \forall k \Rightarrow \begin{cases} c\delta dt_i & = T \\ \delta n_i = \delta w_i = \delta h_i & = 0 \end{cases} \tag{4.41}$$

2. El valor de $c\delta dt_i - \delta z_i$ sólo depende del satélite que se encuentra en la dirección cenital, ya que al ser los elementos C_{3k} y C_{4k} idénticos, la resta se desacopla de los valores de δ_i^k , con $k > 1$. Por otra parte, dado que $C_{31} - C_{41} = 1$, el valor de $c\delta dt_i - \delta z_i$ es justamente ese error en dirección cenital δ_i^1 . Así mismo, al ser $C_{11} = C_{21} = 0$, las componentes horizontales δn_i y δw_i serán independientes de ese error cenital. Particularizando para el caso de la ionosfera, el valor cenital del error es justamente el contenido total de electrones en vertical, $VTEC$, multiplicado por una constante b para expresar su valor en metros de L^3 , por lo que tendríamos que para un sistema de m satélites como el descrito, independientemente de la elevación η a la que se encuentren los $m - 1$ satélites:

$$c\delta dt_i - \delta z_i = b \cdot VTEC \tag{4.42}$$

³ $b = \frac{\alpha}{f^2}$, con $\alpha = 40,28 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ y $f = 1575,42 \text{ MHz}$

3. Cualquier error que sea independiente del azimut del satélite no afectará a las coordenadas horizontales. Esto se debe a que, como se comentó más arriba, $\sum_{k=2}^m \cos \chi_k = \sum_{k=2}^m \sin \chi_k = 0$, por lo que:

$$\delta_i^k = f(\eta) \Rightarrow \begin{cases} \delta n_i = \sum_{k=2}^m \frac{-2 \cos(2\pi \frac{k-2}{m-1})}{(m-1) \cos \eta} \delta_i^k = \frac{-2f(\eta)}{(m-1) \cos \eta} \sum_{k=2}^m \cos(2\pi \frac{k-2}{m-1}) = 0 \\ \delta w_i = \sum_{k=2}^m \frac{2 \sin(2\pi \frac{k-2}{m-1})}{(m-1) \cos \eta} \delta_i^k = \frac{2f(\eta)}{(m-1) \cos \eta} \sum_{k=2}^m \sin(2\pi \frac{k-2}{m-1}) = 0 \end{cases} \quad (4.43)$$

4. Debido a la forma explícita de los términos C_{1k} se puede observar cómo los valores del error no aleatorio de los satélites situados hacia el norte (azimut entre $-\pi/2$ y $\pi/2$) contribuyen negativamente al error δn_i , mientras los situados al sur, lo hacen positivamente. Esto significa que, utilizando coordenadas elevación-azimut, un gradiente horizontal del error no aleatorio con dirección sur implica $\delta n_i > 0$. Aplicándolo al caso de la ionosfera, si suponemos que el observador está en latitudes medias es de esperar que el error ionosférico sea mayor para los satélites situados más al sur, de manera que el retardo ionosférico tendría un resultado neto de un error hacia el norte en posición.
5. De la misma manera, dada la expresión de los términos C_{2k} se puede concluir que valores mayores del error no aleatorio para la zona este (seno del azimut positivo) resultan en un error δw_i positivo. Es decir, al utilizar coordenadas elevación-azimut, un gradiente horizontal del error no aleatorio con dirección este implica $\delta w_i > 0$. Por ejemplo, podríamos esperar que para una hora solar correspondiente al amanecer, el error ionosférico fuera mayor hacia el este y menor hacia el oeste, lo que se traduciría en un error en posición hacia el oeste. Del mismo modo, para las horas cercanas a la puesta del sol, sería esperable que el error ionosférico se tradujera en un error en posición hacia el este.
6. Para valores pequeños de la elevación, el término $c\delta dt_i$ tiende al promedio de los errores no aleatorios de bajas elevaciones (la contribución de δ_i^1 tiende a cero al hacerlo sin η):

$$\eta \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad c\delta dt \rightarrow \sum_{k=2}^m \frac{\delta_i^k}{m-1} \Rightarrow c\delta dt \rightarrow \bar{\delta}_i |_{\eta \rightarrow 0} \quad (4.44)$$

7. A partir de la expresión de $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$ (ver ecuación 4.37), se pueden calcular los factores de dilución de la precisión con sencillez, obteniéndose:

$$\begin{aligned} TDOP &= \frac{\sqrt{1 - (m-1) \sin^2 \eta}}{\sqrt{m-1}(1 - \sin \eta)} = \sqrt{\sum_{k=1}^m C_{4k}^2} \\ VDOP &= \frac{1}{1 - \sin \eta} \sqrt{\frac{m}{m-1}} = \sqrt{\sum_{k=1}^m C_{3k}^2} \\ HDOP &= \frac{2}{\sqrt{m-1} \cos \eta} = \sqrt{\sum_{k=1}^m (C_{1k}^2 + C_{2k}^2)} \\ GDOP &= \sqrt{\sum_{k=1}^m (C_{1k}^2 + C_{2k}^2 + C_{3k}^2 + C_{4k}^2)} \end{aligned} \quad (4.45)$$

Se observa que en este caso de alta simetría se relaciona con facilidad con los valores cuadráticos medios de las filas de la matriz $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$. Estos factores nos están dando idea del valor cuadrático medio de estos elementos, pero no su particular interrelación con el error no aleatorio.

A pesar de que la resolución analítica del sistema nos permite obtener unas conclusiones generales no sólo para tratar el error ionosférico sino cualquier otro, esta metodología presenta ciertas deficiencias, entre ellas, la suposición de una configuración de satélites con alta simetría, condición que, en general, no se cumple. Por otro lado, ciertos elementos de las matrices presentadas y de los factores DOP calculados divergen cuando la elevación tiende a $\pi/2$. Es por ello que en la próxima sección se describe una nueva metodología para estudiar cómo se relaciona el retardo ionosférico con el error en la posición que tiene en cuenta configuraciones más realistas que la simétrica presentada en ésta.

4.4. Resolución aproximada: método Santerre (1991)

En el trabajo de Santerre (1991) encontramos una metodología que logra superar la necesidad de suponer una configuración de satélites muy simétrica para obtener relaciones explícitas entre el error no aleatorio y su propagación a la posición, proporcionando resultados válidos para una distribución de satélites más general. Consiste, en esencia, en resolver el mismo sistema presentado en la sección 4.1.2 de manera promediada, al suponer una única época de observación en la que se hicieron todas las medidas. A partir de aquí, aproximan la distribución de satélites GPS como una distribución continua y homogénea en elevación y azimut, de manera que los sumatorios para el cálculo de la matriz $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ se transforman en integrales, permitiéndonos una resolución analítica del problema. De esta manera, la técnica tiene en cuenta una geometría más real a cambio de ofrecer un promedio sobre cómo se propaga un determinado tipo de error no aleatorio.

A partir de la expresión de la matriz de diseño en coordenadas locales (ver ecuación 4.14) el producto $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ toma la forma:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^m a_{1k} a_{1k} & \sum_{k=1}^m a_{1k} a_{2k} & \sum_{k=1}^m a_{1k} a_{3k} & \sum_{k=1}^m a_{1k} a_{4k} \\ \sum_{k=1}^m a_{2k} a_{1k} & \sum_{k=1}^m a_{2k} a_{2k} & \sum_{k=1}^m a_{2k} a_{3k} & \sum_{k=1}^m a_{2k} a_{4k} \\ \sum_{k=1}^m a_{3k} a_{1k} & \sum_{k=1}^m a_{3k} a_{2k} & \sum_{k=1}^m a_{3k} a_{3k} & \sum_{k=1}^m a_{3k} a_{4k} \\ \sum_{k=1}^m a_{4k} a_{1k} & \sum_{k=1}^m a_{4k} a_{2k} & \sum_{k=1}^m a_{4k} a_{3k} & \sum_{k=1}^m a_{4k} a_{4k} \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

donde se ha empleado para los elementos a_{ij} de la matriz \mathbf{A} la siguiente notación:

$$\begin{aligned} a_{1k} &= -\cos \eta_k \sin \chi_k \\ a_{2k} &= \sin \eta_k \sin \chi_k \\ a_{3k} &= -\cos \eta_k \\ a_{4k} &= 1 \end{aligned} \quad (4.47)$$

Con la aproximación de distribución continua y homogénea de satélites GPS, los sumatorios en cada uno de los elementos de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ se transforman en integrales dependientes de la elevación y azimut:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})_{ij} = \sum_{k=1}^m a_{ik} a_{jk} \rightarrow \beta \int_{\chi_{ini}}^{\chi_{fin}} \int_{\eta_{ini}}^{\eta_{fin}} a_i a_j \cos \eta d\eta d\chi \quad (4.48)$$

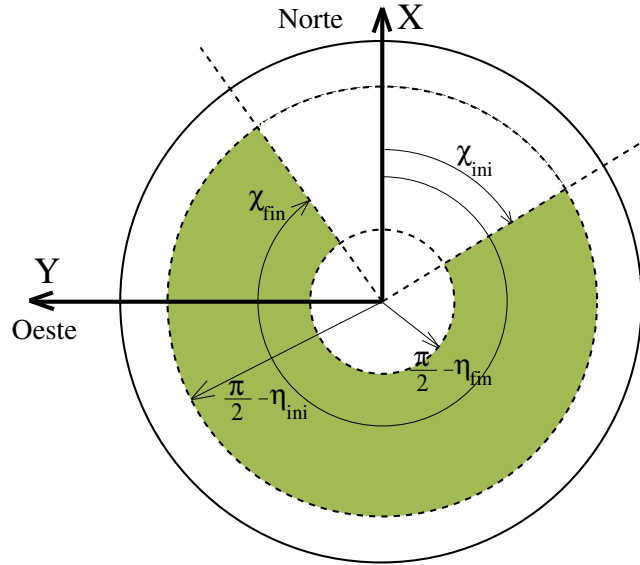


Figura 4.23: Límites de elevación y azimut para la integración

donde $\beta = m/2\pi$ es el factor de normalización que tiene en cuenta que los m satélites que se ven en una época quedan en este promedio distribuidos en todo el cielo. Los límites de integración (χ_{ini} , χ_{fin} , η_{ini} y η_{fin}) son los que determinan cómo es la cobertura de satélites sobre el observador que se quiere simular. En la figura 4.23 se presentan gráficamente estos límites. Para el caso de un observador en el polo, dada la inclinación de las órbitas de la constelación GPS, la máxima elevación (η_{fin}) con la que puede ver a un satélite será de unos 52° . La presencia de obstáculos en la superficie o limitaciones en la visibilidad se puede simular con los límites de integración del azimut. El caso más sencillo es para un observador en el ecuador, donde la cobertura de satélites sería, aproximadamente, completa. En este caso, χ_{ini} sería 0° , χ_{fin} sería de 2π , η_{fin} se toma como $\pi/2$ y η_{ini} coincidiría con el umbral de elevación.

Aplicando esta metodología al caso de cobertura azimutal global ($\chi \in (0, 2\pi)$) se obtiene que:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \beta^{-1} \begin{pmatrix} I_{300}^{-1} \pi^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{300}^{-1} \pi^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{100} I^{-1} (2\pi)^{-1} & I_{110} I^{-1} (2\pi)^{-1} \\ 0 & 0 & I_{110} I^{-1} (2\pi)^{-1} & I_{120} I^{-1} (2\pi)^{-1} \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

con $I = I_{120} I_{100} + I_{110}^2$ y donde se ha empleado la siguiente notación sobre las integrales:

$$I_{ijk} = \int_{\frac{\pi}{2} - \eta_{ini}}^{\frac{\pi}{2} - \eta_{fin}} \cos^i \eta \sin^j \eta \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)^k d\eta \quad (4.50)$$

Para hallar el efecto de un determinado error no aleatorio en la posición del observador, aún necesitamos calcular una parte de la expresión 4.19, $\mathbf{A}^T \vec{l}$. Con la aproximación de distribución continua y homogénea, los elementos de esta parte quedan como:

$$\mathbf{A}^T \vec{l} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^m a_{1k} \delta_i^k \\ \sum_{k=1}^m a_{2k} \delta_i^k \\ \sum_{k=1}^m a_{3k} \delta_i^k \\ \sum_{k=1}^m a_{4k} \delta_i^k \end{pmatrix} \rightarrow \beta \begin{pmatrix} \int_{\chi_{ini}}^{\chi_{fin}} \int_{\eta_{ini}}^{\eta_{fin}} a_1(\eta, \chi) \delta(\eta, \chi) \cos \eta d\eta d\chi \\ \int_{\chi_{ini}}^{\chi_{fin}} \int_{\eta_{ini}}^{\eta_{fin}} a_2(\eta, \chi) \delta(\eta, \chi) \cos \eta d\eta d\chi \\ \int_{\chi_{ini}}^{\chi_{fin}} \int_{\eta_{ini}}^{\eta_{fin}} a_3(\eta, \chi) \delta(\eta, \chi) \cos \eta d\eta d\chi \\ \int_{\chi_{ini}}^{\chi_{fin}} \int_{\eta_{ini}}^{\eta_{fin}} a_4(\eta, \chi) \delta(\eta, \chi) \cos \eta d\eta d\chi \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

Donde $a_j(\eta, \chi)$ son las funciones:

$$\begin{aligned} a_1(\eta, \chi) &= -\cos \eta \sin \chi \\ a_2(\eta, \chi) &= \sin \eta \sin \chi \\ a_3(\eta, \chi) &= -\cos \eta \\ a_4(\eta, \chi) &= 1 \end{aligned} \quad (4.52)$$

y donde $\delta(\eta, \chi)$ es el error no aleatorio cuyo efecto en la posición queremos conocer. Este método exige una descripción de este error en función de la elevación y azimut, para poder integrarlo. A diferencia de Santerre (1991) donde se emplea esta técnica para estudiar el efecto de diversos errores, incluido el ionosférico, sobre el posicionamiento relativo, en nuestro caso estamos interesados en emplearlo para posicionamiento absoluto. La novedad recae en la descripción del error ionosférico que, mientras para Santerre (1991) ha de ser el diferencial entre dos estaciones, para el caso que nos ocupa será el error absoluto.

El error ionosférico que emplea Santerre (1991) es el Algoritmo de Corrección Ionosférica (ICA) (Klobuchard, 1987) con un Contenido Vertical de Electrones (VTEC) constante, esto es, aproxima el retardo ionosférico que sufren las señales como el producido por una capa ionosférica uniforme infinitesimal a una altura de 350 km, lo que simplifica la interacción del término $\mathbf{A}^T \vec{l}$ al expresar la función de mapeo por la aproximación 2.10.

En la figura 4.24 se muestra el error ionosférico con el modelo ICA fijando el contenido total de electrones en vertical (VTEC) a 80 TECU.

Introduciendo esta función del error ionosférico absoluto en la expresión 4.51 y suponiendo el caso más sencillo de cobertura azimutal completa ($\chi \in (0, 2\pi)$) se obtiene:

$$\mathbf{A}^T \vec{l} = 2\pi \cdot \beta \cdot VTEC \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -[A \cdot I_{110} + B \cdot I_{111} + C \cdot I_{112} + D \cdot I_{113}] \\ A \cdot I_{100} + B \cdot I_{101} + C \cdot I_{102} + D \cdot I_{103} \end{pmatrix} \quad (4.53)$$

A partir del producto de las expresiones para $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$ y $\mathbf{A}^T \vec{l}$, se puede obtener:

$$\begin{aligned} \delta n_i &= 0 \\ \delta w_i &= 0 \\ \delta h_i &= \frac{VTEC}{I} [B(I_{110}I_{101} - I_{100}I_{111}) + C(I_{110}I_{102} - I_{100}I_{112}) \\ &\quad + D(I_{110}I_{103} - I_{100}I_{113})] \\ c\delta dt_i &= A \cdot VTEC + \frac{VTEC}{I} [B(I_{120}I_{101} - I_{110}I_{111}) \\ &\quad + C(I_{120}I_{102} - I_{110}I_{112}) + D(I_{120}I_{103} - I_{110}I_{113})] \end{aligned} \quad (4.54)$$

El resultado de estas integrales se detalla en el apéndice D. En la figura 4.25 se presentan los errores en la componente vertical (δh_i) y en el error del reloj del receptor ($c\delta dt$)

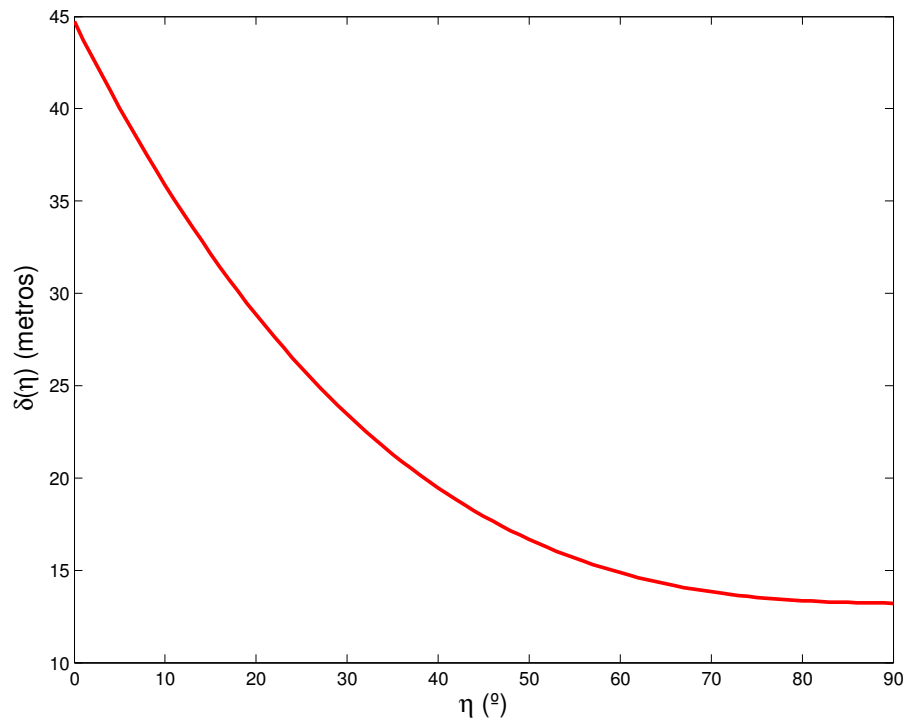


Figura 4.24: Error ionosférico ($\delta(\eta)$) con el modelo ICA tomando VTEC= 80TECU

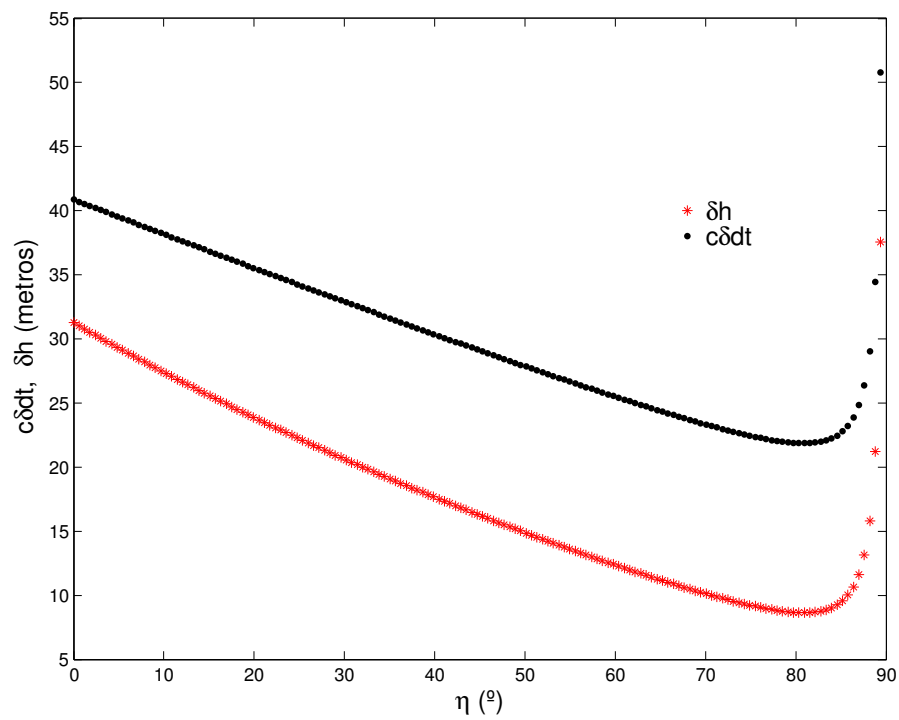


Figura 4.25: Error ionosférico en las componentes vertical (δh) y error del reloj del receptor ($c\delta dt$) frente al umbral de elevación

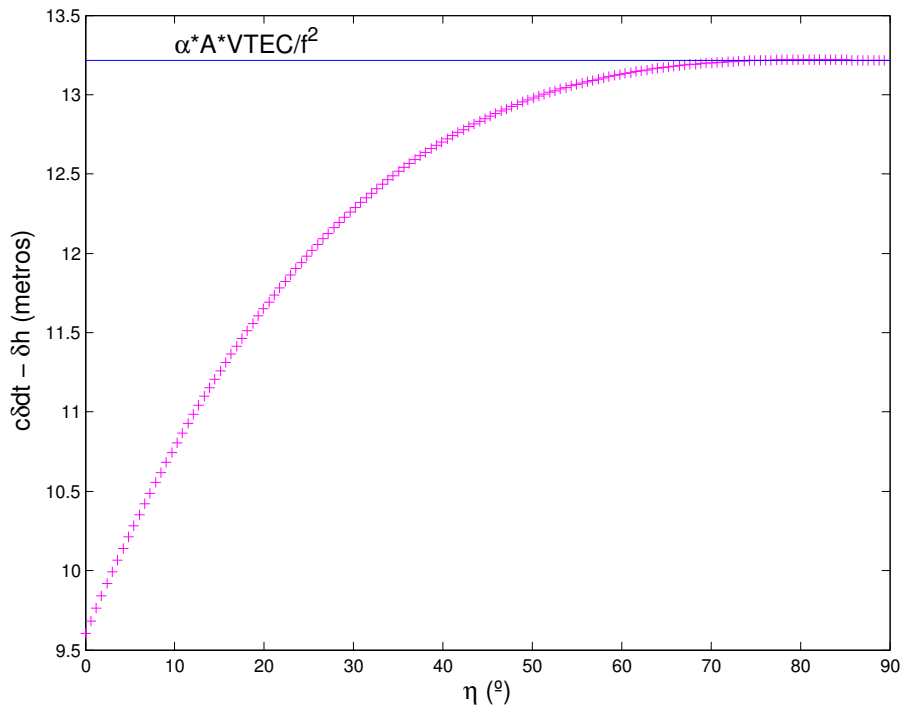


Figura 4.26: Diferencias entre los errores en la componente que recae en el reloj del receptor ($c\delta dt_i$) y la correspondiente a la componente vertical de la posición (δh_i) en función del umbral de elevación. La línea marca el valor del error ionosférico en la vertical ($\delta(\eta = 90^\circ) = A \frac{\alpha}{f^2} VTEC$).

frente al umbral de elevación (η_{ini}) para el error ionosférico de la figura 4.24. Para este caso, la elevación final se ha tomado como $\pi/2$.

De las expresiones 4.54 se puede deducir que:

1. No hay errores horizontales, $\delta n_i = 0$ y $\delta w_i = 0$. Esto se debe al hecho combinado de, por un lado, la independencia azimutal del error ionosférico que se ha introducido $\delta(\eta)$ y, por otro, la integración a todo el azimut, al haberse analizado el caso de cobertura azimutal completa. Si el error ionosférico presentara dependencia azimutal, como ocurriría con un modelo ionosférico menos simple que el empleado, encontraríamos error en las componentes horizontales. Así mismo, si existiera algún obstáculo en la zona de observación que impidiera la cobertura azimutal global, también se observarían errores no nulos en las componentes horizontales.
2. Como era de esperar por la construcción de la matriz de diseño, la parte constante del error ionosférico, $A \frac{\alpha}{f^2} VTEC$, sólo afecta a la componente temporal de los errores.
3. Las soluciones divergen para el caso en el que el umbral de elevación tiende a $\pi/2$, lo que no es de sorprender, ya que en ese momento los límites de integración coinciden.
4. Recordemos que en la sección 4.3 encontrábamos que la diferencia entre los errores ionosféricos que recaen en la componente del error del reloj del receptor ($c\delta dt_i$) y la correspondiente a la componente vertical de la posición (δz_i) era justamente el valor

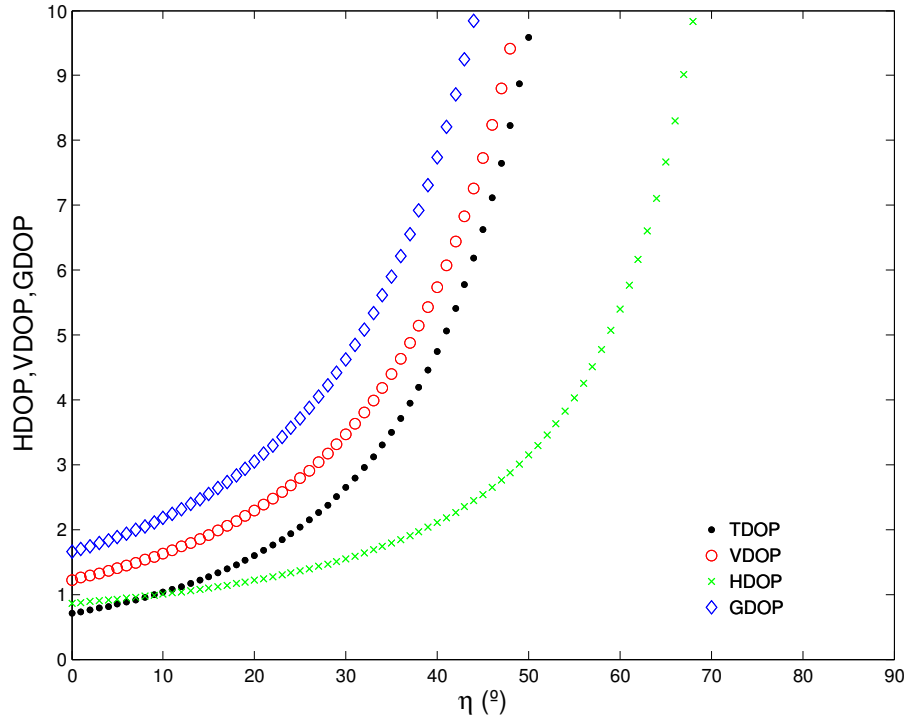


Figura 4.27: Factores de dilución geométrica en función del umbral de elevación para el caso de $m=8$ satélites

del error ionosférico en la vertical. Aunque este hecho no se reproduce para el caso de una geometría de satélites más real, podemos observar en la figura 4.26 que esta diferencia tiende a ese valor $\delta(90) = A \frac{\alpha}{f^2} VTEC$ para umbrales de elevación grandes.

- Las curvas del error ionosférico en función de la elevación ($\delta(\eta)$) y la correspondiente a su efecto sobre el error del reloj del receptor ($c\delta dt$) se cruzan a una elevación próxima a 6° , esto es, para un umbral de elevación del orden de 6° la componente del error ionosférico que recae sobre el error del reloj del receptor coincide con el error ionosférico a esa misma elevación. Este efecto es similar, aunque con ciertas diferencias, al que tenía lugar en la sección 4.3 en la que observábamos cómo el valor de $c\delta dt$ tendía a la media de los errores ionosféricos de bajas elevaciones.
- Con la expresión 4.49 se pueden calcular con sencillez los factores de dilución geométrica:

$$\begin{aligned}
 TDOP &= \sqrt{\frac{I_{120}}{mI}} \\
 VDOP &= \sqrt{\frac{I_{100}}{mI}} \\
 HDOP &= \frac{2}{\sqrt{mI_{300}}} \\
 GDOP &= \sqrt{\frac{4}{mI_{300}} + \frac{I_{120} + I_{100}}{mI}}
 \end{aligned} \tag{4.55}$$

En la figura 4.27 se muestran estos factores en función del umbral de elevación

para el caso de suponer una media de 8 satélites a la vista. Como se ve en ella, los factores crecen rápidamente al elevar el umbral, por lo que sería recomendable establecer como tope de elevación unos 20° . En este caso, la relación entre los factores de dilución y los errores en la posición no es tan sencilla como en el caso de alta simetría estudiado en la sección 4.3.

La metodología propuesta por Santerre (1991) y empleada en esta sección, que nos ha permitido desarrollar expresiones analíticas que evalúan cómo el error ionosférico repercute en promedio en la posición y error de reloj del receptor, no se puede aplicar al estudio del efecto de aquellos errores que dependen de cada satélite, como por ejemplo un sesgo en los elementos orbitales.

Por otra parte, esta técnica hace necesario que el error no aleatorio a estudiar tenga una descripción analítica en coordenadas elevación-azimut relativamente sencilla, por lo que en el caso que nos interesa, el ionosférico, sólo nos ha sido posible evaluarlo con el modelo ICA con un VTEC constante, esto es, sólo una aproximación de capa infinitesimal uniforme. Debido a ello, no se han podido simular, por ejemplo, gradientes horizontales y estudiar cómo se propagan a la posición. Tampoco se ha podido evaluar mediante esta técnica modelos tridimensionales más complejos, como por ejemplo el NeQuick (Hochegger *et al.*, 2000), IRI (Bilitza, 2001) o el PIM (Daniell *et al.*, 1995), cuya descripción de la ionosfera es bastante más realista que la de una capa infinitesimal. Por todo ello, se propone en la próxima sección otra metodología original para estudiar cómo, en promedio, afecta un error no aleatorio a la posición aplicándola al caso ionosférico mediante el uso de un modelo tridimensional (NeQuick).

4.5. Nueva metodología: resolución numérica

En esta sección se propone una nueva metodología para evaluar cómo se propaga en promedio a las coordenadas del receptor un error no aleatorio. Se trata de una técnica numérica basada en el generador de observaciones GPS que evalúa, para un observador dado, el efecto promediado de este error en la posición. La idea es sencilla: dadas las coordenadas del observador y un modelo del error no aleatorio a estudiar, se simularán las observaciones GPS de ese observador al que se le incluye este error para un día completo de observaciones. El hecho de realizarlo sobre un día completo se debe a que así se evalúan todas las configuraciones posibles sobre esa posición, ya que la localización de satélites sobre un lugar determinado se repite de un día a otro, salvo 4 minutos. Al permitir que varíe la configuración de satélites manteniendo el error congelado en el tiempo se puede estudiar cómo afecta éste en promedio sobre el receptor, esto es, con esta técnica se está evaluando qué efecto promedio proveniente de la interrelación del error no aleatorio y la geometría particular de los satélites sobre su cabeza puede esperar en la posición un observador con esa localización.

Para evaluar este promedio en posición se pueden procesar las observaciones GPS con un programa de posicionamiento puntual o, de manera equivalente, se puede prescindir del programa y propagar directamente el error como se ha explicado en la sección 4.1.4. Para esta propagación además de la posición del observador, sólo necesitaremos un archivo con las posiciones de los satélites para ese día, con las que seremos capaces de calcular la matriz de diseño. A partir de ella y para cada época se resuelve el sistema 4.19 que liga el error en el pseudo rango con su correspondiente en la posición. Por último, se calcula el

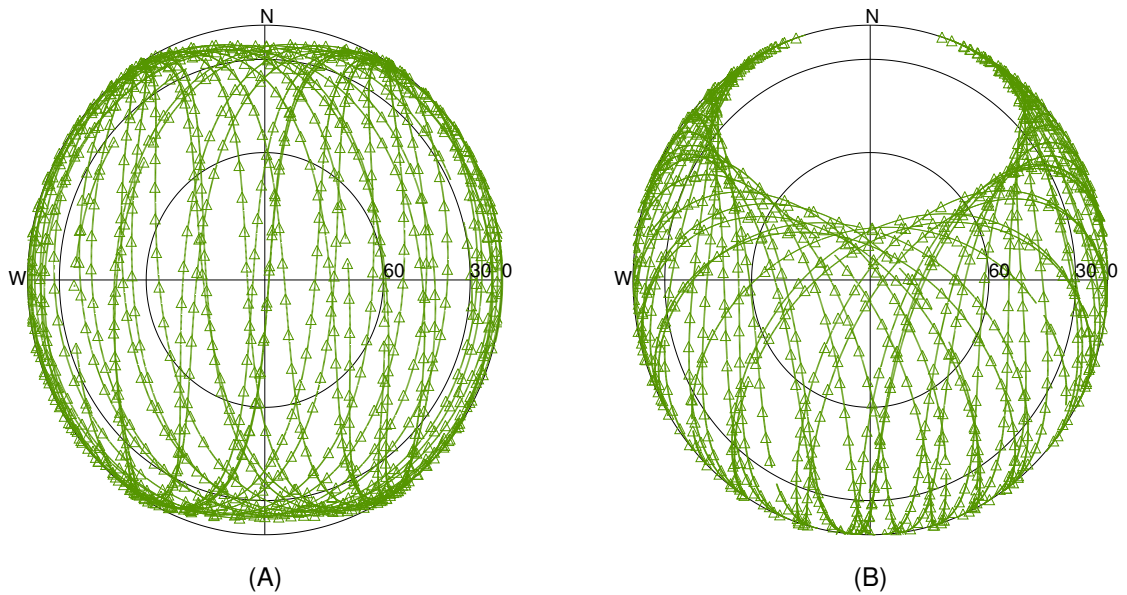


Figura 4.28: Trazas de los satélites visibles a lo largo de un día para un observador situado en el ecuador (A) y en latitudes medias (B). Los triángulos marcan las posiciones de los satélites con un intervalo de quince minutos

valor medio de los errores en la posición, así como su desviación típica, teniendo en cuenta todas las épocas que entran en el día.

Se ha escogido simular 96 épocas por día, esto es, una época cada quince minutos, ya que se ha visto que reducir este intervalo no produce cambios significativos en los resultados. En la figura 4.28, donde se muestran las trazas de los satélites visibles y su posición a intervalos de quince minutos, se puede apreciar cómo se trata de un intervalo suficiente como para cubrir todas las configuraciones.

Esta técnica presenta la ventaja de que el error no aleatorio a estudiar no tiene por qué tener una expresión analítica sencilla en elevación-azimut, como en la metodología de Santerre (1991), sino que puede tener una expresión compleja, incluso se puede emplear un modelo numérico como el NeQuick para evaluar la influencia de la ionosfera. Esta metodología permite estudiar errores dependientes de los satélites que con la técnica de Santerre (1991) no era posible. Así mismo, otra ventaja de este nuevo método es la de ser un promedio más realista sobre la cobertura de satélites que hay sobre el observador, ya que es esa misma la que emplea para evaluar el efecto.

Comenzaremos comparando los resultados de esta técnica numérica con los obtenidos en la sección anterior (sección 4.4) en la que se empleó la metodología de Santerre (1991), para luego pasar a evaluar el error ionosférico con un modelo de ionosfera más realista.

4.5.1. Comparación de resultados con la técnica de Santerre (1991)

Antes de aplicar la técnica con un modelo ionosférico general, se presenta en esta sección la comparación de ésta con la metodología de Santerre (1991). Para ello, se aplicará la nueva técnica a un observador situado en una zona de gran cobertura azimutal de satélites, de manera que la distribución de satélites en el cielo será lo más parecida posible al caso

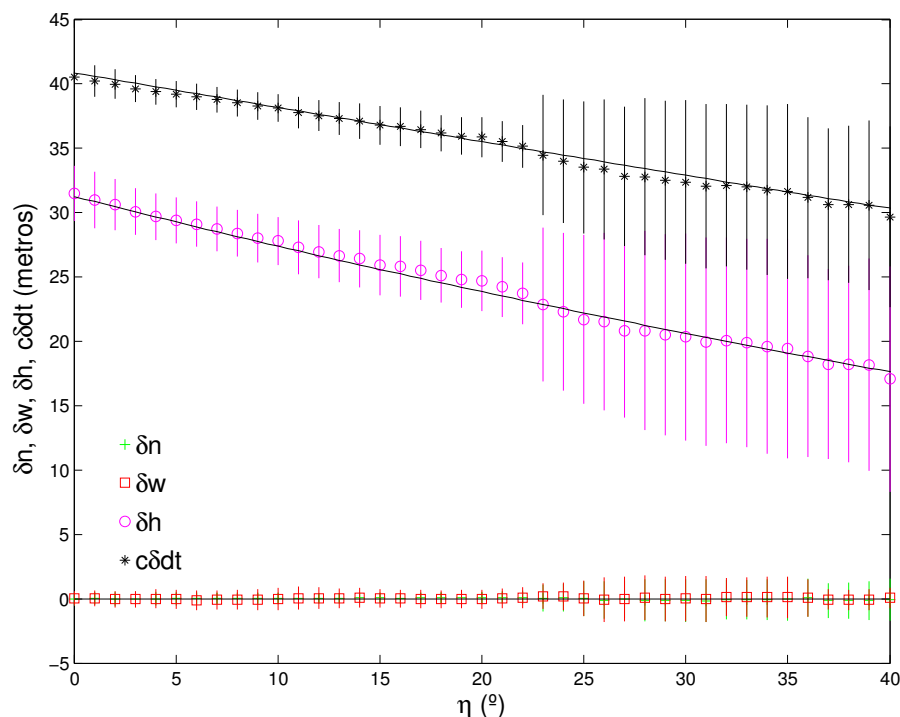


Figura 4.29: Error ionosférico promedio en función de el umbral de elevación en las componentes norte (δn), oeste (δw), cenital (δh) y de error del reloj del receptor ($c\delta dt$) para un observador en el ecuador. En línea superpuesta se muestran los resultados con la técnica de Santerre (1991)

estudiado en la sección 4.4. De la comparación entre las gráficas de la figura 4.28, donde se presentan las trazas de todos los satélites visibles a lo largo del día para un observador en latitudes ecuatoriales y otro en latitudes medias, se deduce que lo más adecuado, dada la inclinación de los planos orbitales de los satélites GPS, será escoger un observador situado en el ecuador. Para la comparación se han simulado todas las configuraciones de satélites cada 15 minutos para el día 13 de mayo de 2003 para un observador situado en el ecuador, utilizando distintos umbrales elevación, empleándose el mismo modelo ionosférico que con la metodología de Santerre (1991) (modelo ICA con VTEC constante con valor 80 TECU).

Los resultados se grafican en la figura 4.29 en la que se presentan los errores en cada una de las cuatro componentes (norte, oeste, zenit, error del reloj del receptor), así como su desviación típica como una barra vertical. Se superpone con línea continua los valores respectivos obtenidos con la metodología de Santerre (1991) en la sección 4.4. El máximo umbral de elevación escogida fue de 40° , ya que a partir de esta elevación era difícil encontrar épocas con cuatro o más satélites en vista.

En la figura 4.30 se muestra el factor de dilución de la precisión geométrico (GDOP) promedio, así como su desviación típica. Se superpone en esta figura el GDOP esperable a partir de la metodología de Santerre (1991). Se puede observar cómo ambos son coincidentes hasta un umbral de unos 20 grados, a partir de la cual el factor de dilución de la precisión geométrico comienza a crecer, así como su desviación, dada la dificultad de encontrar épocas con una buena geometría al eliminar los satélites con elevación inferior a ese umbral. Es por ello que para los estudios con el modelo ionosférico NeQuick nos

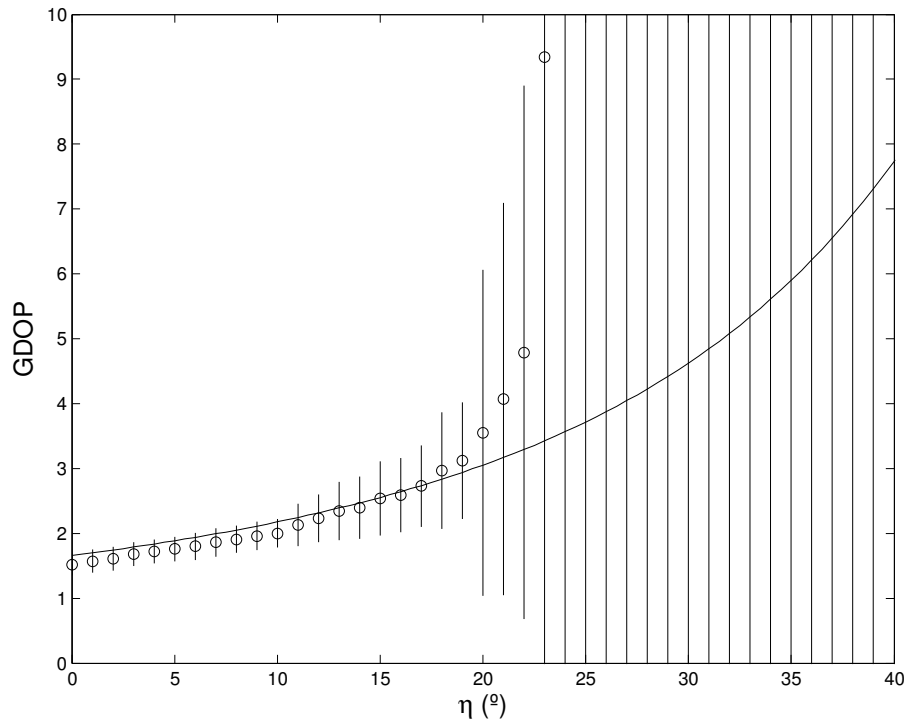


Figura 4.30: Factor de dilución de la precisión geométrico promedio (GDOP) y su desviación típica (mostrada como barras de error) para un observador en el ecuador. En línea superpuesta se muestran los resultados con la técnica de Santerre (1991)

limitaremos a emplear un umbral de elevación fija a 10 grados, valor comúnmente aceptado como equilibrado entre geometrías adecuadas (para las que se necesitan valores a baja elevación) y la eliminación de datos no muy fiables (correspondientes a elevaciones muy bajas).

Hay que destacar la gran coincidencia que existe entre los resultados de aplicar ambas metodologías y que se ilustra en la figura 4.29.

A pesar de sus diferencias (como la suposición del método de Santerre (1991) de que el error en el reloj es fijo para todas las épocas o de que los satélites se distribuyan uniformemente), ambas metodologías muestran resultados coincidentes que se ilustran en la figura 4.29. De nuevo volvemos a encontrar que el error promedio que recae en las componentes horizontales es nulo o que las diferencias entre la parte de error que recae en el reloj y la correspondiente a la vertical tienden al valor de la función error en la dirección vertical. Se ha presentado una técnica que, reproduciendo los resultados de la de Santerre (1991), supera sus limitaciones, ya que se puede aplicar a un error dependiente de cada satélite sin necesidad de que tenga una expresión sencilla en coordenadas de elevación y azimut.

4.5.2. Aplicación a una ionosfera más realista: modelo ionosférico Ne-Quick

El principal objetivo de esta sección es comprender la interrelación entre la geometría impuesta por la distribución de los satélites y el error ionosférico, cómo ambas se combinan

y acaban afectando a la posición. Para ello se ha desarrollado esta nueva metodología que ahora aplicaremos a un modelo de ionosfera más realista que el estudiado hasta ahora. Se trata del modelo ionosférico conocido como NeQuick (Hochegger *et al.*, 2000), que presenta la ventaja de ser un modelo tridimensional capaz de calcular el contenido oblicuo de electrones, esto es, el *STEC* que necesitamos para estimar el error en pseudo rango. El modelo depende de la posición del observador así como de la de cada satélite, de la hora del día, la actividad solar y la época del año (a través del mes).

Estación	Coordenadas geográficas		Coordenadas geomagnéticas	
	Latitud	Longitud	Latitud	Longitud
RESO	74.69°N	265.11°E	82.98°N	-58.76°E
TROM	69.66°N	18.94°E	67.15°N	116.49°E
BILI	68.08°N	166.44°E	61.21°N	-138.89°E
QUIN	39.97°N	239.06°E	46.24°N	-57.25°E
TLSE	43.56°N	1.48°E	45.73°N	83.20°E
SUWN	37.28°N	127.05°E	27.31°N	-163.39°E
YKRO	6.87°N	354.76°E	10.95°N	67.84°E
GLPS	-0.74°N	-90.30°E	9.16°N	-18.83°E
PIMO	14.64°N	121.08°E	4.43°N	-167.73°E

Tabla 4.4: Coordenadas geográficas y geomagnéticas de las estaciones simuladas

Para analizar el efecto de la ionosfera con este modelo se han separado las dependencias en geométricas (posición del observador y de los satélites) y temporales (hora del día, actividad solar y época del año). Para estudiar las primeras se ha evaluado con la técnica ya descrita el error ionosférico promedio en estaciones situadas en distintas latitudes. Las estaciones elegidas se listan en la tabla 4.4 donde se especifican sus coordenadas geográficas, así como las geomagnéticas. Se han escogido tres representantes de altas latitudes (estaciones RESO, TROM y BILI), otras tres de latitudes medias (QUIN, TLSE y SUWN) y por último tres de latitudes bajas (GLPS, YKRO y PIMO). En todos los casos se ha congelado la ionosfera temporalmente (fijándose la hora local a 14 horas, el mes a marzo y la actividad solar a un índice *R12* de 94, correspondiente a una actividad media-alta) mientras que se permitía a los satélites cambiar sus posiciones a intervalos de quince minutos para un día entero.

A partir de la evaluación de los histogramas correspondientes a los errores ionosféricos en las coordenadas espaciales y temporal del receptor (de los que se puede ver un ejemplo en la figura 4.31), se ha considerado la media y la desviación típica de estos histogramas como un resumen cuantitativo que representa el comportamiento del error ionosférico en la posición.

En la tabla 4.5 se resumen los errores ionosféricos promedio obtenidos para cada una de las estaciones, así como su desviación típica. También se incluyen el promedio y desviación típica del factor de dilución de la precisión geométrico. Se puede observar una relación clara entre el error en la componente vertical (δh) y temporal ($c\delta dt$) con la latitud geomagnética: a medida que esta última disminuye, los errores en las componentes antes citadas aumentan. Este hecho se relaciona con la mayor cantidad de contenido electrónico esperable a menores latitudes geomagnéticas y que acaba repercutiendo en los errores en la posición del receptor. Existe una excepción a esta tónica en la estación de YKRO, donde encontramos un error vertical inferior al que sería de esperar y que estudiaremos más

Estación	$\delta n \pm \sigma_{\delta n}$ (m)	$\delta w \pm \sigma_{\delta w}$ (m)	$\delta h \pm \sigma_{\delta h}$ (m)	$c\delta dt \pm \sigma_{c\delta dt}$ (m)	$GDOP \pm \sigma_{GDOP}$
RESO	$0,11 \pm 0,25$	$0,74 \pm 0,18$	$4,71 \pm 1,04$	$5,59 \pm 0,62$	$2,83 \pm 0,93$
TROM	$1,14 \pm 0,36$	$0,69 \pm 0,20$	$6,14 \pm 0,95$	$7,65 \pm 0,62$	$2,64 \pm 0,62$
BILI	$1,33 \pm 0,37$	$0,09 \pm 0,20$	$6,70 \pm 0,92$	$8,63 \pm 0,60$	$2,57 \pm 0,72$
SUWN	$5,33 \pm 2,03$	$-0,09 \pm 1,16$	$14,32 \pm 2,97$	$19,78 \pm 2,38$	$2,50 \pm 0,51$
QUIN	$2,46 \pm 1,06$	$-0,20 \pm 0,61$	$9,26 \pm 1,72$	$13,06 \pm 1,33$	$2,71 \pm 1,14$
TLSE	$2,34 \pm 1,07$	$0,35 \pm 0,68$	$10,11 \pm 1,67$	$13,93 \pm 1,29$	$2,38 \pm 0,64$
YKRO	$0,89 \pm 0,94$	$0,63 \pm 1,32$	$21,04 \pm 3,46$	$25,48 \pm 2,29$	$2,33 \pm 0,74$
GLPS	$-4,30 \pm 0,40$	$0,74 \pm 1,01$	$17,77 \pm 2,32$	$25,46 \pm 1,22$	$2,25 \pm 0,41$
PIMO	$-4,95 \pm 0,89$	$-0,12 \pm 1,06$	$21,36 \pm 3,61$	$28,50 \pm 2,39$	$2,43 \pm 0,53$

Tabla 4.5: Errores ionosféricos promedios y desviaciones típicas en las componentes norte, oeste, cenital y error del reloj del receptor, utilizando el modelo ionosférico NeQuick con índice $R12\ 94$, mes de marzo y fijo para las 14 horas de hora local en cada estación. Se lista también el factor de dilución de la precisión geométrica promedio y desviación típica asociada

adelante, cuando analicemos la relación entre la forma de la ionosfera sobre la estación y los errores en la posición.

Se encuentra que los errores que recaen en la componente oeste son pequeños, en general por debajo de la desviación típica (excepción hecha de las estaciones RESO y TROM) y en promedio siempre inferiores a un metro. Hay que tener en cuenta dos factores relacionados con este resultado, por un lado la hora del día elegida para hacer el estudio (14 horas en hora local), en la que típicamente se encuentra el máximo ionosférico sobre el observador, por lo que no es de esperar un gradiente ionosférico este-oeste importante; y, por otro lado, el hecho de que la cobertura de satélites presenta típicamente mayor simetría en la dirección este-oeste (véase figura 4.28). Los resultados de la sección 4.3, que indicaban que aquellos satélites colocados hacia el este contribuían en la misma magnitud pero sentido contrario a aquéllos que se localizan hacia el oeste, sugieren que a partir de la combinación de ambos factores es esperable que el error en esta componente sea en promedio nulo.

En cuanto a la componente norte del error en la posición, se observa que a medida que disminuye la latitud la contribución a esta componente aumenta, de manera que para la estación localizada más al norte (tanto geográfico como geomagnético), RESO, esta componente es en promedio nula mientras que para TROM y BILI es del orden del metro. A partir de los resultados de la sección 4.3, se puede explicar este comportamiento relacionándolo con valores mayores del contenido electrónico oblicuo para aquellos satélites situados hacia el sur. Esta tendencia se acentúa para las estaciones de latitudes medias, mientras que se invierte para bajas latitudes, lo que no se relaciona con la cobertura de satélites, ya que es más uniforme en azimut a bajas latitudes y debe de estar relacionado con un gradiente ionosférico norte-sur. Para revisar este punto, se grafican en la figura 4.32 los mapas de contenido electrónico vertical para las estaciones de bajas latitudes. Las líneas concéntricas que rodean cada estación marcan los puntos de corte con la capa situada a 450 km de altura, donde aproximadamente se localiza el máximo de concentración electrónica en la ionosfera, de los rayos que llegan con una elevación de 10° , 30° y 50° , respectivamente. Estas líneas indican de dónde procede la mayor parte de la contribución del error ionosférico para cada elevación, esto es, nos dan una idea de la región que más influye en el error. Con esta figura se puede observar cómo las estaciones de GLPS y PIMO

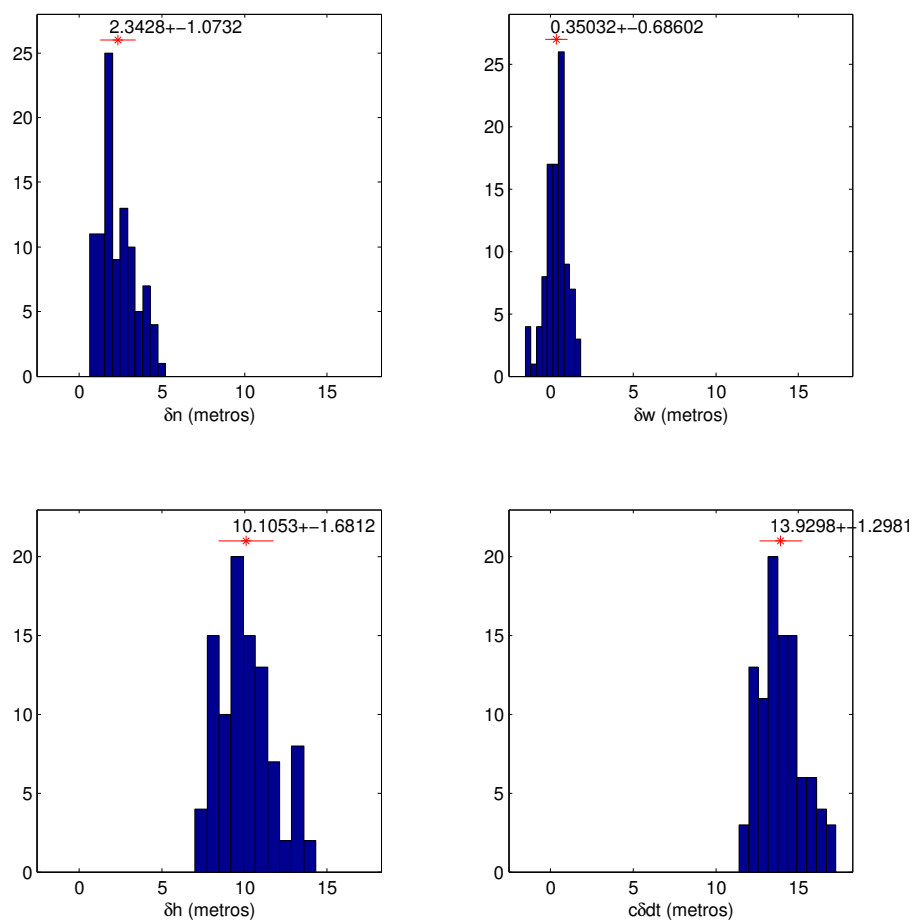


Figura 4.31: Histograma del efecto ionosférico en las coordenadas de posición (δn , δw , δh) y error de reloj ($c\delta t$) para la estación de TLSE a las 14 horas (hora local) del mes de marzo para un índice solar $R12$ con valor de 94

se encuentran con un gradiente muy pronunciado de VTEC hacia el norte, lo que lleva a esos valores negativos tan grandes en el error norte. Sin embargo, la estación de YKRO se encuentra situada en una zona con mayor simetría del contenido electrónico vertical, lo que explica que su error norte no se parezca al de las otras dos.

Los valores promedios del factor de dilución de la precisión geométrico son bastante uniformes, variando entre 2.8 para la estación de mayor latitud geográfica (RESO) a 2.25 para la estación más ecuatorial (GLPS).

Para estudiar las dependencias temporales del error ionosférico en la posición se ha elegido una de las estaciones, TLSE, y se ha repetido el estudio anterior cambiando las condiciones de la ionosfera congelada para cada día de estudio. Así se ha realizado el estudio para un índice de manchas solares ($R12$) bajo (47.2), otro medio (94.0) y otro alto (136.9). Se ha analizado el comportamiento para los meses próximos a los equinoccios (marzo y septiembre), así como a los solsticios (meses de junio y diciembre) y, por último, se ha evaluado el comportamiento del error para tres horas locales distintas, representativas de la mañana (8 hora local), mediodía (14 hora local) y noche (2 hora local).

En las tablas 4.6, 4.7, 4.8 y 4.9 se resumen los promedios y desviaciones típicas asociadas

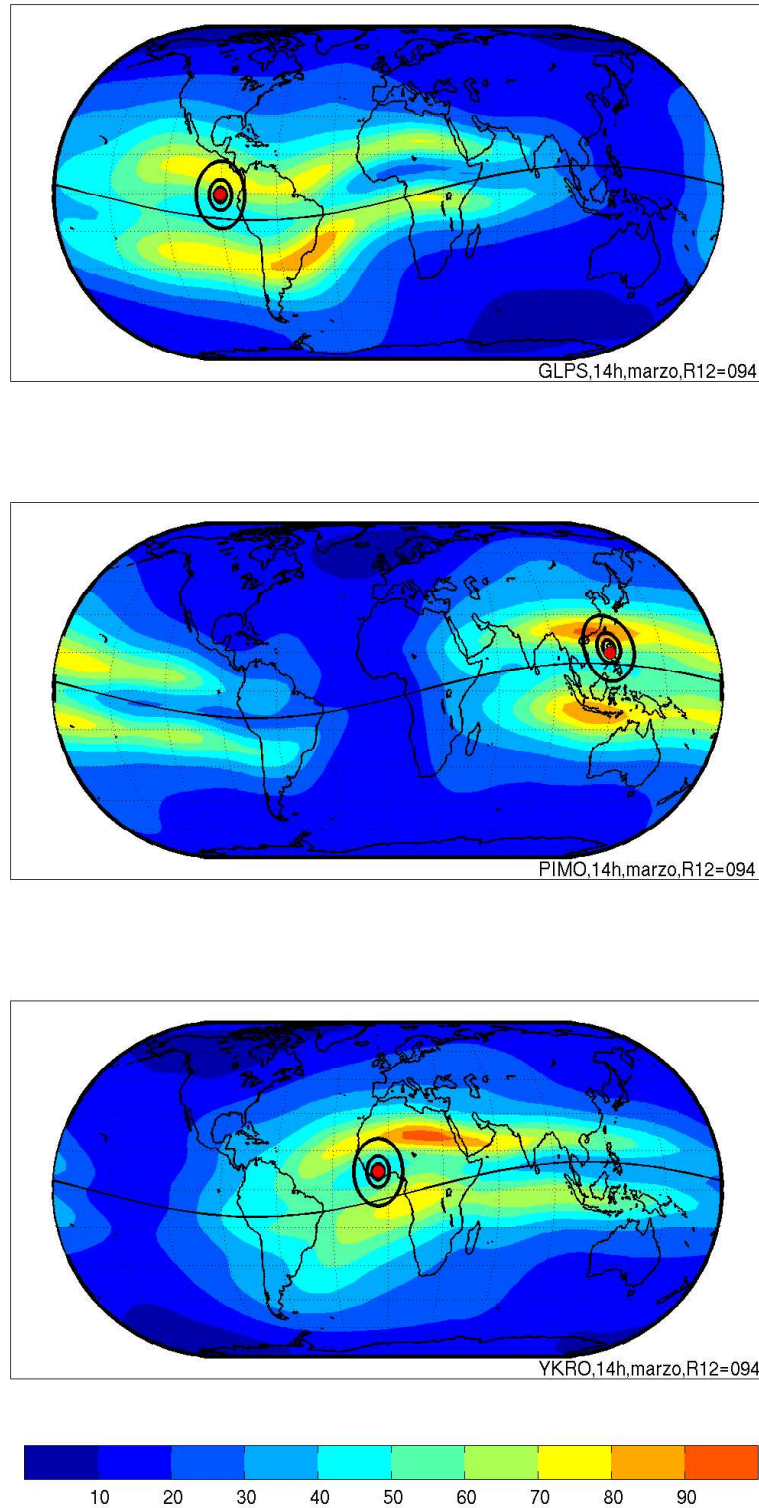


Figura 4.32: TEC vertical (en TECU) a las 14 hora local en GLPS, YKRO y PIMO. Las líneas concéntricas indican la proyección del corte de la capa a 450 km de altura con los rayos de elevación 10°, 30° y 50°, respectivamente

a los errores ionosféricos en las coordenadas y error de reloj del receptor, así como al factor de dilución de la precisión geométrica obtenidos para en la estación de TLSE para los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre, respectivamente. En ellas se puede comprobar cómo aquellos factores que repercuten en la magnitud de la densidad electrónica, como son el índice $R12$ o la hora del día, tienen una influencia directa en la magnitud de los errores. Así, por ejemplo, un aumento del índice solar $R12$ que conlleva un aumento en la densidad electrónica en el modelo, se corresponde con un aumento en los errores en la posición y error del reloj del receptor. Del mismo modo, en las horas centrales del día (14 horas) se registran las mayores magnitudes de los errores, mientras que las mínimas se dan en las horas nocturnas (2 am hora local), lo que se repite para todos los meses. En cuanto a estos últimos, el mes de marzo es el que muestra mayores errores, seguido por diciembre, mientras que el verano es el momento con menores errores.

Las componentes horizontales merecen un comentario aparte. En general, la componente oeste se puede considerar en promedio como nula, ya que sus valores son muy pequeños y generalmente inferiores a la desviación estándar. Sin embargo, para todos aquellos casos que corresponden a las 8 horas, esta componente es positiva y notablemente mayor que la desviación estándar. Este comportamiento se relaciona con los gradientes horizontales este-oeste que aparecen a esas horas de la mañana por efecto del amanecer. Los resultados de la sección 4.3 se pueden utilizar para explicar este efecto, ya que relacionaban una componente de error oeste positiva con la presencia de mayores valores del STEC en el este, lo que se corresponde con la situación normal al amanecer: la densidad electrónica en las zonas en las que ya es de día (este del observador) es mucho mayor que aquéllas correspondientes a las nocturnas (oeste del observador).

En cuanto a la componente norte, se observa que es generalmente positiva, lo que se relaciona de nuevo los resultados de la sección 4.3 relativos a la existencia de gradientes norte-sur, con mayores valores del contenido electrónico para aquellos satélites localizados al sur del observador. El efecto es mayor para las horas diurnas que para las nocturnas, lo que se corresponde con un mayor gradiente norte-sur para el día que para la noche. El mes de diciembre constituye la única excepción a este comportamiento: en las horas centrales del día encontramos que esta tendencia del error norte positivo no se repite, sino que es nula o incluso puede considerarse negativa en el caso con índice $R12$ 137. Para entender este cambio de tendencia y ver si se relaciona con algún gradiente invertido en la ionosfera se presenta en la figura 4.33 el mapa global de contenido electrónico vertical para este caso (estación TLSE en diciembre a las 14 horas y con un índice $R12$ de 137), comparándolo con los correspondientes a las mismas condiciones (14 hora local en TLSE, índice $R12$ de 137), pero para los meses de marzo y junio. También se añaden las líneas concéntricas con la proyección del corte de los rayos de elevación 10, 30 y 50°, respectivamente, con la capa a 450 km de altura, que nos marcan la zona de mayor influencia del contenido electrónico para cada elevación. En esta figura se puede apreciar cómo los meses de marzo y junio los mayores valores de contenido total electrónico vertical se encuentran al sur de la estación, por lo que las señales provenientes de satélites con azimut sur encontrarán mayor contenido oblicuo de electrones que aquéllos correspondientes a posiciones al norte de la estación, lo que lleva a un error en la componente norte positivo, como ya se ha visto a partir de los resultados de la sección 4.3. Sin embargo, el caso de diciembre es ligeramente distinto, ya que se observa que al sur de la estación el contenido electrónico vertical está disminuyendo, lo que explicaría que la componente norte del error se comportara anómalamente.

A modo de resumen de esta sección se puede decir que los mayores errores ionosféricos se pueden esperar para aquellas estaciones localizadas en latitudes ecuatoriales en

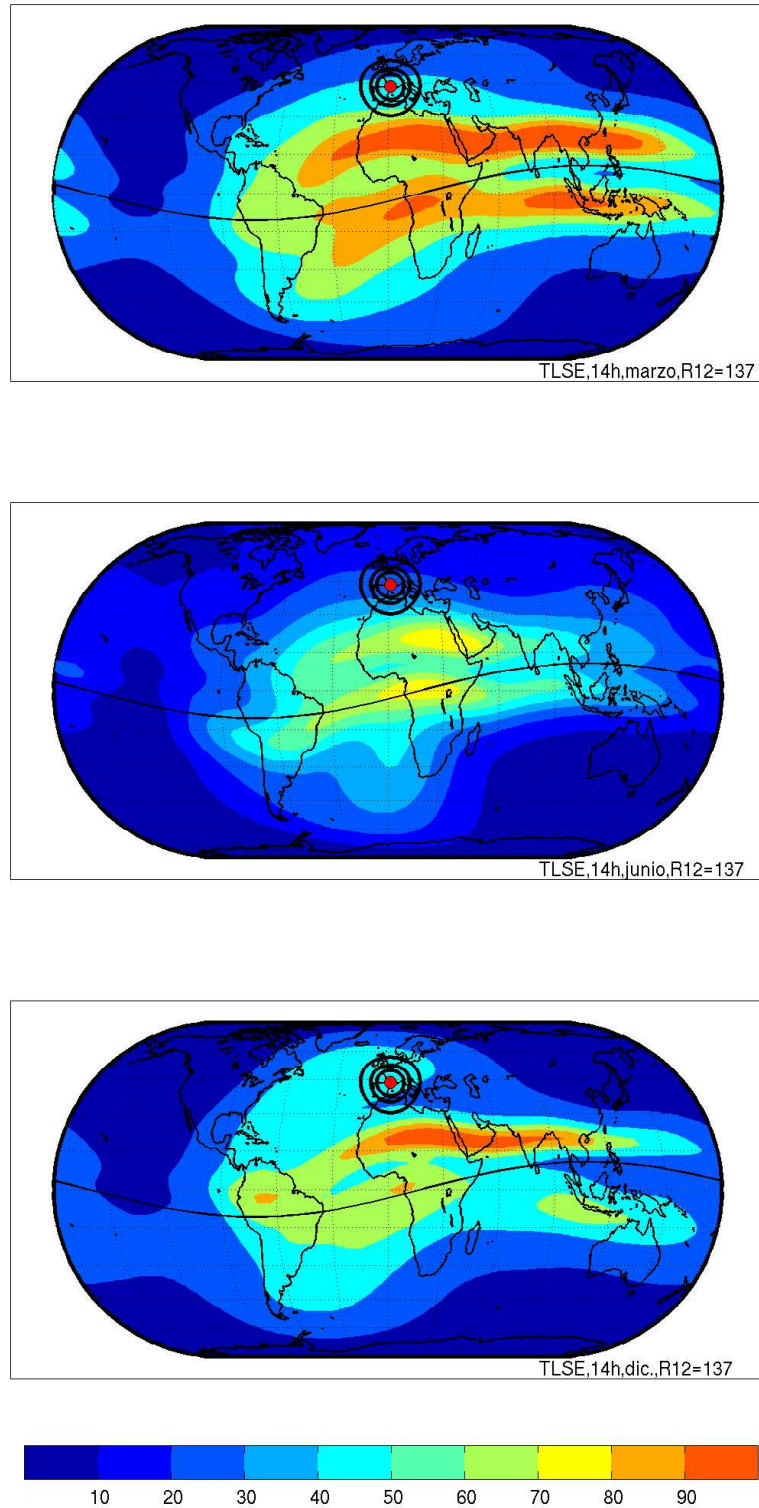


Figura 4.33: TEC vertical a las 14 hora local de TLSE con R12=137 para los meses de marzo, junio y diciembre (TECU). Las líneas concéntricas indican la proyección del corte de la capa a 450 km de altura con los rayos de elevación 10, 30 y 50°, respectivamente

los momentos centrales del día en épocas de máximo solar, principalmente las próximas al equinoccio de primavera. En estos momentos no es descabellado encontrar un error en la altura mayor que 20 metros, así como errores horizontales del orden de 5 metros, principalmente en la componente norte. El efecto del error ionosférico en la componente oeste será mayor en momentos próximos al amanecer y atardecer, cuando se presenta un gradiente este-oeste importante.

Hora	R12	$\delta n \pm \sigma_{\delta n}$ (m)	$\delta w \pm \sigma_{\delta w}$ (m)	$\delta h \pm \sigma_{\delta h}$ (m)	$c\delta dt \pm \sigma_{c\delta dt}$ (m)	$GDOP \pm \sigma_{GDOP}$
2 h	047	$0,99 \pm 0,28$	$-0,16 \pm 0,13$	$2,40 \pm 0,41$	$4,17 \pm 0,33$	$2,38 \pm 0,64$
	094	$1,11 \pm 0,39$	$-0,18 \pm 0,21$	$3,48 \pm 0,60$	$5,58 \pm 0,48$	$2,38 \pm 0,64$
	137	$1,47 \pm 0,58$	$-0,27 \pm 0,34$	$4,40 \pm 0,90$	$6,63 \pm 0,72$	$2,38 \pm 0,64$
8 h	047	$0,86 \pm 0,32$	$0,42 \pm 0,25$	$4,34 \pm 0,64$	$6,38 \pm 0,47$	$2,38 \pm 0,64$
	094	$1,28 \pm 0,49$	$0,82 \pm 0,38$	$6,28 \pm 1,01$	$9,09 \pm 0,75$	$2,38 \pm 0,64$
	137	$1,96 \pm 0,76$	$1,57 \pm 0,59$	$8,54 \pm 1,60$	$12,23 \pm 1,20$	$2,38 \pm 0,64$
14 h	047	$1,61 \pm 0,75$	$0,49 \pm 0,50$	$6,73 \pm 1,22$	$9,06 \pm 0,94$	$2,38 \pm 0,64$
	094	$2,34 \pm 1,07$	$0,35 \pm 0,68$	$10,11 \pm 1,67$	$13,93 \pm 1,29$	$2,38 \pm 0,64$
	137	$3,65 \pm 1,54$	$0,16 \pm 0,95$	$14,75 \pm 2,37$	$20,86 \pm 1,83$	$2,38 \pm 0,64$

Tabla 4.6: Errores ionosféricos promedios y desviaciones típicas en las componentes norte, oeste, cenital y error del reloj del receptor, utilizando el modelo ionosférico NeQuick para la estación de TLSE en el mes de marzo. Se añade el factor de GDOP promedio y su desviación típica

Hora	R12	$\delta n \pm \sigma_{\delta n}$ (m)	$\delta w \pm \sigma_{\delta w}$ (m)	$\delta h \pm \sigma_{\delta h}$ (m)	$c\delta dt \pm \sigma_{c\delta dt}$ (m)	$GDOP \pm \sigma_{GDOP}$
2 h	047	$0,43 \pm 0,16$	$-0,02 \pm 0,09$	$1,98 \pm 0,22$	$2,91 \pm 0,17$	$2,36 \pm 0,55$
	094	$0,71 \pm 0,24$	$-0,03 \pm 0,13$	$2,83 \pm 0,33$	$4,18 \pm 0,26$	$2,36 \pm 0,55$
	137	$1,07 \pm 0,34$	$-0,03 \pm 0,18$	$3,81 \pm 0,47$	$5,68 \pm 0,36$	$2,36 \pm 0,55$
8 h	047	$0,37 \pm 0,26$	$0,58 \pm 0,20$	$4,32 \pm 0,58$	$6,31 \pm 0,43$	$2,36 \pm 0,55$
	094	$0,51 \pm 0,32$	$0,69 \pm 0,25$	$5,35 \pm 0,71$	$7,81 \pm 0,53$	$2,36 \pm 0,55$
	137	$0,66 \pm 0,39$	$0,82 \pm 0,29$	$6,34 \pm 0,86$	$9,24 \pm 0,64$	$2,36 \pm 0,55$
14 h	047	$1,91 \pm 0,82$	$0,02 \pm 0,39$	$5,91 \pm 1,10$	$8,12 \pm 0,84$	$2,36 \pm 0,55$
	094	$2,18 \pm 0,93$	$0,02 \pm 0,44$	$7,14 \pm 1,25$	$9,93 \pm 0,96$	$2,36 \pm 0,55$
	137	$2,57 \pm 1,11$	$0,03 \pm 0,51$	$8,44 \pm 1,48$	$11,76 \pm 1,13$	$2,36 \pm 0,55$

Tabla 4.7: Errores ionosféricos promedios y desviaciones típicas en las componentes norte, oeste, cenital y error del reloj del receptor, utilizando el modelo ionosférico NeQuick para la estación de TLSE en el mes de junio. Se añade el factor de GDOP promedio y su desviación típica

4.5.3. Análisis de la relación entre la “forma” de la ionosfera en elevación y azimut con el error en posición

En la sección anterior se ha presentado una técnica numérica para estudiar el efecto de un determinado error no aleatorio en la posición y error del reloj del receptor. Se ha aplicado esta técnica al análisis del comportamiento del error ionosférico mediante el uso de un modelo ionosférico tridimensional, el NeQuick. A pesar de que la principal

Hora	R12	$\delta n \pm \sigma_{\delta n}$ (m)	$\delta w \pm \sigma_{\delta w}$ (m)	$\delta h \pm \sigma_{\delta h}$ (m)	$c\delta dt \pm \sigma_{c\delta dt}$ (m)	$GDOP \pm \sigma_{GDOP}$
2 h	047	$0,43 \pm 0,13$	$-0,06 \pm 0,06$	$1,24 \pm 0,20$	$1,96 \pm 0,16$	$2,59 \pm 0,88$
	094	$0,71 \pm 0,24$	$-0,13 \pm 0,11$	$1,97 \pm 0,35$	$3,03 \pm 0,28$	$2,59 \pm 0,88$
	137	$0,99 \pm 0,37$	$-0,21 \pm 0,16$	$2,79 \pm 0,53$	$4,25 \pm 0,42$	$2,59 \pm 0,88$
8 h	047	$0,74 \pm 0,38$	$0,72 \pm 0,23$	$3,87 \pm 0,76$	$5,51 \pm 0,57$	$2,59 \pm 0,88$
	094	$1,03 \pm 0,53$	$0,98 \pm 0,31$	$5,35 \pm 1,05$	$7,62 \pm 0,79$	$2,59 \pm 0,88$
	137	$1,31 \pm 0,69$	$1,24 \pm 0,41$	$6,82 \pm 1,35$	$9,69 \pm 1,02$	$2,59 \pm 0,88$
14 h	047	$2,35 \pm 1,03$	$0,08 \pm 0,50$	$6,49 \pm 1,59$	$8,79 \pm 1,25$	$2,59 \pm 0,88$
	094	$2,70 \pm 1,18$	$0,03 \pm 0,57$	$8,61 \pm 1,84$	$12,00 \pm 1,44$	$2,59 \pm 0,88$
	137	$3,24 \pm 1,41$	$-0,01 \pm 0,67$	$10,97 \pm 2,18$	$15,53 \pm 1,71$	$2,59 \pm 0,88$

Tabla 4.8: Errores ionosféricos promedios y desviaciones típicas en las componentes norte, oeste, cenital y error del reloj del receptor, utilizando el modelo ionosférico NeQuick para la estación de TLSE en el mes de septiembre. Se añade el factor de GDOP promedio y su desviación típica

Hora	R12	$\delta n \pm \sigma_{\delta n}$ (m)	$\delta w \pm \sigma_{\delta w}$ (m)	$\delta h \pm \sigma_{\delta h}$ (m)	$c\delta dt \pm \sigma_{c\delta dt}$ (m)	$GDOP \pm \sigma_{GDOP}$
2 h	047	$0,75 \pm 0,24$	$0,19 \pm 0,10$	$1,71 \pm 0,33$	$2,95 \pm 0,26$	$2,46 \pm 0,64$
	094	$0,95 \pm 0,30$	$0,07 \pm 0,11$	$2,49 \pm 0,39$	$4,14 \pm 0,31$	$2,46 \pm 0,64$
	137	$1,02 \pm 0,38$	$-0,01 \pm 0,15$	$3,06 \pm 0,49$	$4,90 \pm 0,39$	$2,46 \pm 0,64$
8 h	047	$0,80 \pm 0,41$	$0,89 \pm 0,32$	$3,74 \pm 0,86$	$6,10 \pm 0,67$	$2,46 \pm 0,64$
	094	$0,93 \pm 0,55$	$1,22 \pm 0,43$	$5,89 \pm 1,22$	$9,10 \pm 0,94$	$2,46 \pm 0,64$
	137	$1,39 \pm 0,82$	$2,05 \pm 0,63$	$8,37 \pm 1,82$	$12,32 \pm 1,38$	$2,46 \pm 0,64$
14 h	047	$0,09 \pm 0,46$	$0,07 \pm 0,26$	$6,30 \pm 0,69$	$9,11 \pm 0,53$	$2,46 \pm 0,64$
	094	$-0,57 \pm 0,65$	$-0,22 \pm 0,39$	$9,57 \pm 1,16$	$13,88 \pm 0,86$	$2,46 \pm 0,64$
	137	$-1,47 \pm 1,04$	$-0,90 \pm 0,65$	$13,98 \pm 1,84$	$20,45 \pm 1,36$	$2,46 \pm 0,64$

Tabla 4.9: Errores ionosféricos promedios y desviaciones típicas en las componentes norte, oeste, cenital y error del reloj del receptor, utilizando el modelo ionosférico NeQuick para la estación de TLSE en el mes de diciembre. Se añade el factor de GDOP promedio y su desviación típica

desventaja que presenta el método es que se trata de uno numérico y que no permite establecer relaciones analíticas entre el error no aleatorio y su efecto en posición, se han obtenido relaciones cualitativas entre la presencia de gradientes horizontales norte-sur con el error en la componente norte de la posición, así como entre gradientes este-oeste y la componente oeste del error.

Hasta ahora hemos estado relacionando el error ionosférico en la posición con la representación global del contenido electrónico total en vertical. Sin embargo, como el error en la posición depende, por un lado, del contenido oblicuo de electrones y, por otro, de la matriz de diseño, que a su vez se expresa en función de las elevaciones y azimuts de los satélites a la vista, el modo más adecuado de estudiar el efecto de la ionosfera sobre la posición será describir su “forma” en función de la elevación y azimut. Con la expresión “forma” de la ionosfera se hace referencia al contenido oblicuo total de electrones que tiene un observador sobre su posición en todas las direcciones, independientemente de los satélites que haya en una determinada época. Así, por ejemplo, es de esperar que este contenido

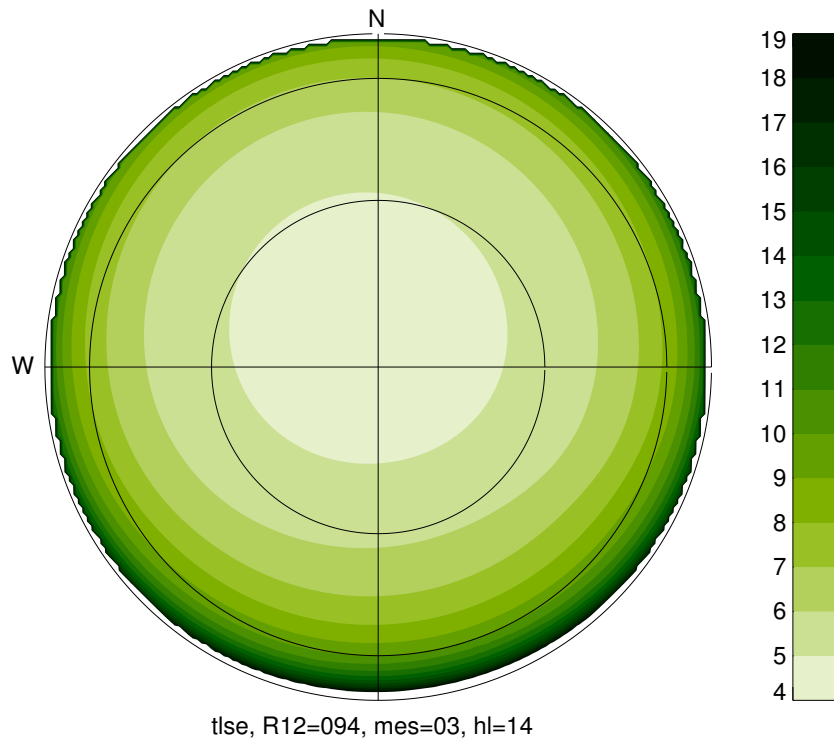


Figura 4.34: Error ionosférico en metros sobre la estación de TLSE para las 14 horas del mes de marzo con $R12=94$ en función de la elevación y el azimut

oblicuo sea menor sobre la vertical del observador que a bajas elevaciones, dado que un hipotético rayo que atravesara la ionosfera proveniente de un satélite con baja elevación encontraría más contenido total de electrones que otro que viniera directamente del zenit, el primero habría de atravesar más ionosfera que el segundo.

Un ejemplo gráfico de esta nueva aproximación se presenta en la figura 4.34 que muestra el error ionosférico (en metros) sobre el observador en función de la elevación y el azimut para el caso del contenido electrónico vertical que se ilustra la figura 4.35: las 14 horas (hora local) en la estación de TLSE para el mes de marzo bajo condiciones media-alta de actividad solar (tomando $R12$ como 94). Comparando ambas se puede observar, por ejemplo, cómo el gradiente norte-sur (mayores valores al sur) que se mostraba en los mapas de VTEC se traslada al error ionosférico en las coordenadas de elevación y azimut. También se observa que el error ionosférico en la vertical es un poco mayor que 4 m, o que el error para elevaciones próximas a 10° es del orden de los 14 ó 15 metros.

En esta sección se busca establecer relaciones cuantitativas entre la “forma” de la ionosfera y su efecto en las coordenadas de la posición. Sin embargo, estas relaciones no podrán ser más que aproximadas, ya que existe una variabilidad inherente a cómo se propaga un determinado error a la posición, que depende de la geometría particular de los satélites sobre el receptor. A pesar de esta variabilidad, hemos visto que se puede establecer un valor promediado sobre distintas configuraciones y es este promedio, que surge de un método numérico de cálculo, el que queremos relacionar con la “forma” de la ionosfera.

Para establecer estas relaciones nos basaremos en los resultados de las secciones 4.3 y 4.4, a partir de las cuales se proponen las siguientes hipótesis de trabajo, que se verificarán

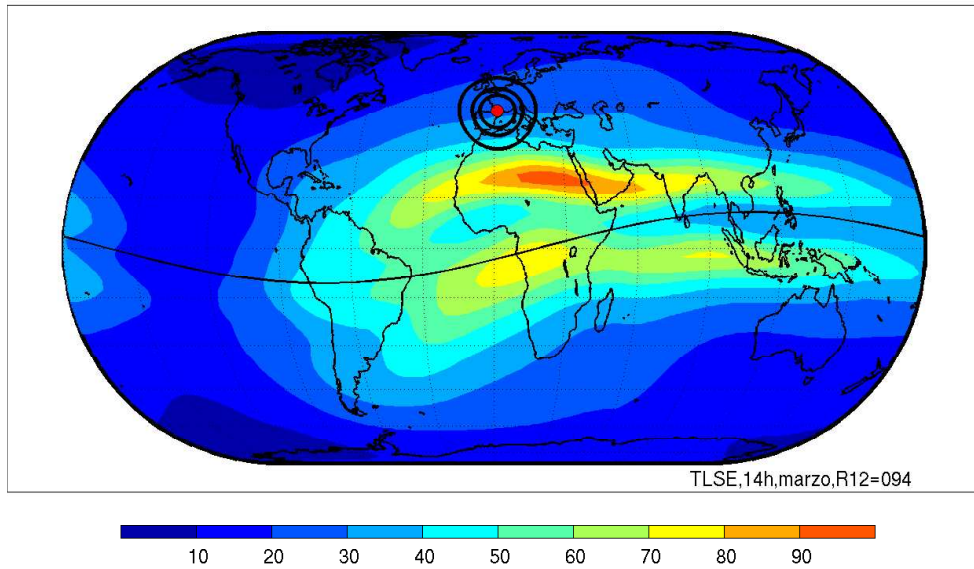


Figura 4.35: TEC vertical a las 14 hora local de TLSE con R12=94 para el mes de marzo (TECU). Las líneas concéntricas indican la proyección del corte de la capa a 450 km de altura con los rayos de elevación 10, 30 y 50°, respectivamente

con los datos procesados:

- *El error en la componente temporal $c\delta dt$ será la media de los errores ionosféricos a bajas elevaciones (10°):* En la sección 4.3 se concluía que el error en la componente temporal tendía al valor del error ionosférico a bajas elevaciones (expresión 4.44). Al emplear la metodología de Santerre (1991) nos encontrábamos con un resultado similar: las curvas del error ionosférico en función de la elevación ($\delta(\eta)$) y la componente temporal del error en posición ($c\delta dt$) coincidían cuando se empleaba un umbral de elevación pequeña, del orden de los 6° . A partir de estos resultados y considerando que se ha estado empleando un umbral de elevación de 10° para obtener todos los resultados de las tablas 4.5, 4.6, 4.7, 4.8 y 4.9 se propone como primera hipótesis de trabajo la siguiente relación:

$$c\delta dt \approx \overline{\delta(\eta)}|_{\eta \approx 10^\circ} \quad (4.56)$$

- *El error en la componente vertical δh dependerá del error que recae en la componente temporal $c\delta dt$ y el error cenital $\delta(\pi/2)$:* En la sección 4.3 veíamos que la resta entre $c\delta dt$ y δh sólo dependía del satélite que se encontraba en la dirección cenital. Empleando la metodología de Santerre (1991) encontrábamos que se repetía esta tendencia cuando el umbral de elevación tendía a $\pi/2$. Para el caso de un umbral de 10° , como la aquí empleada, la resta entre la componente temporal y la que recae en la vertical estaba cercana al 80% del valor en la vertical. Por ello se propone como segunda hipótesis de trabajo la siguiente relación:

$$\delta h \approx c\delta dt - 0,8 \cdot \delta\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad (4.57)$$

- *Error en la componente norte δn* : Para evaluar el error en la componente norte haremos uso de los resultados de la sección 4.3 donde se relacionaba éste con las proyecciones del error ionosférico sobre el eje norte-sur y para el que explícitamente se encontraba:

$$\delta n = \sum_{k=2}^m \frac{-2 \cos(2\pi \frac{k-2}{m-1})}{(m-1) \cos \eta} \delta(\eta)^k \quad (4.58)$$

Normalmente, si las condiciones de visibilidad son buenas y no hay obstáculos, es usual encontrar una media de 8 ó 9 satélites en cada época utilizando un umbral de elevación de 10° , por lo que evaluaremos la expresión anterior suponiendo 9 satélites. Para este número de satélites, el GDOP que se obtiene con una elevación de 25° (ver expresión 4.45) es de 2.2, que es del orden de los GDOP que se muestran en las tablas 4.5 a 4.9, por lo que se ha elegido esta elevación para evaluar el gradiente norte sur. Con todo, la tercera hipótesis de trabajo será:

$$\delta n \approx \frac{-2}{8 \cos(\frac{5\pi}{36})} \sum_{k=2}^9 \cos(2\pi \frac{k-2}{8}) \delta(2\pi \frac{k-2}{8}) \quad (4.59)$$

- *Error en la componente oeste δw* : De manera análoga al caso anterior, en la sección 4.3 la partir de las proyecciones del error ionosférico sobre el eje este-oeste como:

$$\delta w_i = \sum_{k=2}^m \frac{2 \sin(2\pi \frac{k-2}{m-1})}{(m-1) \cos \eta} \delta_i^k \quad (4.60)$$

Tomando de nuevo 9 satélites y una elevación de 25° , la cuarta hipótesis sobre la que trabajar será:

$$\delta w \approx \frac{2}{8 \cos(\frac{5\pi}{36})} \sum_{k=2}^9 \sin(2\pi \frac{k-2}{8}) \delta(2\pi \frac{k-2}{8}) \quad (4.61)$$

Para evaluar el grado de acierto de estas hipótesis se generarán los mapas de error ionosférico para cada grado en azimuth y para cada medio grado en elevación. Se evaluarán las expresiones anteriores y se compararán con los promedios obtenidos en la sección 4.5.2 empleando la metodología numérica presentada en este trabajo. En la figura 4.36 se presenta gráficamente un ejemplo de la aplicación de las cuatro hipótesis de trabajo. El caso que se analiza es el mismo que el de las figuras 4.34 y 4.35, la estación de TLSE para las 14 horas del mes de marzo con R12 94. En ella se muestra que siguiendo las relaciones expuestas, es de esperar que el promedio del error en la componente temporal sea próximo a 14.4 metros, 10.7 metros en la vertical y de unos 2.3 y 0.3 metros en las componentes norte y oeste, respectivamente. Cuando se comparan estos resultados con los promedios de la sección 4.5.2 se observa que las componentes temporales difieren menos de medio metro, las verticales 0.6 m y las espaciales menos del decímetro, diferencias inferiores a las desviaciones típicas que hallábamos en la sección 4.5.2. Siguiendo el mismo procedimiento para el resto de los casos estudiados, se resume en las tablas 4.10, 4.11, 4.12, 4.13 y 4.14 los errores esperables a partir de las cuatro hipótesis de trabajo, así como la diferencia entre los promedios de la sección 4.5.2 y el resultado de utilizar las expresiones 4.56, 4.57, 4.59

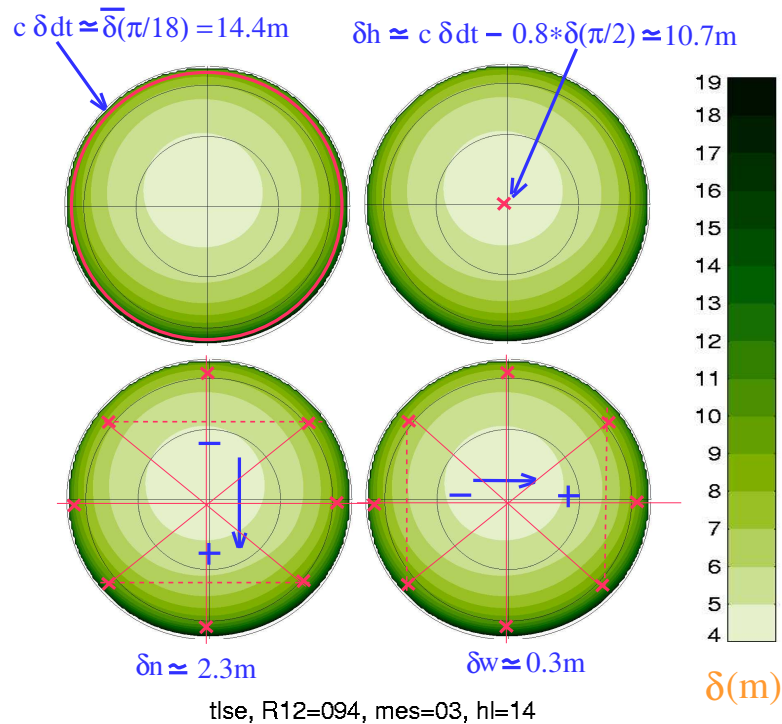


Figura 4.36: Aplicación de las cuatro hipótesis de trabajo para obtener el error ionosférico sobre la posición. Estación de TLSE para las 14 horas del mes de marzo con R12=94

y 4.61. Se destaca en negrilla aquellos resultados que difieren del promedio de la sección 4.5.2 en más de la desviación típica.

Las diferencias entre las estimaciones hechas utilizando las cuatro hipótesis y los promedios obtenidos en la sección 4.5.2 son siempre inferiores a la desviación típica salvo en dos casos: en la componente temporal de las estaciones de GLPS y PIMO, que muestran unas diferencias ligeramente superiores pero del mismo orden que las desviaciones respectivas y que representan tan solo un 10 % del valor promedio.

En las tablas 4.11, 4.12, 4.13 y 4.14 se muestra que estas relaciones se mantienen para todas las condiciones ionosféricas simuladas. En ellas se puede comprobar que las hipótesis funcionan y que la cota máxima de las diferencias entre las hipótesis y los promedios en las componentes norte y oeste es del orden de 20 centímetros, que asciende a 1 metro para el caso de la altura y el error del reloj del receptor.

Tras el estudio de estas tablas (4.10 a 4.14), se concluye que el error ionosférico esperable en promedio sobre una estación particular se puede estimar de una manera relativamente sencilla e independiente de la cobertura satelital asociada a la localización de esta estación. Se ha mostrado que para todos los casos analizados el error que recae en la componente temporal $c\delta dt$ está relacionado con la media de los errores a bajas elevaciones (10°). La diferencia máxima al estimar esta componente es de 3 metros lo que representa un 10 % de su valor total. Así mismo, se ha visto que el error en el cálculo de la altura de la estación, δh , está estrechamente ligado a la componente que recae en el error del reloj de la estación y al error ionosférico en la vertical ($\delta(\pi/2)$). Con la expresión 4.57 se está estimando el error ionosférico que recae en la altura con menos de 3m de diferencia respecto

Estación	δn	dif.	δw	dif.	δh	dif.	$c\delta dt$	dif.
RESO	-0.11	0.22	0.73	0.01	3.98	0.73	5.28	0.31
TROM	1.06	0.08	0.74	-0.05	5.57	0.57	7.51	0.14
BILI	1.21	0.12	0.01	0.08	6.09	0.61	8.39	0.24
SUWN	5.17	0.16	-0.06	-0.03	16.22	-1.90	21.25	-1.47
QUIN	2.64	-0.18	-0.31	0.11	10.04	-0.78	13.60	-0.54
TLSE	2.27	0.07	0.34	0.01	10.70	-0.59	14.40	-0.47
YKRO	0.03	0.86	0.99	-0.36	19.25	1.79	24.75	0.73
GLPS	-4.01	-0.29	1.71	-0.97	16.31	1.46	23.72	1.74
PIMO	-4.88	-0.07	0.35	-0.47	18.29	3.07	25.54	2.96

Tabla 4.10: Errores ionosféricos en metros obtenidos aplicando las cuatro hipótesis de trabajo expuestas. Se incluye la diferencia entre el promedio calculado con la metodología de la sección 4.5.2 y el uso de las anteriores hipótesis (también en metros). En todas las estaciones, la hora local fueron las 14 horas, en marzo y bajo un índice solar R12 94

Hora	R12	δn	dif.	δw	dif.	δh	dif.	$c\delta dt$	dif.
2 h	047	1.03	-0.04	-0.12	-0.04	2.54	-0.14	4.04	0.13
	094	1.08	0.03	-0.11	-0.07	3.68	-0.20	5.52	0.06
	137	1.37	0.10	-0.15	-0.12	4.71	-0.31	6.72	-0.09
8 h	047	0.94	-0.08	0.42	0.00	4.35	-0.01	6.23	0.15
	094	1.40	-0.12	0.89	-0.07	6.29	-0.01	8.91	0.18
	137	2.14	-0.18	1.79	-0.22	8.57	-0.03	12.02	0.21
14 h	047	1.56	0.05	0.52	-0.03	7.20	-0.47	9.51	-0.45
	094	2.27	0.07	0.34	0.01	10.70	-0.59	14.40	-0.47
	137	3.63	0.02	0.07	0.09	15.53	-0.78	21.31	-0.45

Tabla 4.11: Errores ionosféricos para la estación de TLSE en marzo en metros obtenidos aplicando las cuatro hipótesis de trabajo expuestas. Se incluye la diferencia entre el promedio calculado con la metodología de la sección 4.5.2 y el uso de las anteriores hipótesis (también en metros)

al promedio obtenido en la sección 4.5.2, dentro del 15 % de este valor promedio en todos los casos analizados. Por último, se ha comprobado cómo las componentes horizontales del error ionosférico en posición están relacionadas con las proyecciones en cada eje (norte - sur y oeste - este, respectivamente) de los gradientes del error ionosférico en azimut. En concreto, empleando las expresiones 4.59 y 4.61 se han estimado estas componentes con menos de 1m de diferencia respecto a los promedios obtenidos en la sección 4.5.2.

Con estas relaciones es posible explicar efectos como el hecho de que la estación de YKRO tenga un error en la componente de altura mayor, a primera vista, del que parecía corresponderle por su localización. En la figura 4.37 se muestra el error ionosférico según la elevación y el azimut. En ella, así como en la tabla 4.10 se puede comprobar cómo el error que recae en la componente temporal es del orden de 25m, similar al de las otras estaciones de bajas latitudes estudiadas (GLPS y PIMO). Sin embargo, el error ionosférico para elevaciones próximas a 90° es menor que en los otros dos casos (6,9m frente a 9,2m y 9,1m, respectivamente), por lo que, al restarlo de la componente temporal (expresión

Hora	R12	δn	dif.	δw	dif.	δh	dif.	$c\delta dt$	dif.
2 h	047	0.42	0.01	-0.04	0.02	2.03	-0.05	2.88	0.03
	094	0.70	0.01	-0.04	0.01	2.90	-0.07	4.13	0.05
	137	1.05	0.02	-0.04	0.01	3.88	-0.07	5.58	0.10
8 h	047	0.39	-0.02	0.60	-0.02	4.30	0.02	6.16	0.15
	094	0.56	-0.05	0.71	-0.02	5.32	0.03	7.61	0.20
	137	0.71	-0.05	0.83	-0.01	6.29	0.05	8.99	0.25
14 h	047	1.72	0.19	0.01	0.01	6.49	-0.58	8.63	-0.51
	094	2.02	0.16	0.02	0.00	7.78	-0.64	10.45	-0.52
	137	2.39	0.18	0.03	0.00	9.16	-0.72	12.34	-0.58

Tabla 4.12: Errores ionosféricos para la estación de TLSE en junio en metros obtenidos aplicando las cuatro hipótesis de trabajo expuestas. Se incluye la diferencia entre el promedio calculado con la metodología de la sección 4.5.2 y el uso de las anteriores hipótesis (también en metros)

Hora	R12	δn	dif.	δw	dif.	δh	dif.	$c\delta dt$	dif.
2 h	047	0.47	-0.04	-0.06	0.00	1.26	-0.02	1.89	0.07
	094	0.74	-0.03	-0.12	-0.01	2.06	-0.09	3.00	0.03
	137	1.01	-0.02	-0.20	-0.01	2.97	-0.18	4.27	-0.02
8 h	047	0.77	-0.03	0.74	-0.02	3.97	-0.10	5.52	-0.01
	094	1.06	-0.03	1.01	-0.03	5.46	-0.11	7.61	0.01
	137	1.35	-0.04	1.27	-0.03	6.95	-0.13	9.67	0.02
14 h	047	2.13	0.22	0.01	0.07	7.30	-0.81	9.55	-0.76
	094	2.54	0.16	-0.04	0.07	9.49	-0.88	12.73	-0.73
	137	3.08	0.16	-0.10	0.09	11.94	-0.97	16.24	-0.71

Tabla 4.13: Errores ionosféricos para la estación de TLSE en septiembre en metros obtenidos aplicando las cuatro hipótesis de trabajo expuestas. Se incluye la diferencia entre el promedio calculado con la metodología de la sección 4.5.2 y el uso de las anteriores hipótesis (también en metros)

4.57) el resultado es significativamente mayor.

4.5.4. Relación entre las hipótesis y la matriz de diseño

A la luz de los resultados anteriores, cabe preguntarse por la razón de la independencia que el error ionosférico en posición muestra respecto de la cobertura de satélites y, por tanto, de la localización de la estación. ¿Por qué se puede estimar la propagación de los errores ionosféricos a la posición como muestran las expresiones 4.56, 4.57, 4.59 y 4.61? La respuesta a esta pregunta está en la propia matriz de diseño y su relación con la “forma” de la ionosfera.

Por su construcción (véase expresión 4.14), se puede comprobar que la matriz de diseño presenta una serie de características que se cumplen independientemente de la geometría particular de los satélites de cada época:

1. Ya se mencionó en la sección 4.3 que la presencia de un error en pseudo rango

Hora	R12	δn	dif.	δw	dif.	δh	dif.	$c\delta dt$	dif.
2 h	047	0.74	0.01	0.25	-0.06	1.84	-0.13	2.90	0.05
	094	0.83	0.12	0.12	-0.05	2.73	-0.24	4.16	-0.02
	137	0.90	0.12	0.06	-0.07	3.38	-0.32	5.00	-0.10
8 h	047	0.83	-0.03	0.80	0.09	3.83	-0.09	5.91	0.19
	094	0.89	0.04	1.14	0.08	5.99	-0.10	8.85	0.25
	137	1.41	-0.02	1.96	0.09	8.48	-0.11	12.08	0.24
14 h	047	0.07	0.02	0.06	0.01	6.55	-0.25	9.17	-0.06
	094	-0.49	-0.08	-0.30	0.08	9.83	-0.26	13.84	0.04
	137	-1.29	-0.18	-1.06	0.16	14.28	-0.30	20.26	0.19

Tabla 4.14: Errores ionosféricos para la estación de TLSE en diciembre en metros obtenidos aplicando las cuatro hipótesis de trabajo expuestas. Se incluye la diferencia entre el promedio calculado con la metodología de la sección 4.5.2 y el uso de las anteriores hipótesis (también en metros)

constante para todas las elevaciones y azimuts recaía por completo en la componente temporal del vector de errores en la posición. Este hecho está relacionado con la cuarta columna de la matriz de diseño constituida exclusivamente por unos.

$$\delta_i^k = T, \quad \forall k \Rightarrow \begin{cases} c\delta dt_i & = T \\ \delta n_i = \delta w_i = \delta z_i & = 0 \end{cases} \quad (4.62)$$

En la figura 4.38 se muestra esta función en elevación/azimut para el caso de $T=14.4$ m, valor que obteníamos para la componente temporal en la estación de TLSE a las 14 horas, mes de marzo y con índice $R12$ de 94 al aplicar las hipótesis de la sección 4.5.3, el ejemplo gráfico con el que se ha estado trabajando (figuras 4.34 y 4.36). En esta representación, esta función es un plano horizontal con un valor constante.

- De manera análoga, debido a la tercera columna de la matriz de diseño, que es función del seno de la elevación ($-\sin \eta$), se comprueba que un error que dependa sólo del seno de la elevación recae por completo en la componente relativa a la altura:

$$\delta_i^k = -H \sin \eta^k, \quad \forall k \Rightarrow \begin{cases} \delta h_i & = H \\ \delta n_i = \delta w_i = c\delta dt_i & = 0 \end{cases} \quad (4.63)$$

Se muestra en la figura 4.39 esta función en elevación azimut para el caso de $H=10.7$ m, valor que obteníamos para la componente temporal en la estación de TLSE a las 14 horas, mes de marzo y con índice $R12$ de 94 al aplicar las hipótesis de la sección 4.5.3, el ejemplo gráfico con el que se ha estado trabajando (figuras 4.34 y 4.36). En esta representación, esta función es un cuenco: el máximo se localiza a elevación mínima, y el mínimo en el centro, cuya profundidad es justamente H .

- Si el error en el pseudo rango mostrara una dependencia con el coseno de la elevación y el coseno del azimut como la primera columna de la matriz de diseño, para cualquier geometría particular de satélites el error recaería únicamente en la componente norte

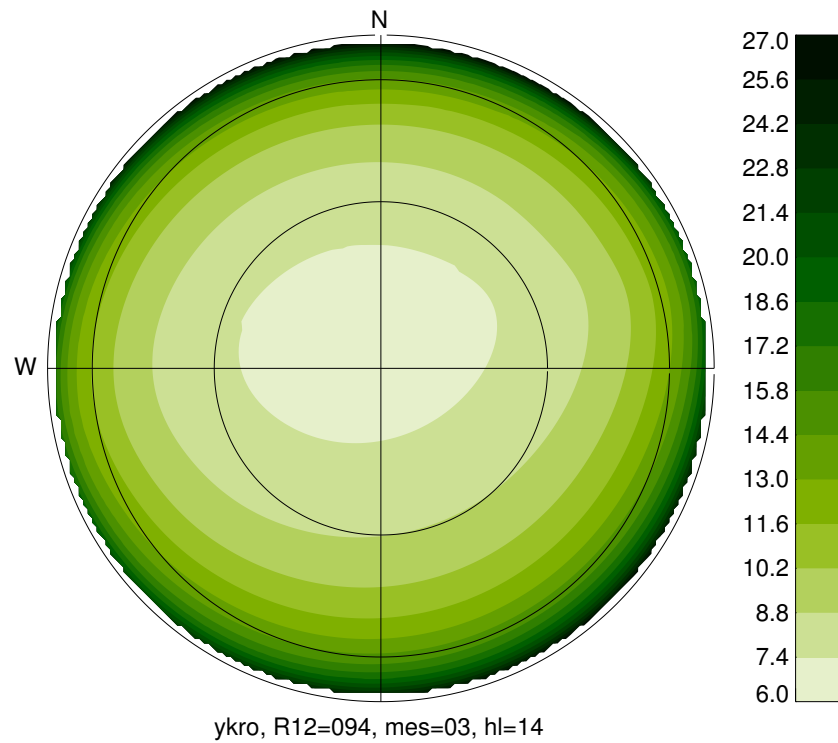


Figura 4.37: Error ionosférico en metros sobre la estación de YKRO para las 14 horas del mes de marzo con R12=94 en función de la elevación y el azimut

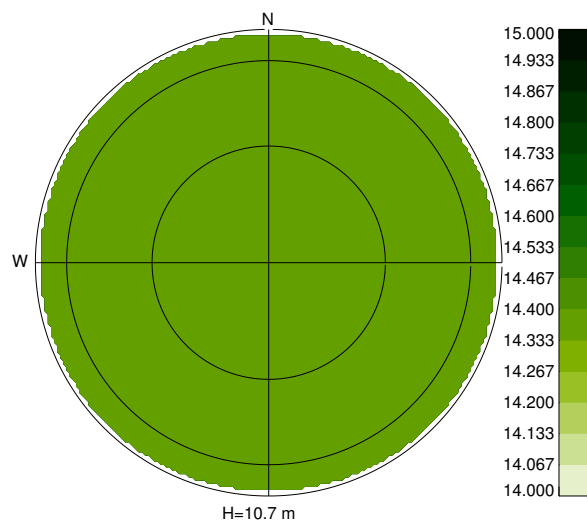


Figura 4.38: Error ionosférico $\delta_i^k = T$ en elevación-azimut

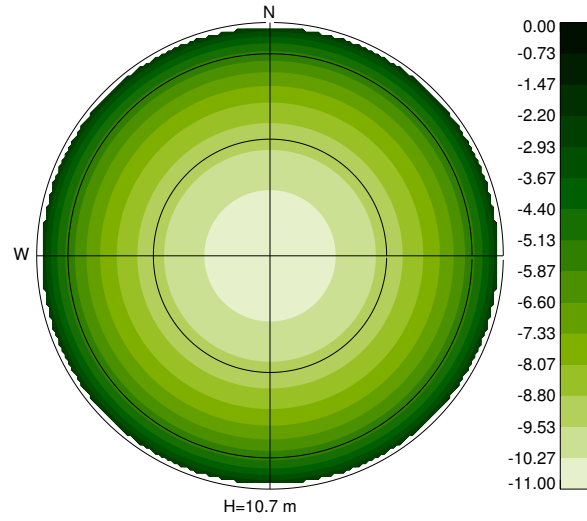


Figura 4.39: Error ionosférico $\delta_i^k = -H \sin \eta^k$ en elevación-azimut

de la posición:

$$\delta_i^k = -N \cos \eta^k \cos \chi^k, \quad \forall k \Rightarrow \begin{cases} \delta n_i & = N \\ \delta w_i = \delta h_i = c\delta dt_i & = 0 \end{cases} \quad (4.64)$$

Se muestra en la figura 4.40 esta función en elevación azimut para el caso de $N=2.3$ m, valor que obteníamos para la componente norte en la estación de TLSE a las 14 horas, mes de marzo y con índice $R12$ de 94 al aplicar las hipótesis de la sección 4.5.3. En esta representación, esta función es un plano inclinado en dirección norte - sur, con mayores valores al sur.

4. Por último, si el error en pseudo rango mostrara una dependencia con el coseno de la elevación y el seno del azimut como la segunda columna de la matriz de diseño, para cualquier geometría particular de satélites el error recaería únicamente en la componente oeste de la posición:

$$\delta_i^k = W \cos \eta^k \cos \chi^k, \quad \forall k \Rightarrow \begin{cases} \delta w_i & = W \\ \delta n_i = \delta h_i = c\delta dt_i & = 0 \end{cases} \quad (4.65)$$

Se muestra en la figura 4.41 esta función en elevación azimut para el caso de $W=0.3$ m, valor que obteníamos para la componente oeste en la estación de TLSE a las 14 horas, mes de marzo y con índice $R12$ de 94 al aplicar las hipótesis de la sección 4.5.3. En esta representación, esta función es un plano inclinado en dirección oeste - este, con mayores valores al este.

Si el error ionosférico fuera una combinación lineal de estas cuatro funciones, para cualquier geometría de satélites los errores que se propagarían a la posición serían siempre $\delta n = N$, $\delta w = W$, $\delta h = H$ y $c\delta dt = T$. Aunque un error ionosférico general no se puede descomponer como combinación lineal de estas cuatro funciones, su “forma” en

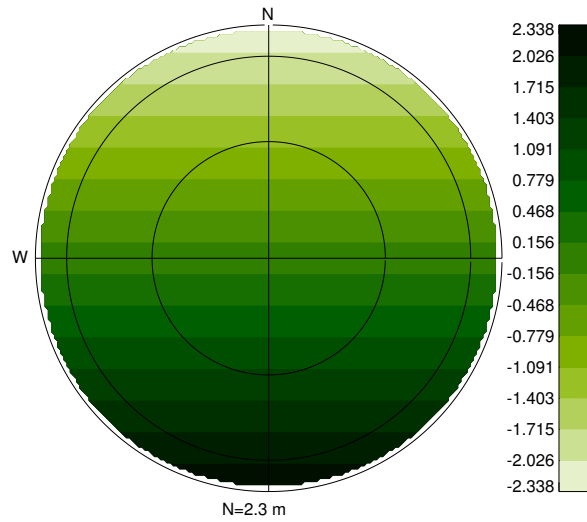


Figura 4.40: Error ionosférico $\delta_i^k = -N \cos \eta^k \cos \chi^k$ en elevación-azimut

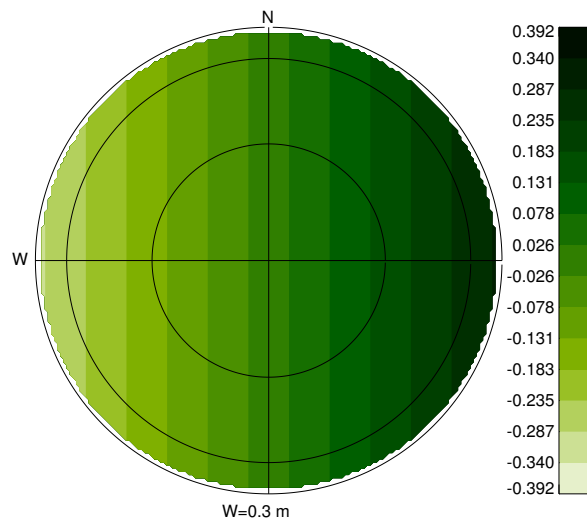


Figura 4.41: Error ionosférico $\delta_i^k = W \cos \eta^k \cos \chi^k$ en elevación-azimut

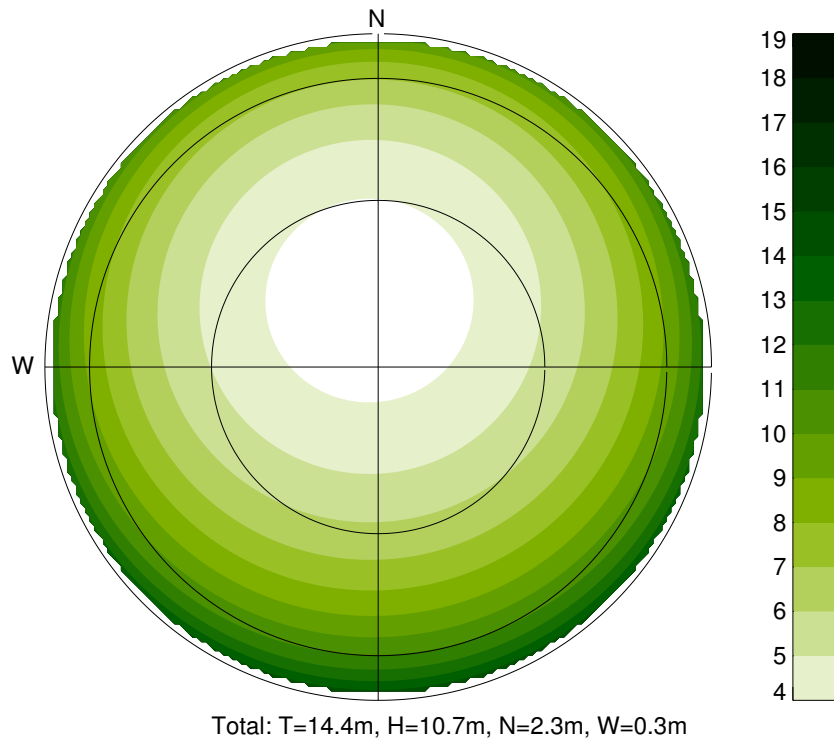


Figura 4.42: Error ionosférico $\delta_i^k = T - H \sin \eta^k - N \cos \eta^k \cos \chi^k + W \cos \eta^k \sin \chi^k$ en elevación-azimut

coordenadas de elevación y azimut no difiere tanto de la suma de las cuatro contribuciones: de un plano horizontal de valor T , al que se le resta un cuenco de profundidad H y se añaden un plano inclinado en dirección norte sur con valor N y otro con dirección oeste este de valor W . Tomando como ejemplo las figuras 4.38 a 4.41, se presenta en la figura 4.42 la suma de estas cuatro contribuciones individuales que comparándola con la “forma” de la ionosfera de la que se obtuvieron los valores de N , W , H y T (figura 4.34) se puede observar que no son tan distintas.

De hecho, ambas figuras están lo suficientemente próximas como para estimar el error ionosférico en la posición a partir de las expresiones 4.56, 4.57, 4.59 y 4.61, que podemos reinterpretar como asignando a la componente temporal la contribución de un plano horizontal, que se ajusta a partir de los errores ionosféricos a bajas elevaciones; a la componente de altura a través de la expresión 4.57 se le está asignando aproximadamente el 80% del valor de la profundidad del cuenco. Así mismo, las componentes norte y oeste se pueden interpretar como un ajuste de mínimos cuadrados a planos inclinados en cada dirección.

Supongamos que tenemos m datos δ_k ($k = 1, \dots, m$) provenientes de m puntos localizados a igual elevación (η), y azimut equidistante y repartido uniformemente tal que $\chi_k = 2\pi(k-1)/m$. Para ajustarlos al plano inclinado dado por $-N \cos \eta \cos \chi$, sería conveniente cambiar de variable a $\xi = \cos \chi$, de modo que la función a ajustar fuera $f(\xi) = b \cdot \xi$, con $b = -N \cos \eta$ constante. El ajuste por mínimos cuadrados de esta viene dado por

$$b = \frac{\sum_{k=1}^m \delta_k \xi_k}{\sum_{k=1}^m \xi_k^2} \quad (4.66)$$

Como $\sum_{k=1}^m \xi_k^2 = \sum_{k=1}^m \cos^2(2\pi(k-1)/m) = m/2$, resolviendo N queda:

$$N = -\frac{2}{m} \sum_{k=1}^m \delta_k \cos(2\pi(k-1)/m) \quad (4.67)$$

De esta manera se demuestra que la expresión 4.59 (y por analogía también 4.61) no son más que el ajuste por mínimos cuadrados de la función $-N \cos \eta \cos \chi$ (y $W \cos \eta \sin \chi$).

A través las expresiones 4.56, 4.57, y 4.59 4.61 y debido a que la “forma” de la ionosfera lo permite, estamos aproximando el error ionosférico en elevación y azimut con una combinación de las funciones especiales del sistema $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$, cuyo efecto en la posición es independiente de la constelación particular de los satélites sobre el observador, por lo que estas expresiones funcionan de manera aceptable independientemente de la localización de la estación.

Capítulo 5

Posicionamiento puntual: 2. Mitigación del error ionosférico

Este capítulo está dedicado a la mitigación del error ionosférico en posicionamiento puntual. Se analizarán las mejoras que introduce el empleo del modelo NeQuick, así como de la versión actualizada con datos GPS con dependencia latitudinal presentada en la sección 2.4.

Por último, se mostrarán las mejoras obtenidas al aplicar correcciones diferenciales DGPS obtenidas a partir del generador de observaciones GPS artificiales, así como una técnica que permite a los usuarios que no registran las medidas de pseudo rango aplicar cualquier tipo de corrección con el único requisito de conocer los satélites observados.

5.1. Empleo del modelo NeQuick para mitigar el error ionosférico

En esta sección se propone utilizar el modelo ionosférico NeQuick para corregir el error ionosférico en la posición. Se ha escogido este modelo de los dos comparados en el capítulo 3 porque permite el cálculo de valores de contenido oblicuo de electrones (STEC) integrando la densidad electrónica para cualquier línea satélite receptor. El modelo IRI, en cambio, aún no cuenta con una subrutina que realice esta integración, por lo que sería necesario implementar una o emplear algún modelo que relacionara el STEC con el VTEC.

Restringiremos esta corrección a la región europea ya que, por un lado, sabemos que el modelo NeQuick funciona relativamente bien en esta región, como se mostró en la sección 2.3, y, por otro, porque los datos empleados para evaluar el comportamiento del error ionosférico en posición provienen de esta región (véase sección 4.2).

En la sección 4.2 se calculó una estimación del error ionosférico para cada línea satélite receptor a partir de la expresión 4.31 para cuatro estaciones europeas mostradas en la figura 4.4 (BRUS, BUCU, LAMA, VILL). Se escogieron cinco días consecutivos con actividad geomagnética no perturbada para cuatro meses de cada año, comenzando en junio de 2000 y finalizando en junio de 2004 (véase tabla 4.1).

Para cada línea satélite-receptor evaluada en la sección 4.2 se calculó el valor del STEC según el modelo NeQuick que, multiplicado por el factor $\frac{\alpha}{f_1^2}$, proporciona el valor de la corrección para la frecuencia $L1$ en metros $\delta_i^k(Nq)$ entre el satélite k y el receptor i . Esto equivale a calcular la corrección para una media de 8 ó 9 satélites por observación, unas 2880 observaciones por día (ya que el intervalo entre observaciones es de 30s) para un total

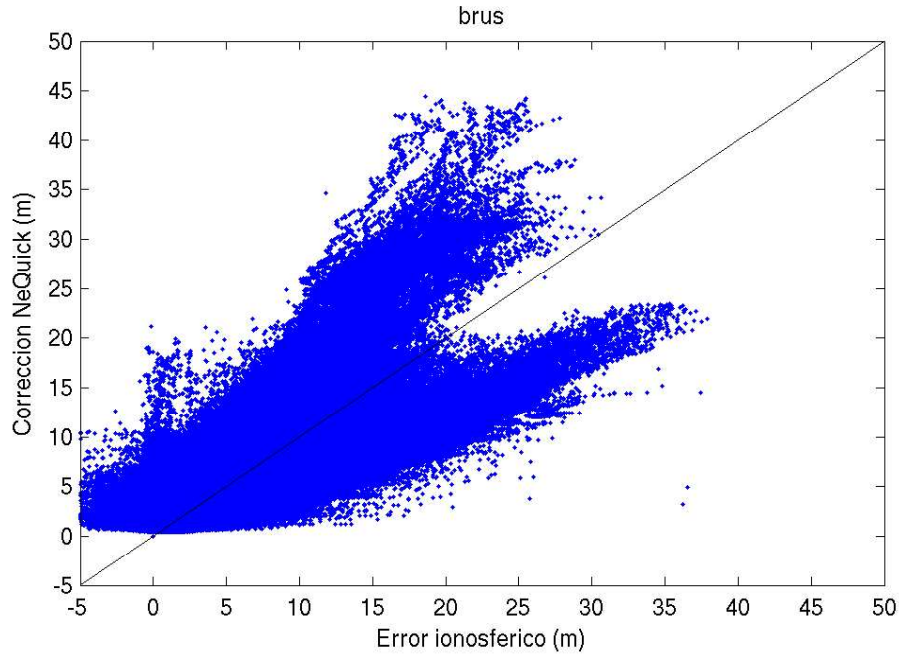


Figura 5.1: Comparación entre el error ionosférico estimado en la sección 4.2 y la corrección calculada a partir del modelo NeQuick para todas las líneas satélite receptor de todos los días procesados en la estación de BRUS

de 85 días analizados para cada una de las cuatro estaciones. En la figura 5.1 se muestra la comparación entre los errores ionosféricos estimados y los obtenidos por el NeQuick para todas las líneas procesadas en la estación de BRUS. En ella se puede apreciar que el modelo funciona adecuadamente para valores intermedios del error ionosférico, típicamente inferiores a $20m$, pero que para valores mayores la gráfica se bifurca. Esta bifurcación está relacionada con el comportamiento anual del modelo (valores demasiado grandes en invierno y demasiado pequeños en verano) que se encontró en la sección 2.3 al compararlo con los mapas del CODE. En las otras tres estaciones procesadas, el comportamiento del modelo NeQuick frente a los valores estimados a partir de las observaciones GPS era muy similar a la presentada en la gráfica 5.1.

Para estudiar el comportamiento de la corrección del modelo NeQuick en posición se procedió a proyectar los residuos de la resta entre el valor estimado a partir de observaciones GPS y el valor de la corrección con el modelo a partir de lo explicado en la sección 4.1.4 a través de:

$$\begin{pmatrix} \delta_{Res}n_i \\ \delta_{Res}w_i \\ \delta_{Res}h_i \\ c\delta_{Res}dt_i \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} \tilde{\delta}_i^1 - \delta_i^1(Nq) \\ \tilde{\delta}_i^2 - \delta_i^2(Nq) \\ \vdots \\ \tilde{\delta}_i^m - \delta_i^m(Nq) \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

donde $\tilde{\delta}_i^k$, son las estimaciones del error ionosférico para la línea que une el receptor i y con el satélite k de los m presentes en esa época de observación, $\delta_i^k(Nq)$ la corrección del NeQuick para esa misma línea, $\delta_{Res}n_i$, $\delta_{Res}w_i$, $\delta_{Res}h_i$ y $c\delta_{Res}dt_i$ son los residuos tras la corrección en las componentes norte, oeste y altura de la posición y en el error del reloj

del receptor. Por último, \mathbf{A} es la matriz de diseño.

5.1.1. Promedio de los datos

De la misma manera que en la sección 4.2.2, se procedió al promediado de las observaciones para reducir el ruido en las estaciones y obtener los comportamientos medios de los residuos. Se obtuvo un solo *día característico* de cada época de cada año bajo análisis promediando las observaciones de los cinco días en intervalos de 15 minutos ya que, como se mostró en la sección 4.2.2, este procedimiento reduce el ruido reproduciendo las características del conjunto de los cinco días. En las figuras 5.2, 5.3 y 5.4 se muestran los promedios en las componentes norte, oeste y altura respectivamente, para la estación de BUCU, que se pueden comparar con las correspondientes obtenidas en la sección 4.2.2 (figuras 4.8, 4.9 y 4.10).

Se puede observar cómo el modelo NeQuick ha sido capaz de eliminar la tendencia positiva que mostraba el error ionosférico en la componente norte. Se aprecia, no obstante, mayor dispersión de los datos promedios para las horas centrales del día sobre todo para el mes de marzo de los años 2001 y 2002 y diciembre de 2001. La oscilación que se manifestaba en la componente oeste del error ionosférico queda también eliminada con el uso del modelo NeQuick y de nuevo se aprecia mayor dispersión de los valores promedio para el mes de marzo de los años 2001 y 2002 y diciembre de 2001. Es muy destacable el hecho de que en la componente de altura del residuo ha desaparecido completamente el ciclo diurno que mostraba el error ionosférico, tanto el máximo central como los valores nocturnos quedan eliminados al emplear el modelo. Sólo se aprecia un problema para las horas centrales de diciembre de 2001, momento en el que el modelo mostró un comportamiento más alejado de los valores estimados por el CODE (véase sección 2.3).

En la figura 5.5 se muestra la componente del residuo que recae en el error del reloj del receptor para la estación de BRUS (no había registro del DCB para la estación de BUCU) que, de nuevo, se puede comparar con la figura 5.5 de la sección 4.2.2. Aunque el modelo consigue reducir una parte del error ionosférico en esta componente, no es suficiente para eliminarlo completamente, como ocurre en la componente de altura. La existencia de una tendencia positiva para junio y negativa para diciembre coincidente con las épocas en las que el NeQuick obtiene valores del VTEC europeo menores (verano, principalmente) o mayores (meses invernales) que el CODE (véase sección 2.3), indica que esta componente absorbe, en promedio, la mayor parte de los problemas de modelado del NeQuick. La curva con ciclo positivo que se observa en marzo de 2002 coincide con el momento de valor más negativo de las diferencias de VTEC entre el NeQuick y el CODE así como la de septiembre de 2002 que también ofrece un valor claramente negativo de esta diferencia. Diciembre de 2001, en cambio, muestra una curva de ciclo negativo que coincide con el mes de máxima diferencia entre VTEC del NeQuick y el CODE.

5.1.2. Histogramas

En esta sección se presentan, de manera análoga a la sección 4.2.3, los histogramas de los residuos que recaen en cada una de las componentes en las cuatro estaciones teniendo en cuenta todos los datos y no sólo los promedios.

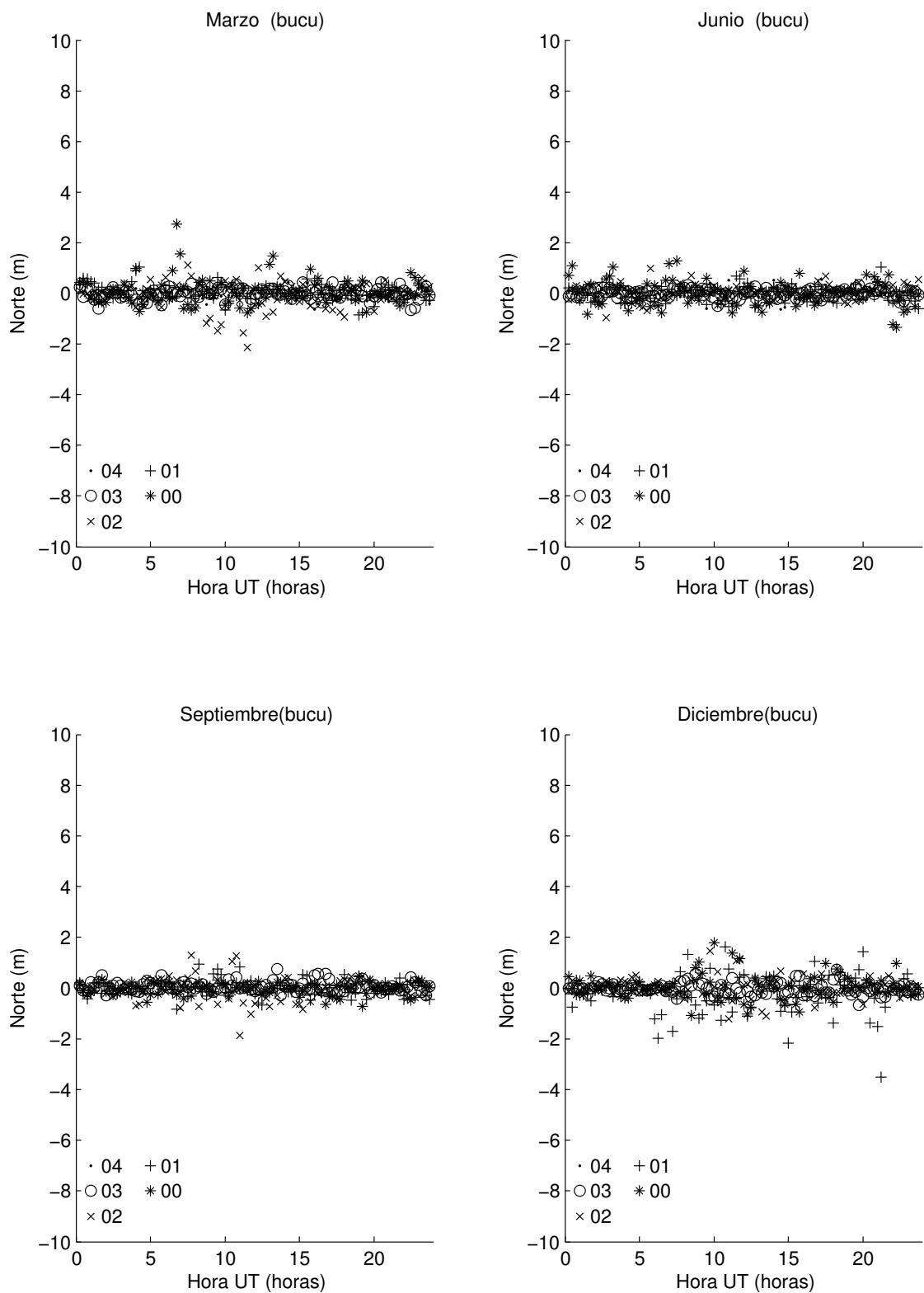


Figura 5.2: Promedio de la componente norte del residuo al corregir con el modelo NeQuick para la estación de BUCU

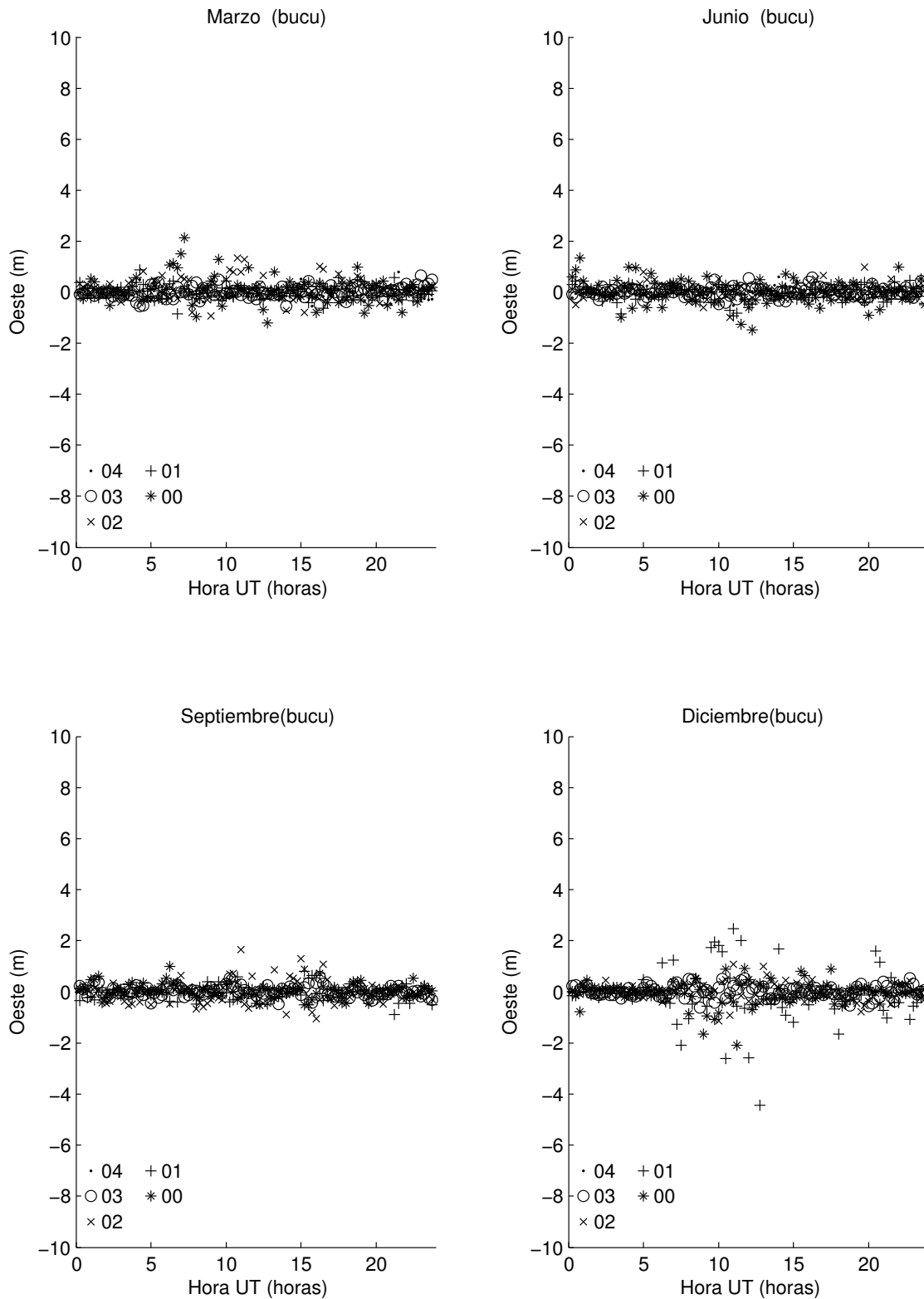


Figura 5.3: Promedio de la componente oeste del residuo al corregir con el modelo NeQuick para la estación de BUCU

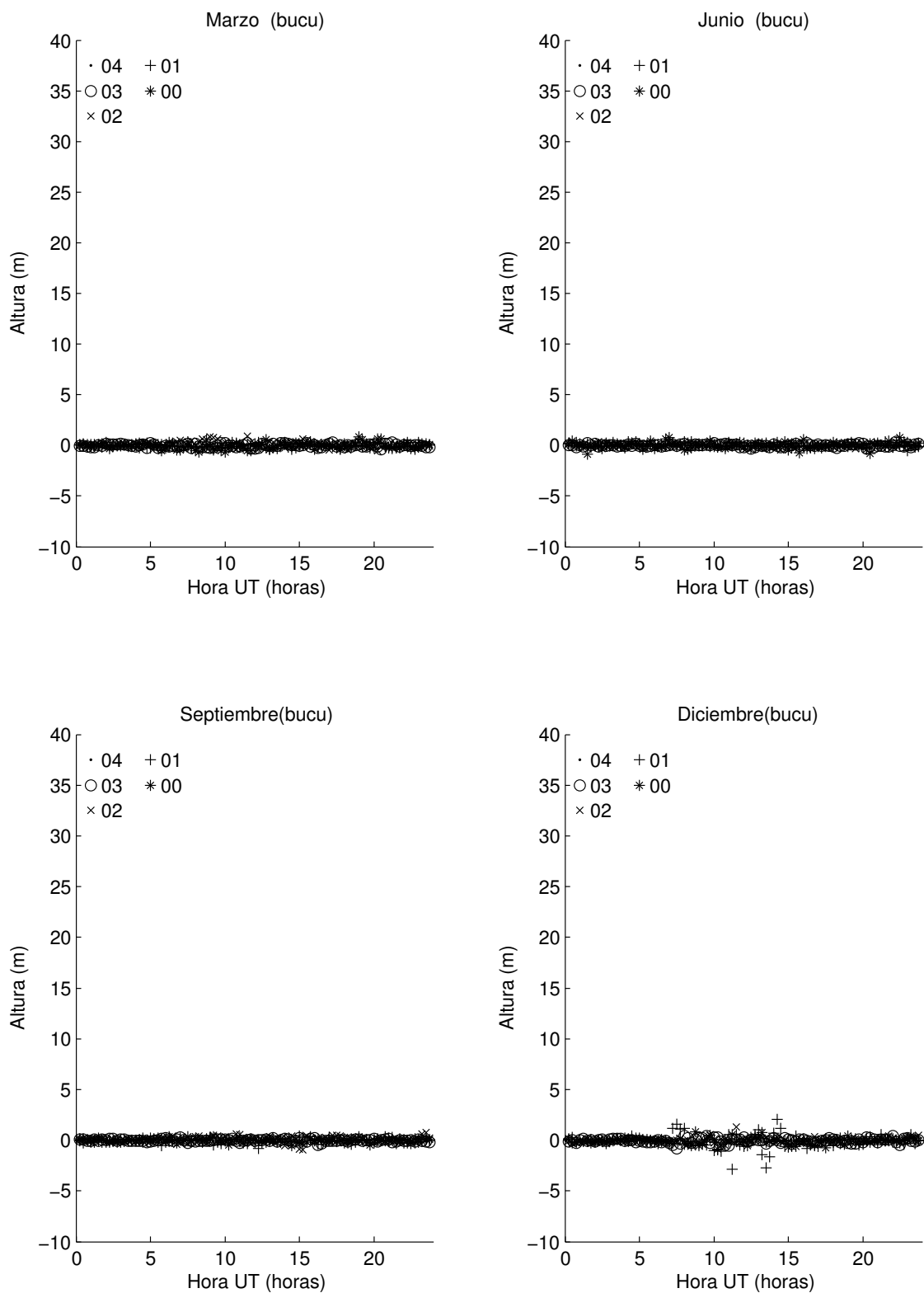


Figura 5.4: Promedio de la componente de altura del residuo al corregir con el modelo NeQuick para la estación de BUCU

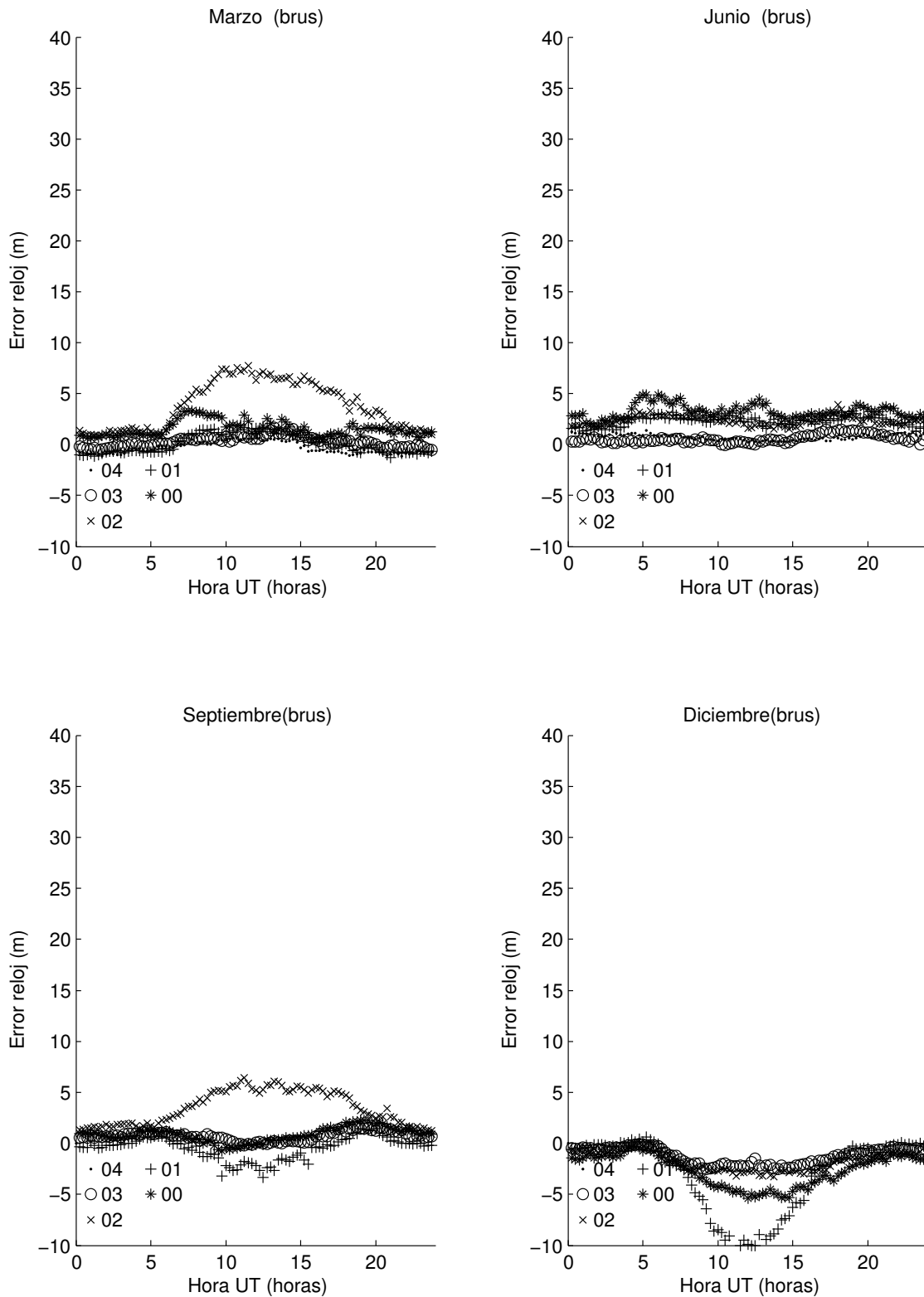


Figura 5.5: Promedio de la componente del error del reloj del residuo al corregir con el modelo NeQuick para la estación de BRUS

Componente norte

El histograma correspondiente a los valores de la componente norte del residuo para todas las horas, las horas diurnas y sólo las nocturnas se muestra en la figura 5.6. Comparándola con la figura 4.13 se puede apreciar cómo el uso del modelo consigue centrar los histogramas eliminando la tendencia positiva que muestra el error ionosférico en las cuatro estaciones, si bien también ensancha ligeramente su base.

Componente oeste

El histograma correspondiente a los valores de la componente oeste del residuo para todas las horas, las horas diurnas y sólo las nocturnas se muestra en la figura 5.7. Comparándola con la figura 4.15 se puede apreciar cómo el uso del modelo mantiene los histogramas centrados pero ensancha la base, esto es, aumenta el ruido en esta componente.

El empleo del modelo NeQuick elimina el efecto oscilante del error ionosférico que se manifestaba en esta componente. En la tabla 5.1 se muestra el valor de las medianas de las distribuciones de los residuos en esta componente del amanecer y el atardecer para cada conjunto de días analizados en la estación de BRUS, así como el entorno en el que se concentra el 68 % o más de todos los valores. Comparándola con la obtenida en la sección 4.2.3 (tabla 4.2), se observa que esta oscilación ya no está presente: el claro efecto en los meses de marzo y diciembre y en el año 2002 ha sido eliminado. Sin embargo, también se observa que los intervalos en los que ahora se localiza el 68 % o más de todos los valores han aumentado en la mayor parte de los casos.

		Marzo	Junio	Septiembre	Diciembre	Por años
2000	Ama.		$-0,75 \pm 2,50$	$0,25 \pm 1,00$	$0,50 \pm 1,00$	$0,25 \pm 1,25$
	Ata.		$0,25 \pm 1,25$	$-0,25 \pm 1,25$	$-0,75 \pm 1,75$	$0,25 \pm 1,25$
2001	Ama.	$0,25 \pm 1,00$	$-0,75 \pm 1,75$	$0,00 \pm 0,50$	$0,00 \pm 1,00$	$0,00 \pm 1,00$
	Ata.	$-0,25 \pm 1,25$	$0,00 \pm 1,00$	$-0,50 \pm 2,00$	$0,00 \pm 1,75$	$0,25 \pm 1,50$
2002	Ama.	$0,00 \pm 0,75$	$0,25 \pm 0,75$	$-0,25 \pm 1,75$	$0,00 \pm 0,50$	$0,00 \pm 0,75$
	Ata.	$0,00 \pm 1,75$	$-0,25 \pm 1,25$	$-0,50 \pm 1,75$	$-0,25 \pm 0,75$	$-0,25 \pm 1,50$
2003	Ama.	$0,00 \pm 0,75$	$0,25 \pm 1,00$	$0,00 \pm 1,50$	$-0,50 \pm 1,50$	$0,00 \pm 1,25$
	Ata.	$0,25 \pm 1,00$	$-0,50 \pm 1,25$	$-0,50 \pm 1,50$	$-0,25 \pm 1,50$	$0,25 \pm 1,25$
2004	Ama.	$0,00 \pm 1,50$	$0,25 \pm 1,50$			$0,00 \pm 1,50$
	Ata.	$-0,25 \pm 1,50$	$0,00 \pm 1,25$			$-0,25 \pm 1,25$
Por épocas	Ama.	$0,00 \pm 1,00$	$0,25 \pm 1,25$	$0,00 \pm 1,00$	$0,00 \pm 1,00$	$0,00 \pm 1,00$
	Ata.	$0,25 \pm 1,50$	$0,00 \pm 1,25$	$-0,25 \pm 1,50$	$0,00 \pm 1,25$	$-0,25 \pm 1,25$

Tabla 5.1: Tabla con los intervalos que contiene más del 68 % de los datos centrados en las medianas de las distribuciones de los datos del amanecer (Ama.) y atardecer (Ata.) (intervalos de 1 hora) de los residuos para la componente oeste en la estación de BRUS

Componente de altura

La gran mejora en la componente de altura que introduce el empleo del modelo queda claramente expuesta en la representación del histograma de los residuos que recaen en esta

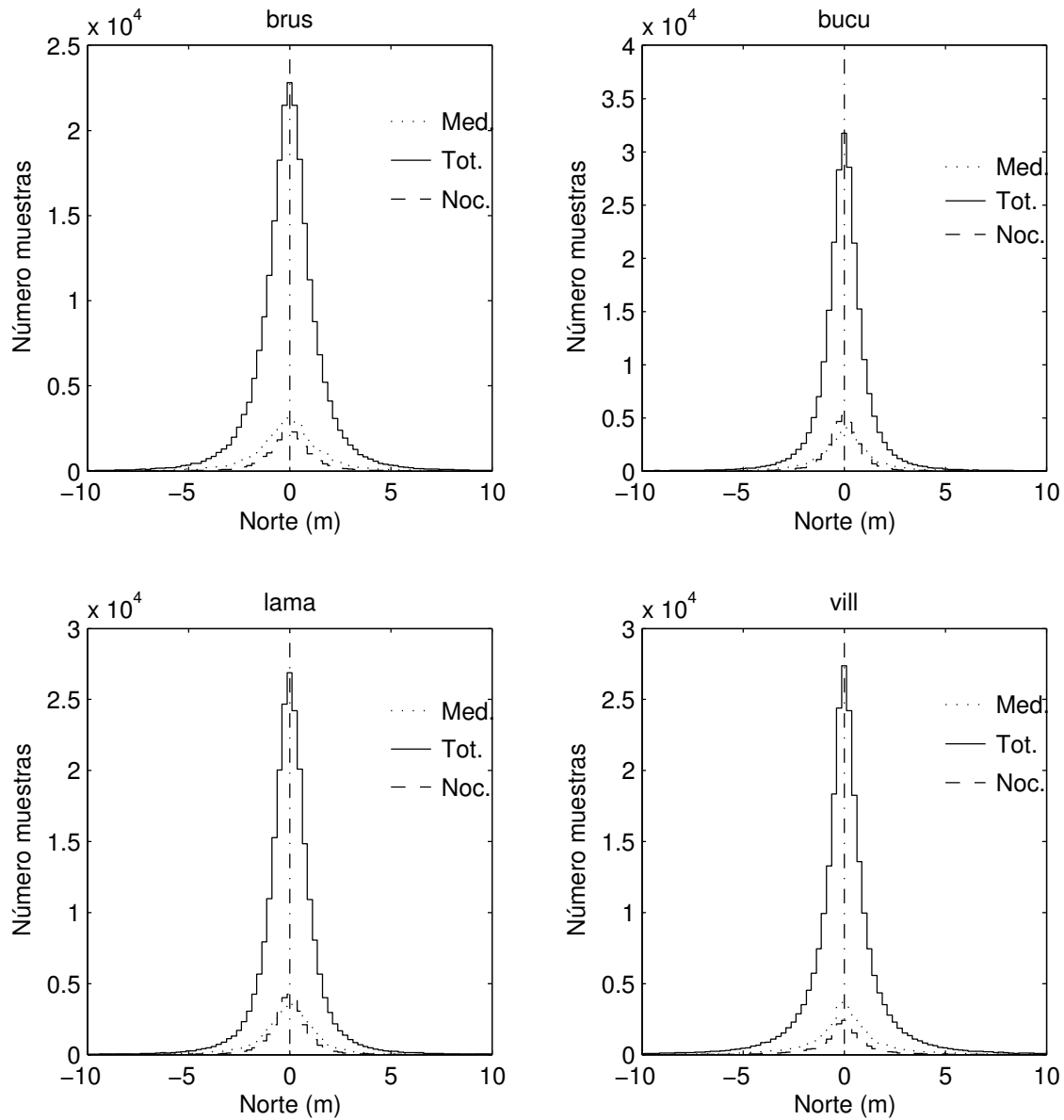


Figura 5.6: Histogramas del valor de la componente norte del residuo del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquéllos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local

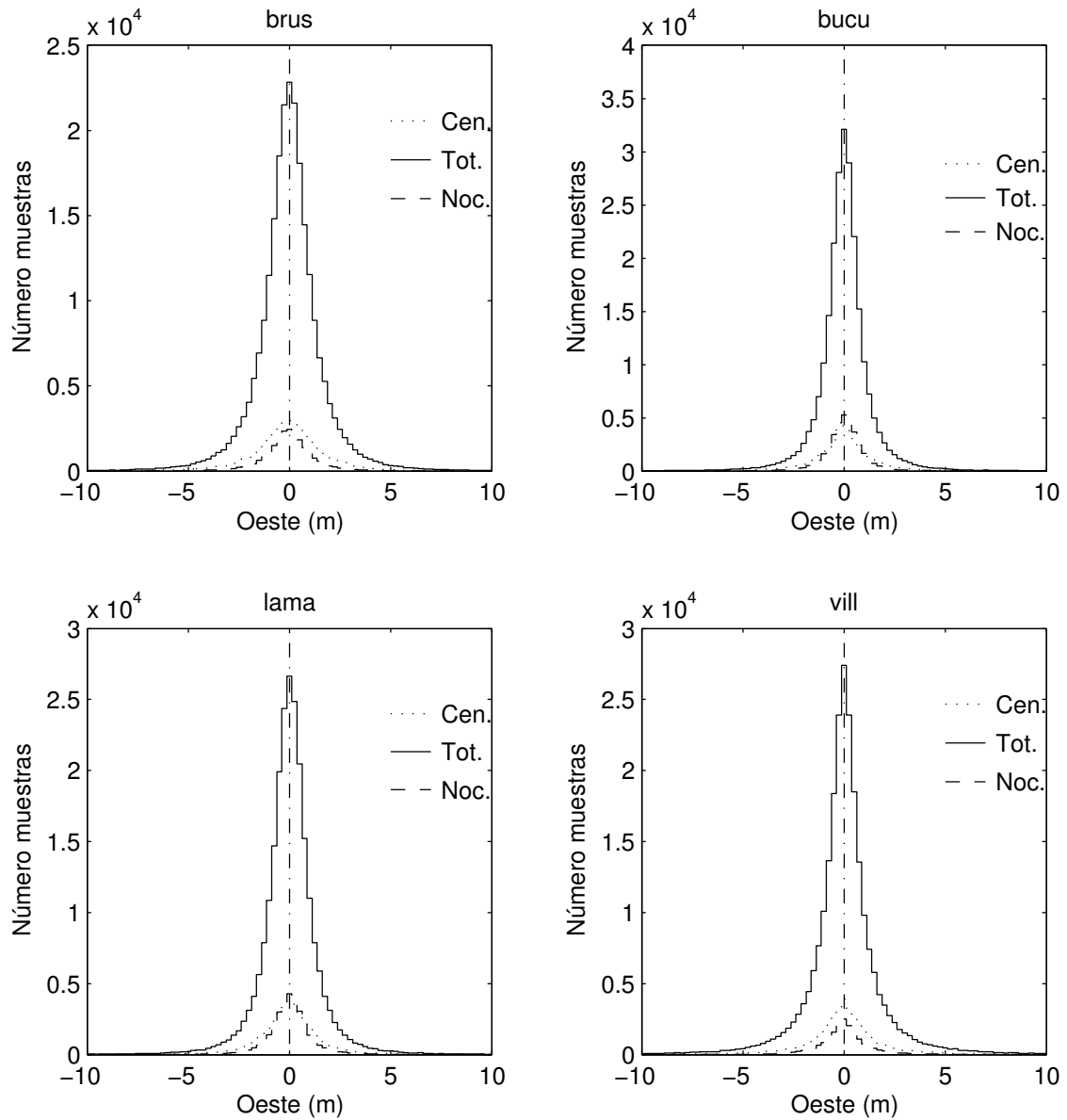


Figura 5.7: Histogramas del valor de la componente oeste del residuo del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquéllos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local

componente, que se muestra en la figura 5.8. Comparando estos histogramas con su equivalente del error ionosférico (figura 4.18) se observa que el modelo centra los histogramas tanto para las horas diurnas como nocturnas, lo que globalmente lleva a reducir el ancho de los histogramas notablemente.

Componente que recae en el error del reloj del receptor

Los histogramas del residuo en esta componente se muestran en la figura 5.9. En ellos se puede comprobar cómo el modelo reduce el error en esta componente si bien no es capaz de eliminarlo por completo. Aún queda una ligera bimodalidad que se aprecia con dificultad en los histogramas globales de las estaciones de LAMA y VILL y que podría estar relacionada con los problemas estacionales del modelo.

5.2. Empleo del modelo NeQuick con datos GPS incorporados para mitigar el error ionosférico

En esta sección se evalúan las posibles mejoras que introduce el uso de una versión del modelo NeQuick que integre los datos provenientes de GPS a través de los mapas ionosféricos globales del CODE (ver sección 2.4). Para ello se ha elegido el esquema de asimilación de dependencia latitudinal que mostraba buenos resultados con sólo tres puntos de ajuste. De nuevo se generaron los valores de STEC con esta versión del NeQuick que incorpora datos GPS mediante un esquema latitudinal para cada línea satélite receptor que, multiplicada por el factor $\frac{\alpha}{f_1^2}$, proporciona un nuevo valor de la corrección. En la figura 4.2 se muestran los valores de esta corrección frente a los valores del error ionosférico estimado en la sección 5.10. En ella se puede observar que el uso del esquema latitudinal consigue eliminar la bifurcación presente en la versión del NeQuick que no empleaba esquemas de asimilación (figura 5.1), lo que corrobora que el origen de la bifurcación está en el comportamiento estacional del modelo.

Una vez proyectados los nuevos residuos a las componentes de posición se observa que el empleo de este esquema no conduce a mejoras significativas. En las figuras 5.11, 5.12 y 5.13 se muestran los histogramas correspondientes a las componentes norte, oeste y altura del residuo en las cuatro estaciones. Se puede comprobar, comparándolas con las relativas al modelo sin esquema (figuras 5.6, 5.7 y 5.8), que son prácticamente iguales. Ambas versiones, la que usa el esquema de asimilación latitudinal y la que no lo emplea, eliminan de manera similar la tendencias positiva del error norte, la oscilación de la componente oeste y la variación diaria de la altura, si bien en las dos primeras aumentan ligeramente el ruido.

Sin embargo, en la figura 5.14 se puede ver que el uso del esquema latitudinal sí muestra mejoras significativas en la componente que recae en el error del reloj del receptor, centrandlo y reduciendo la anchura de los histogramas. También se elimina la pequeña bimodalidad presente en las estaciones de LAMA y VILL cuando se utiliza la versión estándar del NeQuick.

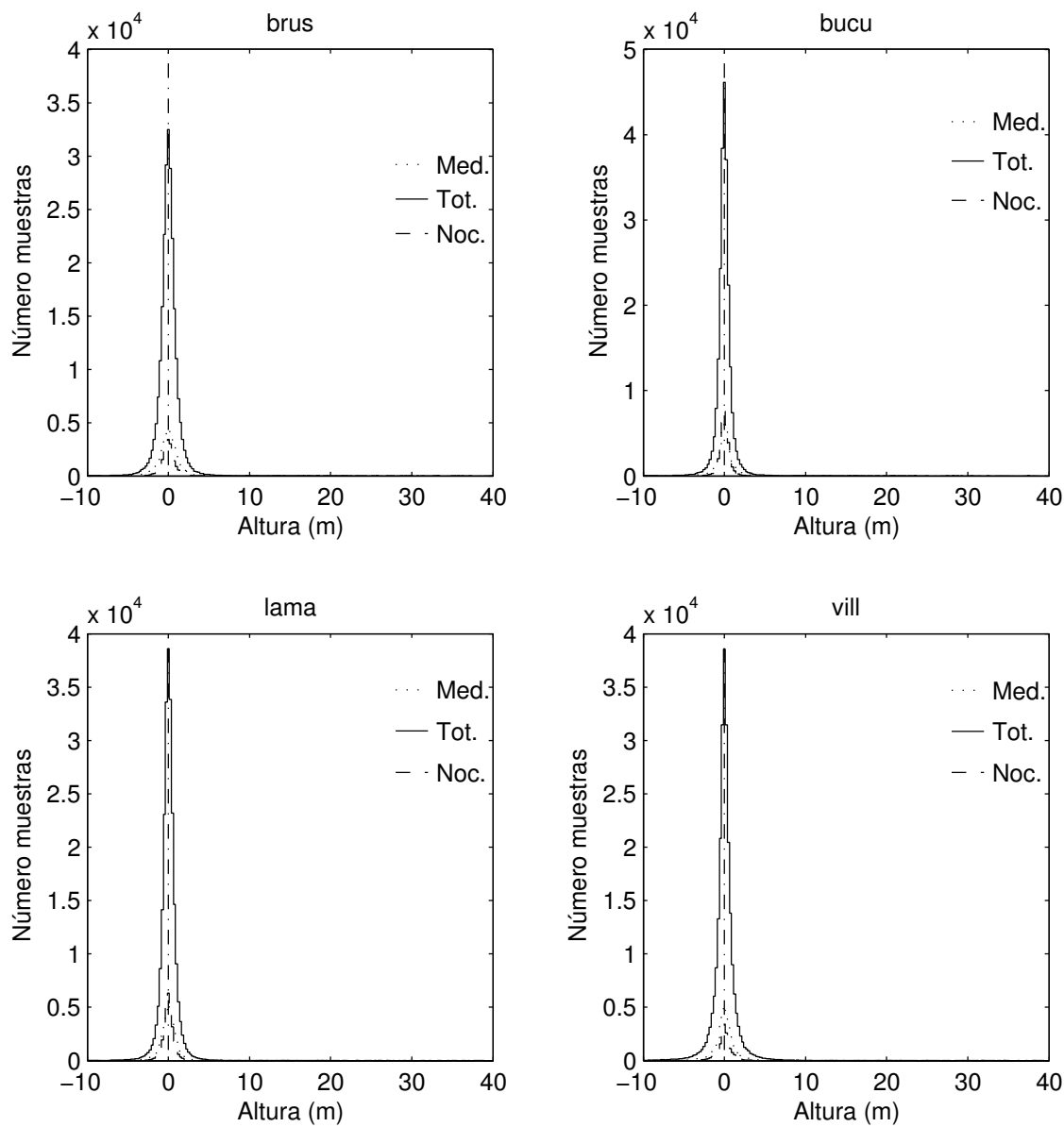


Figura 5.8: Histogramas del valor de la componente de altura del residuo del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente

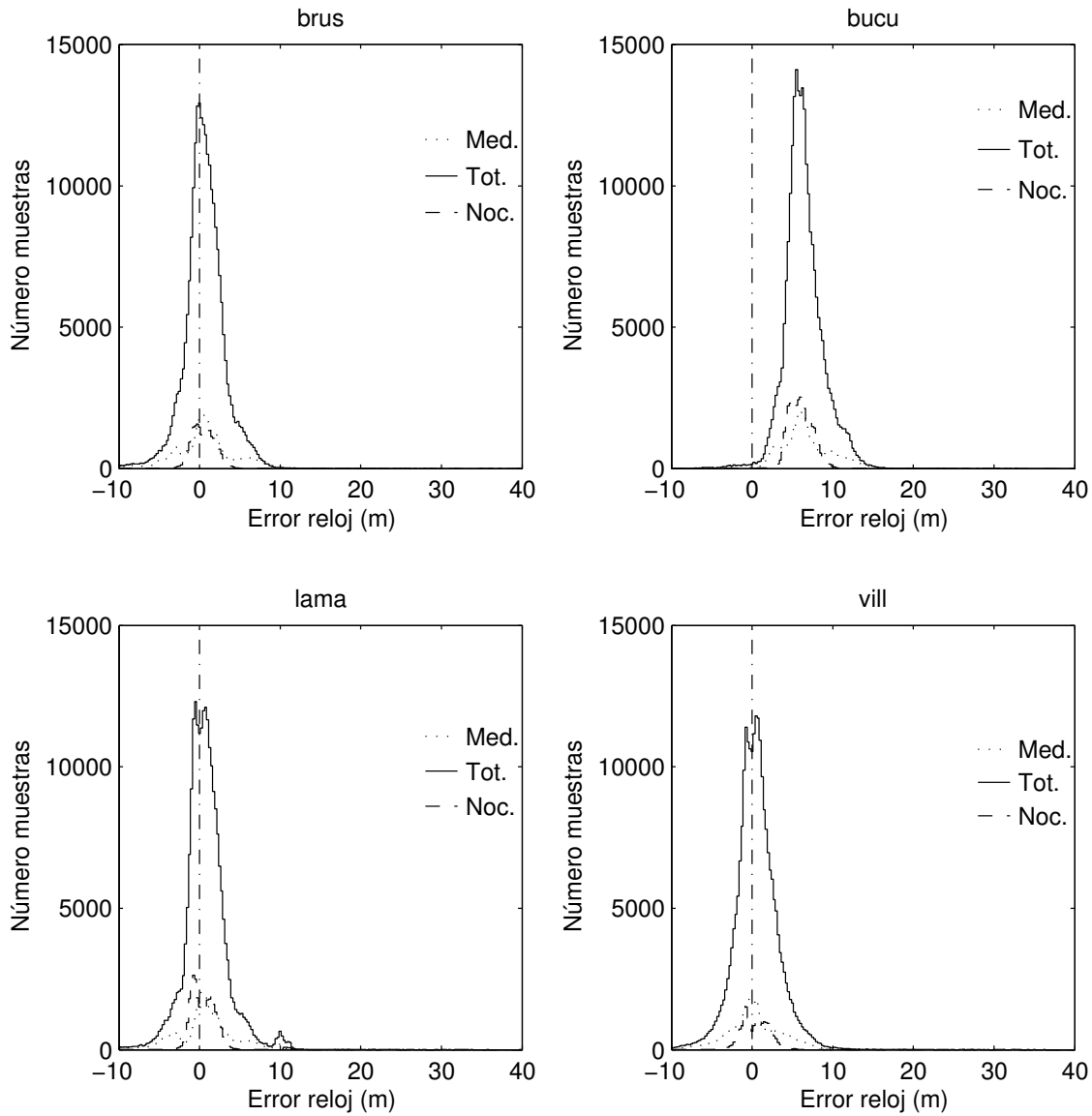


Figura 5.9: Histogramas del valor de la componente del residuo del error ionosférico que recae en el error del reloj del receptor para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente

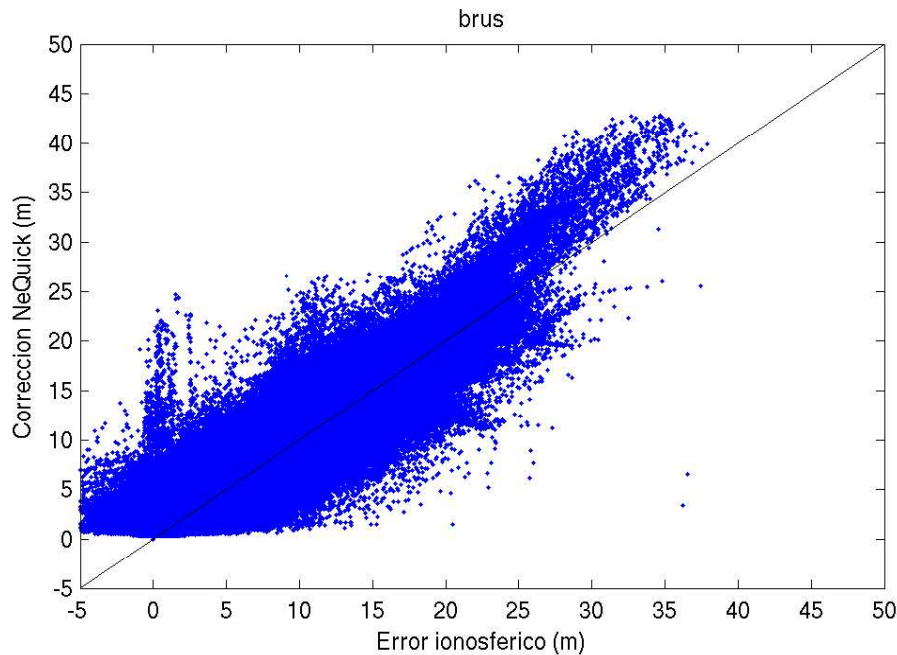


Figura 5.10: Comparación entre el error ionosférico estimado en la sección 4.2 y la corrección calculada a partir del modelo NeQuick que incorpora datos GPS mediante el esquema latitudinal presentado en la sección 2.4 para todas las líneas satélite receptor de todos los días procesados en la estación de BRUS

5.3. Mitigación del error ionosférico a través del uso de correcciones diferenciales

Hasta aquí se ha estudiado el efecto ionosférico en la determinación de la posición absoluta de un receptor aislado y cómo corregirlo empleando modelos ionosféricos. El siguiente paso para reducir el error que introduce la ionosfera es emplear correcciones diferenciales DGPS aprovechando la correlación espacial que muestra este error. Para realizar estas correcciones se necesita, además del receptor de una frecuencia, otra estación de localización bien determinada que nos servirá para estimar los errores. Esta técnica de corrección DGPS mitiga no sólo el error ionosférico sino también aquellas fuentes de error que sean iguales para el receptor y la estación de referencia (errores del reloj del satélite) o presenten una correlación espacial, como por ejemplo errores en las efemérides.

Todos los receptores GPS, incluso muchos navegadores, aceptan correcciones diferenciales. Esto es una serie de datos que pueden ser introducidos al receptor, generalmente a través de un puerto serie. Estas correcciones se pueden transmitir desde una estación de referencia a través de señal FM, radio enlace propio (UHF), móvil, internet o incluso mediante un dispositivo de localización (“busca”). En esta sección proponemos emplear el generador de observaciones GPS para proporcionar este tipo de correcciones diferenciales. La manera de proceder es producir una observación sintética sin errores con el generador presentado en esta Tesis para cada observación real en la estación de referencia. La diferencia entre ambas contendrá el conjunto de errores de la medida real y será la que emplearemos como corrección diferencial a aplicar al receptor aislado. Esta corrección será,

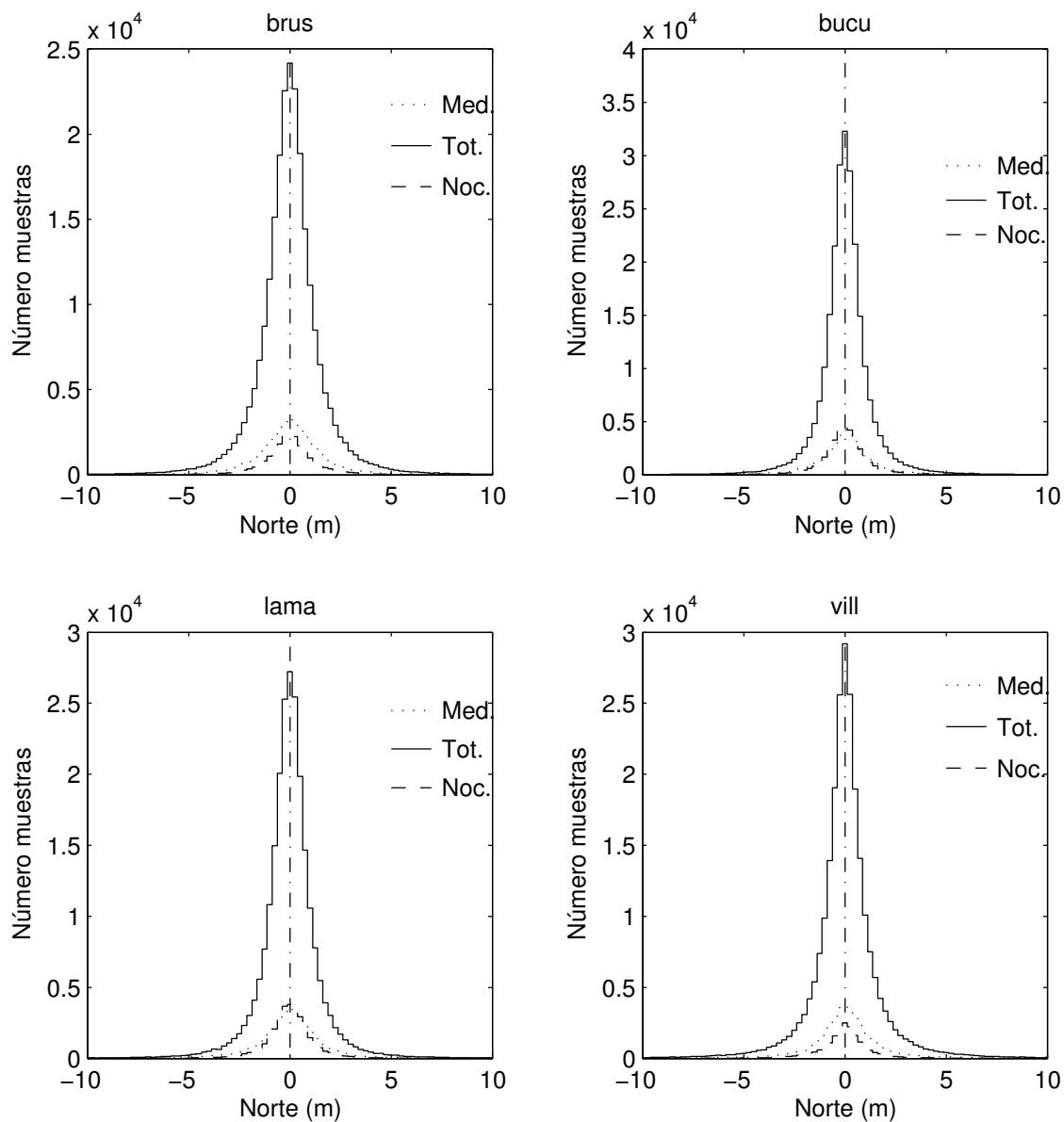


Figura 5.11: Histogramas del valor de la componente norte del residuo del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas empleando el modelo NeQuick con el esquema de asimilación latitudinal. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquéllos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local

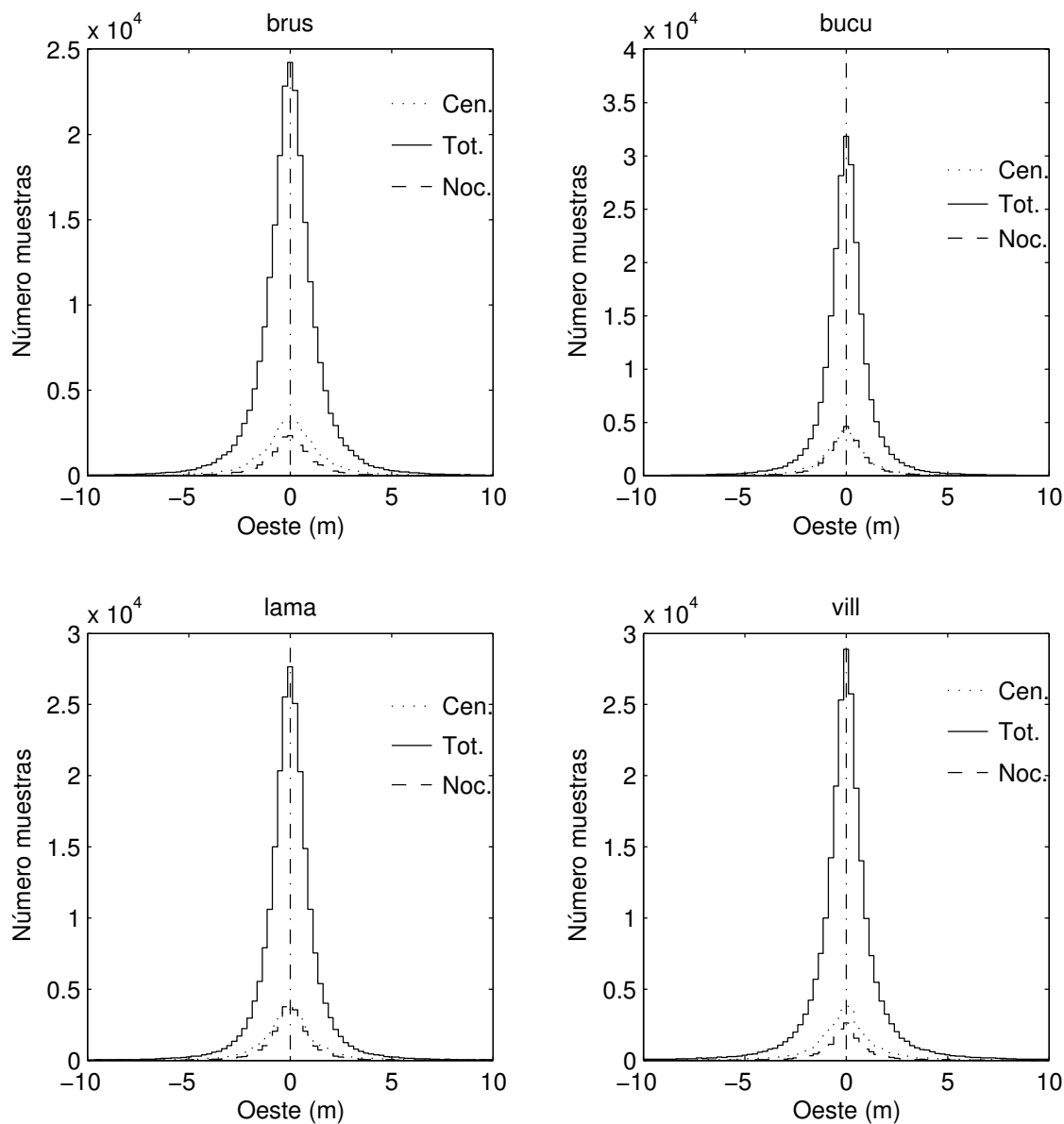


Figura 5.12: Histogramas del valor de la componente oeste del residuo del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas empleando el modelo NeQuick con el esquema de asimilación latitudinal. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquéllos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local

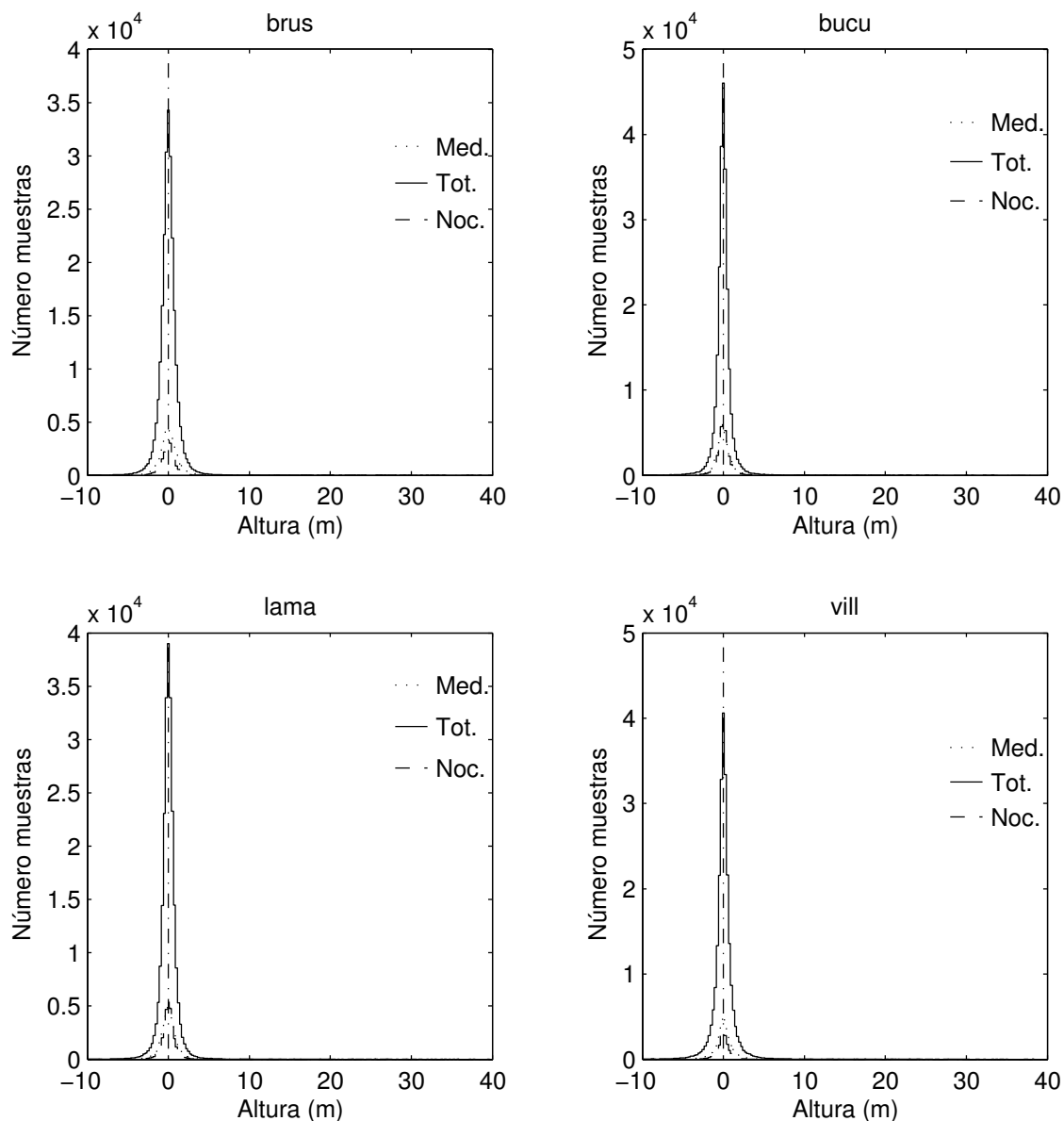


Figura 5.13: Histogramas del valor de la componente de altura del residuo del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas empleando el modelo NeQuick con el esquema de asimilación latitudinal. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente

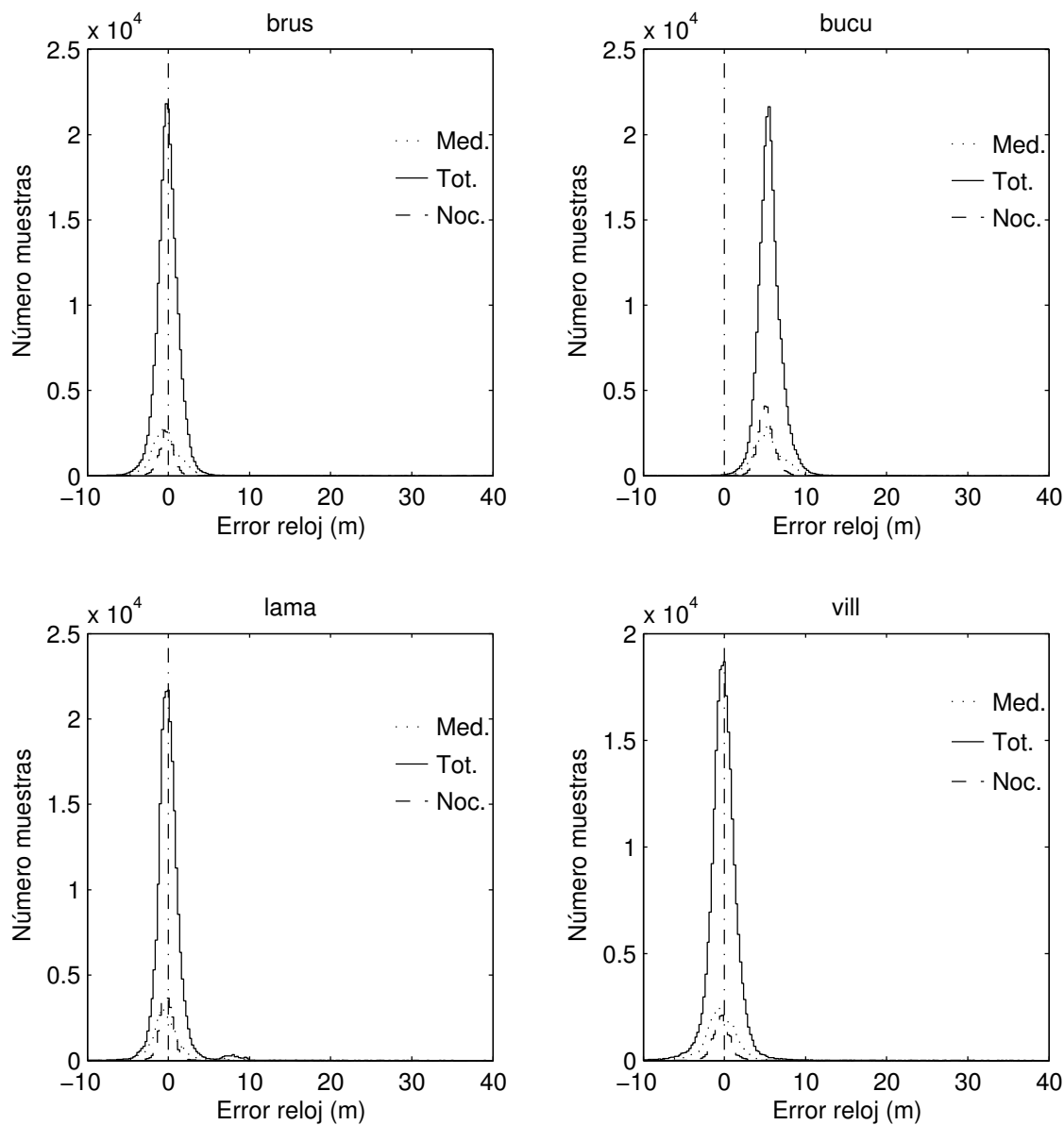


Figura 5.14: Histogramas del valor de la componente del residuo del error ionosférico que recae en el error del reloj del receptor para las cuatro estaciones europeas procesadas empleando el modelo NeQuick con el esquema de asimilación latitudinal. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente

en principio, tanto mejor cuanto mayor sea la proximidad entre la estación de referencia y el receptor de posición desconocida.

Para entender cómo funciona esta aplicación del generador de observaciones retomemos la sección 4.1 donde se explicaba el principio para resolver la posición del receptor i de localización desconocida con un programa de procesamiento de observaciones como el GPSpace. Se linealizaba el sistema de ecuaciones a partir de valores aproximados de la distancia geométrica entre el satélite k y el receptor i (calculada con una estimación inicial de la posición del receptor y la posición del satélite obtenida empleando las efemérides, ya sea precisas o transmitidas), el error del reloj del receptor (normalmente la estimación inicial se supone nula) y del satélite (calculada a partir de las efemérides) y del retardo troposférico (empleando por ejemplo un modelo como el Hopfield). El GPSpace no corrige otros efectos como el retardo ionosférico. Con todo, la linealización del sistema se puede expresar como:

$$\Delta C1_i^k = -\vec{u}_i^k \Delta \vec{r}_i + \vec{u}_i^k \Delta \vec{r}^k + c(\Delta dt_i - \Delta dt^k) + \Delta(\delta\rho_{trop})_i^k + (\delta\rho_{ion})_i^k + \epsilon_i^k \quad (5.2)$$

donde $\Delta C1_i^k$ es la diferencia entre el observable medido en el receptor y el valor aproximado, c es la velocidad de la luz en el vacío, \vec{u}_i^k es el vector unitario con la dirección del receptor i al satélite k , $\Delta \vec{r}_i$ es la diferencia entre las coordenadas reales del receptor y las aproximadas introducidas al programa, $\Delta \vec{r}^k$ es la diferencia entre las coordenadas reales del satélite k y las aproximadas calculadas con las efemérides, esto es, el error en la posición del satélite al calcularla con las efemérides, ya sea precisas o transmitidas, Δdt_i es el error en el reloj del receptor (porque se suele tomar el valor aproximado como nulo), Δdt^k es la diferencia entre el error del reloj del satélite real y el estimado con las efemérides, $(\delta\rho_{trop})_i^k$ es la diferencia entre el retardo troposférico real y el estimado con el modelo que se hace depender explícitamente de la línea receptor i satélite k , $(\delta\rho_{ion})_i^k$ el retardo ionosférico (el GPSpace no corrige este retardo) y ϵ_i^k engloba el conjunto de efectos no modelados, incluyendo el ruido propio del receptor.

Para el caso de posicionamiento puntual los términos que nos interesan resolver son $\Delta \vec{r}_i$ y Δdt_i . Como se explicó, la manera de proceder si no se tiene más información es suponer que el conjunto de errores que no podemos estimar son nulos, esto es, suponer que:

$$\nabla_i^k = \vec{u}_i^k \Delta \vec{r}^k - c\Delta dt^k + \Delta(\delta\rho_{trop})_i^k + (\delta\rho_{ion})_i^k + \epsilon_i^k \approx 0 \quad (5.3)$$

Estos términos están lejos de ser nulos, por lo que esta aproximación conduce a los errores en posicionamiento puntual que limitan la precisión y la sitúan en el rango del 95% de confianza entre 15 y 25m (Alkan, 2001).

Sin embargo, si se cuenta con información adicional como otra estación de coordenadas conocidas (estación de referencia) en la que también se están registrando las medidas de este observable a los mismos satélites, se puede estimar parte del conjunto de errores dado en 5.3.

Para verlo con más detalle, centrémonos ahora en la estación de referencia y retomemos la ecuación 4.1 de la sección 4.1 en la que expresábamos el observable de pseudo rango medido sobre la frecuencia L1 con código C/A ($C1_r^k$) para esta estación, que se indicará con el subíndice r :

$$C1_r^k = \rho_r^k + c(dt_r(t) - dt^k(t - \tau_r^k)) + (\delta\rho_{trop})_r^k + (\delta\rho_{ion})_r^k + \epsilon_i^k \quad (5.4)$$

En esta ecuación los $C1_r^k$ son las medidas de pseudo rango de la estación de referencia r a cada uno de los m satélites ($k = 1, \dots, m$) que está observando, ρ_r^k es la distancia

geométrica entre el satélite k y la estación de referencia r , c la velocidad de la luz, dt_r el error del reloj del receptor en el momento de la recepción de la señal (t), dt^k el error en el reloj del satélite en el momento de la emisión de la señal ($t - \tau_r^k$) que ya incorpora el efecto relativista, τ_r^k el tiempo que tarda la señal en llegar al receptor desde su emisión en el satélite, $(\delta\rho_{trop})_r^k$ el retardo que sufre la señal al propagarse a través de la atmósfera neutra, $(\delta\rho_{ion})_r^k$ el correspondiente a la parte ionizada de la atmósfera y ϵ_r^k representa los errores que no se han modelado, incluido el ruido propio de medición.

Con el generador de observaciones GPS podremos simular para esta misma línea satélite k - estación de referencia r una observación sintética sin errores $((C1_r^k)^0)$ como se explicó en el capítulo 3:

$$(C1_r^k)^0 = (\rho_r^k)^0 - c(dt^k(t - \tau_r^k))^0 + ((\delta\rho_{trop})_r^k)^0 \quad (5.5)$$

Como vimos, esta observación sintética tiene un error cuadrático medio menor que $1dm$ en el caso de usar efemérides precisas y $2dm$ con efemérides transmitidas al procesarlo con el programa de posicionamiento GPSPACE.

Si restamos ambos observables, obtenemos:

$$C1_r^k - (C1_r^k)^0 = \rho_r^k - (\rho_r^k)^0 + cdt_r(t) - cdt^k(t - \tau_r^k) - c(dt^k(t - \tau_r^k))^0 + (\delta\rho_{trop})_r^k - ((\delta\rho_{trop})_r^k)^0 + (\delta\rho_{ion})_r^k + \epsilon_i^k \quad (5.6)$$

Suponiendo que la determinación de la posición de la estación de referencia no tuviera errores $((\vec{r}_r)^0 = \vec{r}_r)$, el primer término a la derecha de la ecuación viene dado por:

$$\rho_r^k - (\rho_r^k)^0 = \|\vec{r}_r - \vec{r}^k\| - \|\vec{r}_r - (\vec{r}^k)^0\| \quad (5.7)$$

Linealizándolo se obtiene:

$$\rho_r^k - (\rho_r^k)^0 = \vec{u}_r^k[\vec{r}^k - (\vec{r}^k)^0] = \vec{u}_r^k\Delta\vec{r}^k \quad (5.8)$$

Donde \vec{u}_r^k es el vector unidad con la dirección de la estación de referencia al satélite k , \vec{r}^k es la verdadera posición del satélite k y $(\vec{r}^k)^0$ la calculada a través de las efemérides, ya sea precisas o transmitidas y $\Delta\vec{r}^k$ el error en la posición del satélite calculado con estas efemérides, menor para el caso de emplear precisas.

De la misma manera, la diferencia entre el valor real del error del reloj del satélite $dt^k(t - \tau_r^k)$ y el valor que se calcula con las efemérides $(dt^k(t - \tau_r^k))^0$ es el error que se comete al calcular el error del reloj del satélite con las efemérides, esto es, $\Delta dt^k(t - \tau_r^k)$.

La diferencia entre el retardo troposférico real $(\delta\rho_{trop})_r^k$ y el calculado a través del modelo de Hopfield $((\delta\rho_{trop})_r^k)^0$ es el residuo del retardo troposférico: $\Delta(\delta\rho_{trop})_r^k$.

Con todo, la diferencia entre el observable real y el simulado con el generador se puede expresar como:

$$C1_r^k - (C1_r^k)^0 = \vec{u}_r^k\Delta\vec{r}^k + cdt_r(t) - c\Delta dt^k(t - \tau_r^k) + \Delta(\delta\rho_{trop})_r^k + (\delta\rho_{ion})_r^k + \epsilon_r^k \quad (5.9)$$

Comparando esta expresión con la de los errores no modelados en la estación de coordenadas desconocidas, 5.3, encontramos términos similares:

- Los términos relativos al error en la posición del satélite $\Delta\vec{r}^k$ no son iguales ya que van multiplicados por los vectores unitarios en la dirección del receptor al satélite,

distintos para el receptor i y la estación de referencia r . Sin embargo, si la distancia entre ambos no es demasiado grande, la resta entre ambos términos es pequeña:

$$\begin{aligned}
 -\vec{u}_i^k \Delta \vec{r}^k + \vec{u}_r^k \Delta \vec{r}^k &= [\vec{u}_r^k - \vec{u}_i^k] \Delta \vec{r}^k \\
 &\leq \|\vec{u}_r^k - \vec{u}_i^k\| \|\Delta \vec{r}^k\| \\
 &\leq \left\| \left[\frac{\vec{r}^k - \vec{r}_r}{\|\vec{r}^k - \vec{r}_r\|} - \frac{\vec{r}^k - \vec{r}_i}{\|\vec{r}^k - \vec{r}_i\|} \right] \right\| \|\Delta \vec{r}^k\| \quad (5.10) \\
 &\lesssim \frac{\|\vec{r}_r - \vec{r}_i\|}{\|\vec{r}^k - \vec{r}_r\|} \|\Delta \vec{r}^k\|
 \end{aligned}$$

lo que nos da una medida de la influencia del error en la posición del satélite dependiente de la línea de base ($\|\vec{r}_r - \vec{r}_i\|$). Suponiendo una distancia típica entre satélite y receptor de $20000km$, para una línea de base de $200km$ y tomando un error de unos $3m$ para las órbitas transmitidas (Misra y Enge, 2001), el error residual debido a las efemérides del satélite serían unos $3cm$. En caso de emplear efemérides precisas, este error residual es mucho menor ya que éstas presentan errores en la determinación de la posición de los satélites inferiores al decímetro (Beutler *et al.*, 1998).

- El término debido al error del reloj de la estación de referencia queda englobado en el error del reloj del receptor de localización desconocida y no afecta a las coordenadas espaciales.
- Los términos relativos al error del reloj del satélite son, en principio, distintos ya que se refieren a momentos diferentes de emisión de la señal: $t - \tau_i^k$ para el receptor y $t - \tau_r^k$ para la estación de referencia. Sin embargo, dada la suave variación de estos términos y la pequeña diferencia de tiempos entre ambos ($\tau_i^k - \tau_r^k$) los hace aproximadamente iguales, salvo pequeñas diferencias entre los algoritmos de generación a partir de las efemérides por parte del programa de procesado y el generador de observaciones artificiales presentado en esta Tesis. Estos términos no se descorrelacionan con la distancia entre receptor y estación de referencia pudiéndose eliminar casi completamente mediante diferenciado (Misra y Enge, 2001).
- Los términos debidos al residuo troposférico dependerán de la distancia entre receptores, la elevación del satélite y lo similares que sean las condiciones meteorológicas en ambas estaciones. La parte debida al vapor de agua es altamente variable con la posición y se descorrelaciona rápidamente. La componente seca muestra más correlación espacial pero podría dar problemas si existe gran diferencia en la altitud de ambas estaciones. Según Misra y Enge (2001), el residuo tras la corrección DGPS para líneas de base de unos $10km$ es de unos $2dm$. Estos mismos autores aconsejan aplicar una corrección troposférica por separado al receptor y a la estación de referencia para líneas de base mayores, que es lo que se ha hecho.
- Los términos ionosféricos relativos al receptor $(\delta\rho_{ion})_i^k$ y a la estación de referencia $(\delta\rho_{ion})_r^k$ dependen del contenido electrónico oblicuo que atraviesa cada rayo. Si la línea de base no es muy larga y la elevación del satélite es grande, la señal proveniente del satélite que llega a cada receptor transita por caminos no demasiado distintos. Sin embargo, en ciertos momentos como tormentas geomagnéticas, la ionosfera puede llegar a mostrar gran variabilidad tanto espacial como temporal. Para situaciones tranquilas, el error residual al restar ambos términos para una línea de base de $100km$ es del orden de $0,1$ a $0,2 m$ (Misra y Enge, 2001).

- Los términos debidos al ruido del receptor y otros efectos no modelados como el asociado al camino múltiple no están correlacionados y no se reducen por medio de la diferenciación.

La ecuación 5.9 contiene un conjunto de errores no modelados para la estación de referencia que se puede emplear como una estimación de la corrección a aplicar en el receptor de coordenadas desconocidas para mitigar estos errores, principalmente los debidos al retardo ionosférico y a la posición y error del reloj del satélite. De esta manera, para cada época se estimaron las correcciones DGPS a cada satélite k de los m presentes a través de:

$$\delta^k = -(C1_r^k - (C1_r^k)^0) \quad (5.11)$$

que se aplicó a la observación del satélite k en esa misma época en el receptor de coordenadas desconocidas ($C1_i^k$) para obtener el observable corregido ($C1_{i,corr}^k$):

$$C1_{i,corr}^k = C1_i^k + \delta^k \quad (5.12)$$

Para evaluar la mejora que supone emplear las correcciones diferenciales proporcionadas por el generador se presenta el siguiente estudio. Se han tomado las mismas estaciones que en la sección 3.9 organizadas en parejas (ver figuras 3.6, 3.5, 3.4 y 3.3) con las estaciones BELG, PPT1, LVEG, WROC y POTS como receptores aislados.

Estación	19 junio 2002			12 octubre 2003			2 diciembre 2003		
	<i>ecm</i> (n)	<i>ecm</i> (e)	<i>ecm</i> (h)	<i>ecm</i> (n)	<i>ecm</i> (e)	<i>ecm</i> (h)	<i>ecm</i> (n)	<i>ecm</i> (e)	<i>ecm</i> (h)
BELG				2.00	1.32	9.57			
+vbca(27)				0.89	0.73	1.79			
P3				0.96	0.90	2.26			
PPT1	2.75	1.12	9.80	1.28	0.93	5.98	1.26	0.85	5.87
+chab(62)	0.53	0.50	1.51	0.56	0.42	1.19	0.72	0.42	1.56
P3	1.64	1.09	2.40	1.24	1.07	1.90	1.34	1.08	2.52
LVEG							1.88	0.85	8.01
+bara(127)							0.23	0.25	0.70
P3							0.52	0.67	1.63
WROC	1.47	0.90	8.10	1.31	0.91	5.42	1.55	0.97	4.24
+gope(209)	0.37	0.34	0.78	0.93	0.76	1.49	1.05	0.77	1.74
P3	3.31	1.80	5.38	1.68	1.55	2.88	2.04	1.30	3.22
POTS	1.32	0.78	7.81	1.22	0.73	5.48	1.44	0.95	4.09
+brus(623)	0.62	0.76	1.09	1.04	0.94	1.90	1.14	0.85	1.86
P3	0.98	0.83	2.22	1.07	0.89	1.68	1.06	0.94	1.77

Tabla 5.2: Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento puntual mediante códigos usando órbitas precisas sin, con correcciones diferenciales y procesando la combinación libre de ionosfera (P3). En el caso de las correcciones diferenciales, se indica en minúsculas la estación empleada como referencia y entre paréntesis la distancia entre ambas en km

En cada caso, se ha calculado mediante el programa de posicionamiento puntual GPS-pace la posición del receptor aislado sin correcciones ($C1_i^k$) y con correcciones DGPS proporcionadas por el generador de observaciones ($C1_{i,corr}^k$). Se han procesado las observaciones cada 15 minutos de tres días distintos de datos, todos geomagnéticamente no

perturbados ($Dst > -24$). Los errores cuadráticos medios calculados a partir de la expresión 3.44 se presentan en las tablas 5.2 y 5.3, para el caso de procesar con efemérides precisas y transmitidas, respectivamente. En la tabla 5.2 se añade para cada estación el error cuadrático medio resultante de procesar la combinación libre de geometría sin ninguna corrección diferencial.

Estación	19 junio 2002			12 octubre 2003			2 diciembre 2003		
	<i>ecm</i> (<i>n</i>)	<i>ecm</i> (<i>e</i>)	<i>ecm</i> (<i>h</i>)	<i>ecm</i> (<i>n</i>)	<i>ecm</i> (<i>e</i>)	<i>ecm</i> (<i>h</i>)	<i>ecm</i> (<i>n</i>)	<i>ecm</i> (<i>e</i>)	<i>ecm</i> (<i>h</i>)
BELG				2.66	2.22	9.16			
+vbca(27)				0.76	0.64	1.45			
PPT1	3.59	1.75	10.56	2.09	1.33	6.09	2.35	1.38	6.63
+chab(62)	0.54	0.41	1.05	0.52	0.38	1.10	0.68	0.36	1.38
LVEG							2.37	1.64	8.17
+bara(127)							0.26	0.27	0.70
WROC	2.05	1.61	9.11	2.08	1.37	8.03	2.18	1.24	5.81
+gope(209)	0.37	0.36	0.59	0.90	0.78	1.56	0.92	0.69	1.62
POTS	2.47	1.45	8.11	1.95	1.28	7.32	2.11	1.26	5.21
+brus(623)	0.59	0.76	0.95	0.99	0.91	1.81	1.14	0.78	1.72

Tabla 5.3: Errores cuadráticos medios (*m*) en posicionamiento puntual mediante códigos usando órbitas transmitidas sin y con correcciones diferenciales. En este último caso, se indica en minúsculas la estación empleada como referencia y entre paréntesis la distancia entre ambas en *km*

De estas tablas se puede concluir que el uso de la corrección proporcionada por el generador consigue mejorar todas las componentes en todos los casos, incluido el caso de la línea con más de 600 *km* de longitud (con la única excepción de la componente este de la estación POTS al procesar con efemérides precisas el 12 de octubre de 2003). La mejora es siempre mucho más importante en la componente vertical, aunque las horizontales también se benefician de esta corrección diferencial, beneficio más claro con líneas de base menores.

De la comparación en la tabla 5.2 de los resultados obtenidos mediante los tres tipos de procesamiento (sin correcciones, con correcciones diferenciales y mediante la combinación libre de ionosfera) se puede concluir que el principal componente del error en el posicionamiento puntual aislado con una única frecuencia procede del efecto ionosférico. Sin embargo, este no es el único error que se elimina con las correcciones diferenciales: se puede comprobar cómo los errores cuadráticos medios procesando la combinación libre de ionosfera son sistemáticamente mayores al compararlos con los correspondientes al procesamiento con correcciones diferenciales, salvo para el caso de la línea más larga, que es demasiado grande como para utilizar con garantías la correlación espacial del resto de errores.

Como era de esperar, los errores en la posición para un receptor aislado sin correcciones son mayores en el caso de procesar con efemérides transmitidas que con precisas, ya que estas últimas están basadas en una mayor cantidad de datos y no son extrapolaciones como las primeras. Sin embargo, en caso de emplear las correcciones diferenciales proporcionadas por el generador de observaciones, el uso de ambas efemérides conduce a un resultado similar, incluso generalmente mejor para el caso de usar las transmitidas. Este hecho obedece a que el generador ha empleado las efemérides con las que luego se procesan los

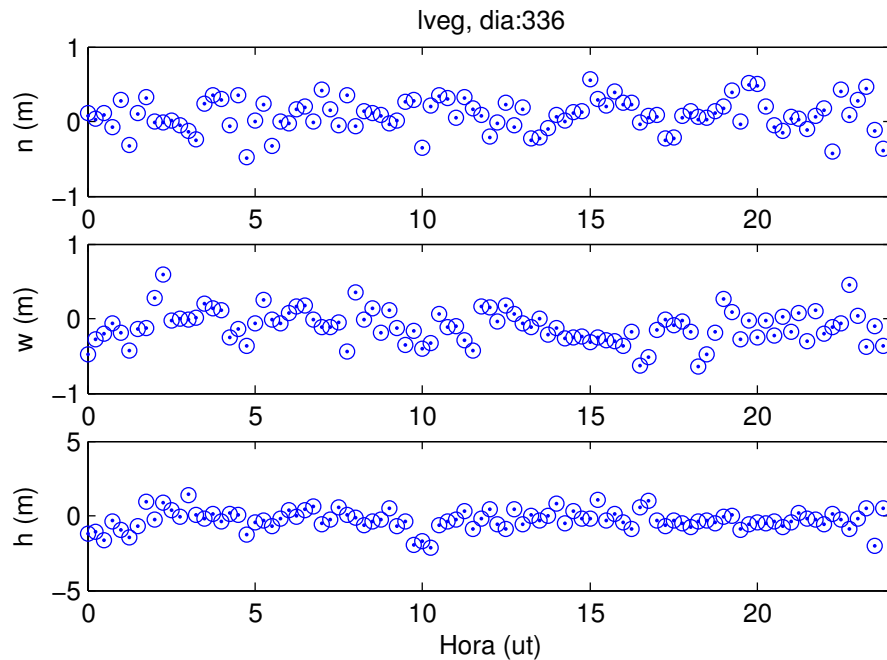


Figura 5.15: Errores en la determinación de la posición (componente norte en el gráfico superior, oeste en el central y altura en el inferior) para la estación de LVEG el día 2 de diciembre de 2003 aplicando correcciones DGPS sobre las medidas (círculos) y haciéndolo directamente sobre la posición (puntos)

datos para producir las correcciones, por lo que el efecto de un error en ellas queda muy mitigado, más cuanto menor sea la distancia entre estaciones.

Un hipotético usuario que emplee estas correcciones diferenciales para procesar su posición en tiempo casi real puede esperar una mejora de la precisión entre un 30 y un 90 % dependiendo de la coordenada y de la distancia a la estación de referencia. Para distancias menores de 130 *km*, se puede esperar mejoras del orden de un 70 % en las componentes horizontales y de un 80 % en la vertical, con lo que el límite de precisión se situaría en torno a unos 1,8 *m* para las componentes horizontales y 2 *m* para la vertical.

5.4. Correcciones para receptores que no registran los observables

La manera usual de proceder para corregir las estimaciones de la posición, ya sea, por ejemplo, mitigando el efecto ionosférico con un modelo o utilizando correcciones DGPS, es aplicar estas correcciones directamente a las medidas del pseudo rango y procesar con un programa (por ejemplo el GPSPACE) el nuevo pseudo rango. Sin embargo, algunos receptores, los más baratos y extendidos, no registran las medidas de los observables sino directamente la posición que obtienen, por lo que más tarde, en post-procesado, no se pueden mejorar las estimaciones mitigando algún error.

En esta sección se presenta un procedimiento original para corregir estas coordenadas sin necesidad de emplear los observables en pseudo rango. Esta técnica está basada en el

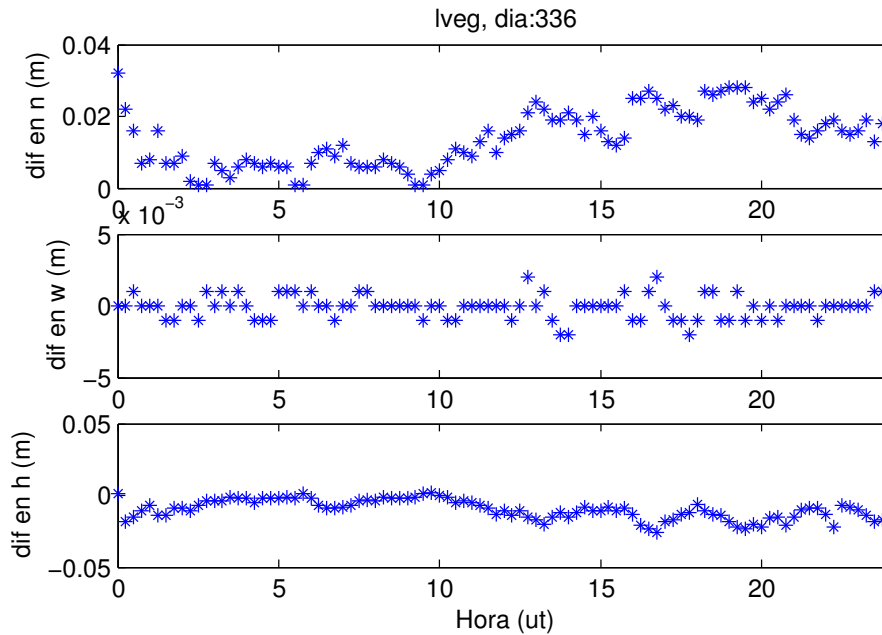


Figura 5.16: Diferencias en la posición obtenida para la estación de LVEG el día 2 de diciembre de 2003 aplicando correcciones DGPS sobre las medidas y haciéndolo directamente sobre la posición. Componente norte en el gráfico superior, oeste en el central y altura en el inferior

estudio de la propagación de un error no aleatorio presentada en la sección 4.1.4 y sólo requiere conocer qué satélites se registraron en cada época de observación. Como vimos, la propagación de un error no aleatorio a las coordenadas se realiza a través de la ecuación 4.10. Según esta ecuación, dado el conjunto de m satélites observados en una época, el efecto en la posición de aplicar el conjunto de m correcciones δ_i^k a las medidas de pseudo rango es equivalente a aplicar directamente a las coordenadas las correcciones $\delta \vec{r}_i^k, c\delta dt_i$ dadas por:

$$\begin{pmatrix} \delta \vec{r}_i^k \\ c\delta dt_i \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} \delta_i^1 \\ \delta_i^2 \\ \vdots \\ \delta_i^m \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

donde \mathbf{A} es la matriz de diseño. Para calcular esta matriz es necesario conocer qué satélites fueron vistos en cada época. Con ellos y con las subrutinas desarrolladas para el generador de observaciones GPS artificiales es posible calcular las posiciones de los satélites respecto a las coordenadas de la estación, construir esta matriz y aplicar directamente las correcciones a las coordenadas.

Esquemáticamente, se podrían resumir los dos procedimientos de la siguiente manera:

- Procedimiento habitual: se aplica la corrección δ_i^k sobre el pseudo rango medido (C_i^k)

y se procesa con un programa de posicionamiento para obtener la posición:

$$\begin{pmatrix} C1_i^1 \\ C1_i^2 \\ \vdots \\ C1_i^m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_i^1 \\ \delta_i^2 \\ \vdots \\ \delta_i^m \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Procesado a posición}} \begin{pmatrix} \vec{r}_i \\ cdt_i \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

- Procedimiento equivalente: se procesan las observaciones brutas (C_i^k) para obtener la posición sin corregir (\vec{r}'_i, cdt'_i) y se corrige esta última con la técnica propuesta:

$$\begin{pmatrix} C1_i^1 \\ C1_i^2 \\ \vdots \\ C1_i^m \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Procesado a posición}} \begin{pmatrix} \vec{r}'_i \\ cdt'_i \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

$$\begin{pmatrix} \vec{r}'_i \\ cdt'_i \end{pmatrix} + (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \begin{pmatrix} \delta_i^1 \\ \delta_i^2 \\ \vdots \\ \delta_i^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{r}_i \\ cdt_i \end{pmatrix}$$

Las salidas de los receptores que no registran el pseudo rango son directamente las posiciones y error del reloj no corregidos (\vec{r}'_i, cdt'_i) que ahora con esta metodología sí es posible corregir.

Matemáticamente, si la construcción de la matriz \mathbf{A} se realizara con exactamente los mismos datos que empleó el programa que procesa las observaciones, no existiría diferencia entre los resultados de ambos procedimientos: corregir el pseudo rango y corregir las posiciones. En la práctica, no proporcionan exactamente el mismo resultado debido, principalmente, a que el programa de posicionamiento y las subrutinas desarrolladas para el generador de observaciones GPS mostrado en esta Tesis realizan cálculos ligeramente distintos. Para evaluar cuán distintos pueden llegar a ser se propone evaluar la diferencia entre aplicar las correcciones DGPS de la sección 5.3 mediante el procedimiento habitual y aplicarlas directamente a la posición tras la estimación dada por la expresión 5.13.

En la figura 5.15 se muestran con círculos los errores en la determinación de la posición de la estación LVEG empleando las correcciones DGPS calculadas en la sección 5.3 mediante el procedimiento habitual. Para este ejemplo se han usado efemérides precisas. En esta misma figura se muestran con puntos los errores aplicando la técnica equivalente, esto es, corrigiendo directamente las posiciones. Dada la escala de las gráficas, no se aprecian diferencias entre ambas técnicas, por lo que en la figura 5.16 se muestran tan sólo las diferencias en las determinaciones entre ambas técnicas. Gráficamente se puede observar que corregir de la manera habitual o hacerlo con la técnica que se propone en esta sección implica diferencias máximas de pocos centímetros. Para todo el día procesado, en términos cuadráticos medios, es una diferencia de $1,62cm$, $0,08cm$ y $1,19cm$ para las componentes norte, oeste y altura. En la tabla 5.4 se resumen las diferencias cuadráticas medias para las estaciones y días procesados en la sección 5.3 empleando órbitas precisas. Se observa que para todos los casos analizados y siempre que se conozcan los satélites procesados, aquellos usuarios que no registren las medidas de pseudo rango pueden beneficiarse de cualquier tipo de corrección con diferencias del orden de pocos centímetros.

Estación	Día	ecm norte (cm)	ecm oeste (cm)	ecm altura (cm)
BELG	12/10/2003	3.06	0.09	1.48
PPT1	19/6/2002	3.05	0.10	1.72
PPT1	12/10/2003	1.90	0.06	1.22
PPT1	2/12/2003	1.89	0.08	1.10
LVEG	2/12/2003	1.62	0.08	1.19
WROC	19/6/2002	2.54	0.09	1.09
WROC	12/10/2003	1.83	0.08	0.87
WROC	2/12/2003	1.50	0.07	0.78
POTS	19/6/2002	2.47	0.08	1.01
POTS	12/10/2003	1.98	0.11	0.91
POTS	2/12/2003	1.59	0.07	0.83

Tabla 5.4: Diferencias cuadráticas medias entre aplicar las correcciones directamente a las medidas y hacerlo sobre la posición final en cada componente

Capítulo 6

Análisis y mitigación del efecto ionosférico en posicionamiento diferencial

Mediante el empleo de las observaciones diferenciales entre dos estaciones podremos mejorar la precisión con la que calculamos nuestra posición, al poder eliminar o al menos mitigar algunos de los errores que teníamos en posicionamiento puntual. Dependiendo de las necesidades de precisión y su relación con los costes que nos podemos permitir (tanto de material como de tiempo de trabajo), tenemos diferentes técnicas para el posicionamiento diferencial. Así, cuando nuestras necesidades de precisión sean pequeñas, podremos utilizar el posicionamiento diferencial con códigos, técnica sencilla y que requiere poco tiempo de observación. Si necesitamos mayores precisiones, deberemos recurrir a las medidas de fase, ya que presentan un ruido intrínseco más de cien veces inferior a las de código (Hofmann-Wellenhof *et al.*, 1994). Sin embargo, dado que cada ciclo de la onda es como el siguiente, las observaciones de fase no están completamente determinadas y hay que recurrir a procesamientos especiales para resolver la ambigüedad de fase, lo que complica el problema.

Normalmente se considera que para distancias cortas (inferiores a 10 km (Odiijk, 2002)), el error ionosférico está bastante correlacionado y se elimina en su mayor parte mediante posicionamiento diferencial. A medida que crece la línea de base, el error ionosférico tiende a descorrelacionarse entre las estaciones y comienza a influir cada vez más en el posicionamiento diferencial, convirtiéndose en su principal limitación a distancias superiores a varias decenas de km. De este modo, los receptores monofrecuencia sólo serían útiles para posicionamiento diferencial de precisión decimétrica con bases cortas, lo que constituye una limitación importante para éste, ya que si queremos utilizar receptores baratos, hemos de contar con estaciones de control cada pocas decenas de km, lo que implicaría una red demasiado densa y costosa para muchas aplicaciones. En principio, para distancias mayores, sería necesario contar con un receptor de doble frecuencia que sea capaz de estimar y corregir el efecto ionosférico.

En la primera parte de este capítulo se evalúa el error ionosférico en posicionamiento diferencial empleando el generador de observaciones GPS artificiales y el modelo NeQuick. En la segunda parte, se presenta una técnica basada en el empleo de múltiples estaciones de referencia que mitiga este error en posicionamiento diferencial con un receptor GPS de una frecuencia para el caso de bases largas (del orden del centenar de km), para los

que el principal error es el ionosférico. Se estudian distintos casos, todos ellos en latitudes geomagnéticas medias, en condiciones geomagnéticas no perturbadas, con líneas de base de distinta longitud para analizar la aplicabilidad de la técnica. Se muestra que en algunas líneas de base, el empleo de la técnica conduce a mejoras de más del 50%. Aunque la evaluación de la mejora que supone el empleo de esta técnica se ha hecho en post procesado, su aplicación para la navegación diferencial (técnicas RTK) sería posible a través de la puesta en marcha de una red de estaciones receptoras bifrecuencia que radiaran las correcciones, así como las observaciones desde la estación de referencia.

6.1. Análisis del error ionosférico en posicionamiento diferencial

En esta sección se utilizará el generador de observaciones GPS desarrollado en el capítulo 3 para evaluar el efecto del retardo ionosférico en posicionamiento diferencial. Se han elegido para ello las mismas estaciones y líneas de base que en la sección 3.9.2, donde se emplearon para estimar el error que comete el generador al simular las fases, y que se especifican en la tabla 3.7.

Para llevar a cabo el experimento, se generarán, al igual que en la sección 3.9.2, los archivos RINEX de observación para cada estación pero con la diferencia de que en este caso se incluirá un error ionosférico en el cálculo de los observables. Para que la resolución de la ambigüedad no plantee demasiados problemas al programa de posicionamiento diferencial utilizado (GPSsurvey), el intervalo entre observaciones se escogió como 30s, lo que en total, para las 10 estaciones procesadas y suponiendo una media de 8 satélites por época, equivale a generar más de 230000 observaciones.

El error ionosférico se calculó a través del modelo NeQuick (Hochegger *et al.*, 2000), dando como entradas las posiciones de cada satélite y estación, así como la hora del día y el parámetro de actividad solar $R12$. Para el mes de mayo de 2003, al que corresponde el estudio, el índice $R12$ tiene un valor de 67,6, actividad solar media, situada en la parte descendente del ciclo de once años (véase figura 6.1).

Línea base	L1			L2			L3		
	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$	$ecm(n)$	$ecm(e)$	$ecm(h)$
B-P	0.267	0.547	0.405	0.440	0.899	0.667	0.001	0.001	0.002
G-W	0.119	0.185	0.162	0.197	0.304	0.266	0.001	0.001	0.002
B-L	0.126	0.124	0.214	0.207	0.204	0.352	0.001	0.001	0.002
P-C	0.038	0.022	0.056	0.060	0.037	0.090	0.006	0.001	0.009
V-B	0.014	0.033	0.043	0.024	0.054	0.071	0.001	0.001	0.002

Tabla 6.1: Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento diferencial con fases al incluir modelo ionosférico empleando órbitas transmitidas

El procesamiento de los archivos RINEX artificiales es el mismo que en la sección 3.9.2 y el resultado se muestra gráficamente en las figuras 6.2, 6.3, 6.4, 6.5 y 6.6. Así mismo, se resumen en la tabla 6.1 los errores cuadráticos medios en la obtención de la posición de la segunda estación de las parejas presentadas en la tabla 3.7. A continuación se enumeran las principales características que se extraen de estos resultados:

1. El efecto ionosférico es visible en todas las líneas de base al procesar tanto L1 como

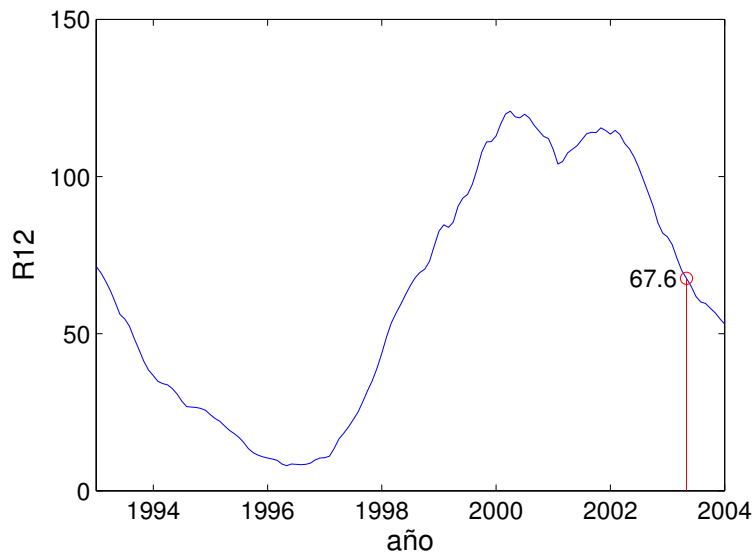


Figura 6.1: Ciclo solar de los últimos once años a través del índice de manchas solares suavizado R12. Se indica el valor empleado en el modelo ionosférico

$L2$ y se elimina completamente al procesar la combinación libre de ionosfera ($L3$).

2. El efecto suele disminuir con la distancia entre las estaciones, aunque esto no es estrictamente cierto al comparar la línea europea Gope-Wroc con la línea de Santo Domingo Bara-Lveg. Esta última, a pesar de ser más corta (127 km frente a los 208 km de la europea), muestra mayor error en alguna de las componentes (norte y vertical), lo que se debe a que dadas las latitudes geomagnéticas de ambas líneas (véase tabla 3.2), el contenido electrónico sobre Santo Domingo es mayor que sobre la zona europea. Un caso similar se encuentra al comparar la componente este de las dos últimas líneas: para la argentina VBCA-BELG esta componente es ligeramente mayor que en el caso californiano PPT1-CHAB, cuya línea de base es dos veces mayor que la primera. De nuevo, la diferencia de latitudes geomagnéticas parece ser el origen de esta discrepancia.
3. Las únicas líneas de base con errores subdecimétricos son PPT1-CHAB y VBCA-BELG, lo que limita la línea de base para este rango de precisión a aproximadamente unos 60 km . Es preciso señalar que estos resultados se han obtenido empleando el modelo con una actividad solar media. Sería esperable que para momentos más cercanos al máximo solar, en periodos de alta actividad geomagnética o en localizaciones más próximas al ecuador geomagnético habría que escoger líneas de base aún menores.
4. El efecto es mayor en la componente $L2$, que en $L1$, lo que se debe al efecto dispersivo de la ionosfera. De la expresión empleada para calcular el retardo ionosférico (1.12), se puede deducir que la relación entre retardos será:

$$\frac{\delta\rho_{ion(L1)}}{\delta\rho_{ion(L2)}} = \frac{f_1^2}{f_2^2} \approx 1,65 \quad (6.1)$$

lo que se mantiene en la relación entre errores cuadráticos medios.

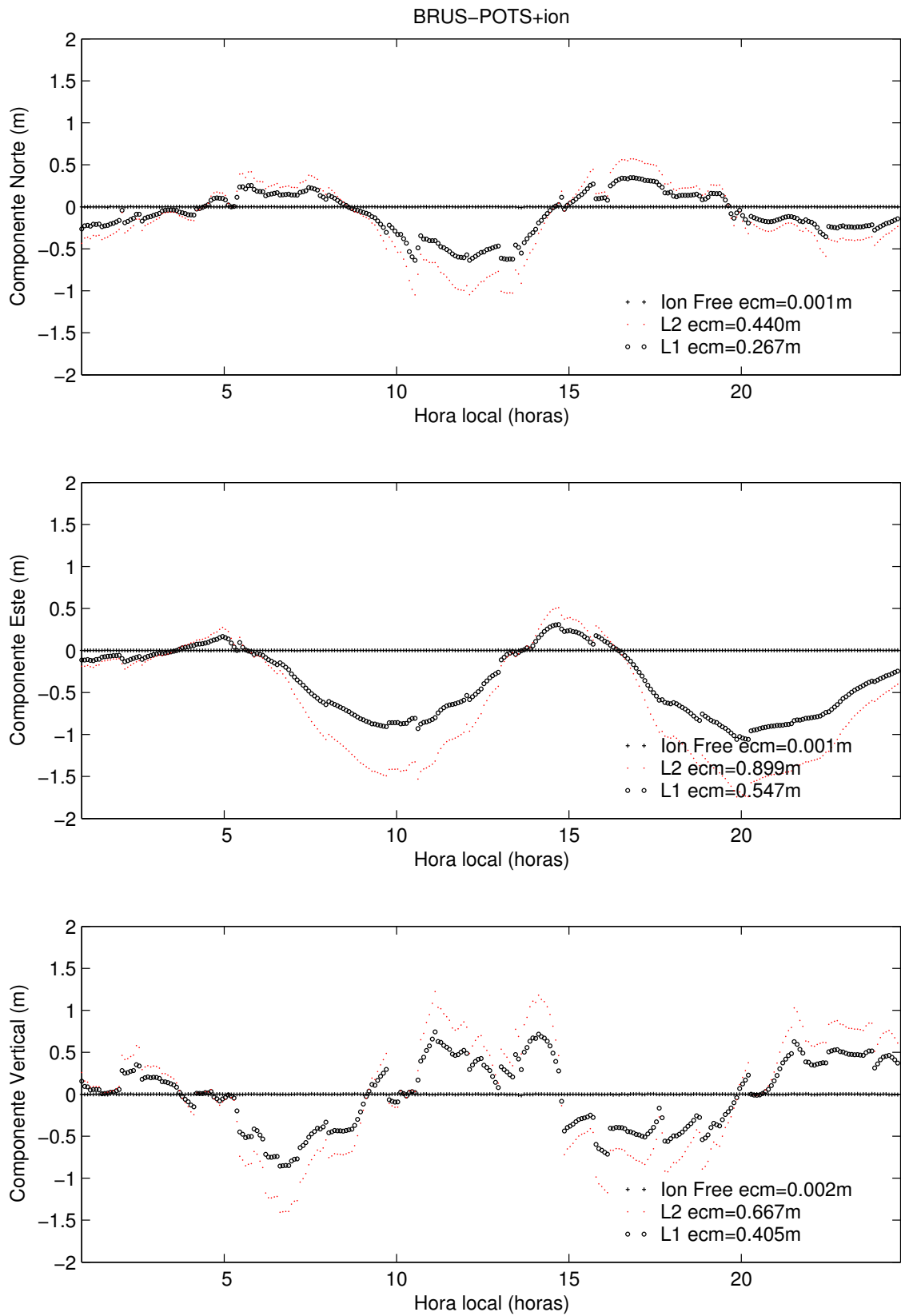


Figura 6.2: Errores en posicionamiento diferencial con fases para la línea BRUS-POTS al incluir un modelo ionosférico para el caso de procesar L1, L2 y la combinación libre de ionosfera (Ion Free). Se incluyen los errores cuadráticos medios obtenidos para el día completo

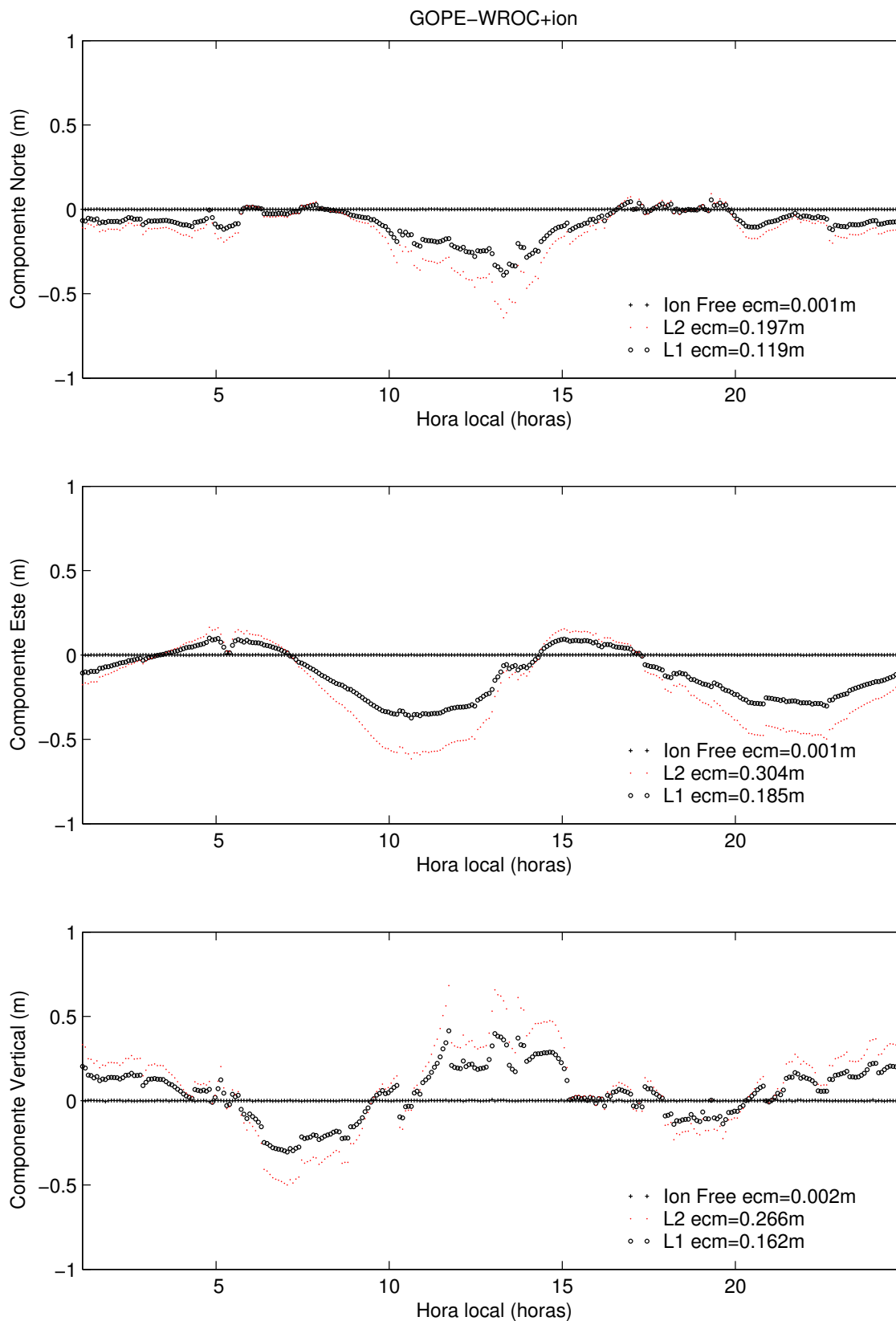


Figura 6.3: Errores en posicionamiento diferencial con fases para la línea GOPE-WROC al incluir un modelo ionosférico para el caso de procesar L1, L2 y la combinación libre de ionosfera (Ion Free). Se incluyen los errores cuadráticos medios obtenidos para el día completo

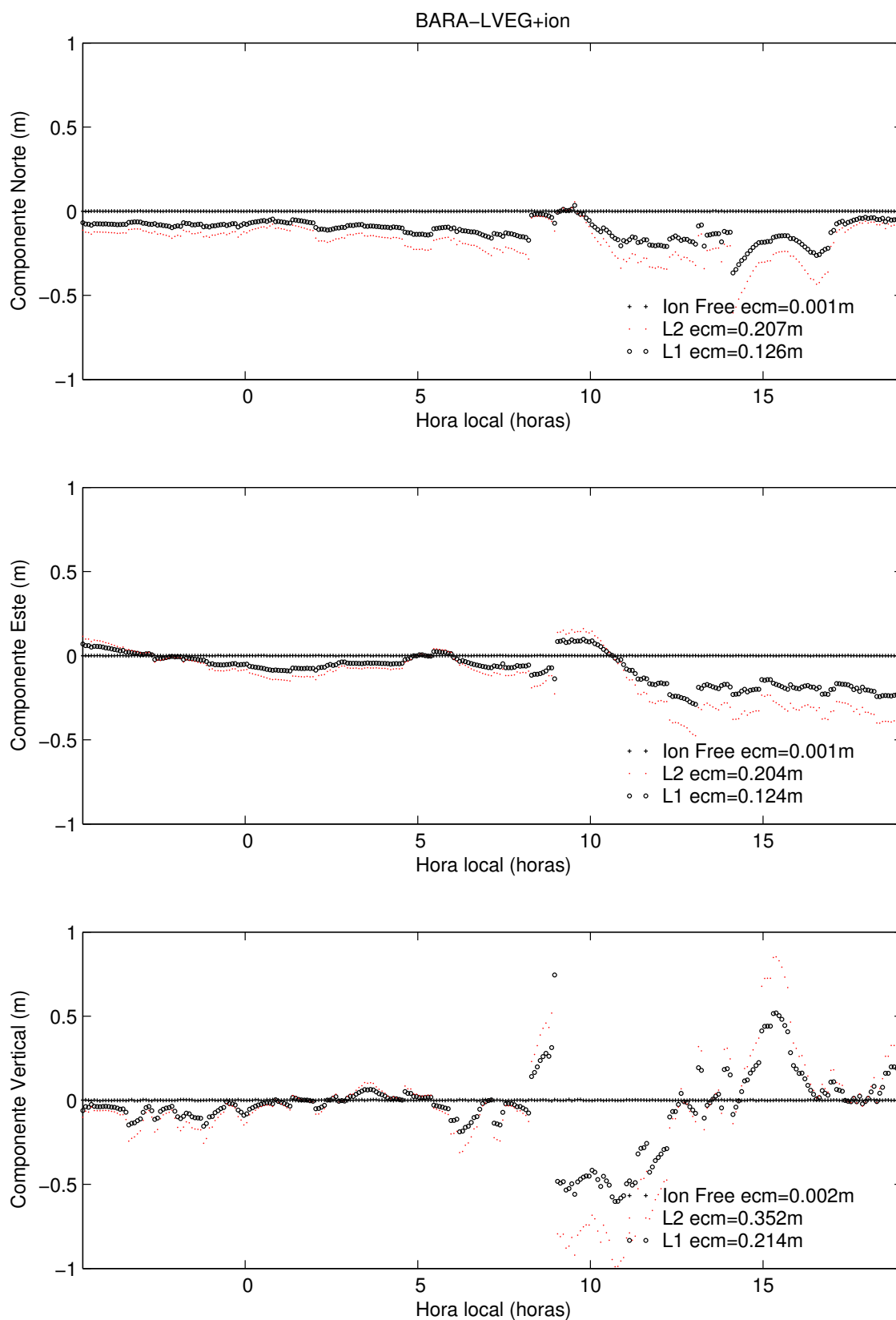


Figura 6.4: Errores en posicionamiento diferencial con fases para la línea BARA-LVEG al incluir un modelo ionosférico para el caso de procesar L1, L2 y la combinación libre de ionosfera (Ion Free). Se incluyen los errores cuadráticos medios obtenidos para el día completo

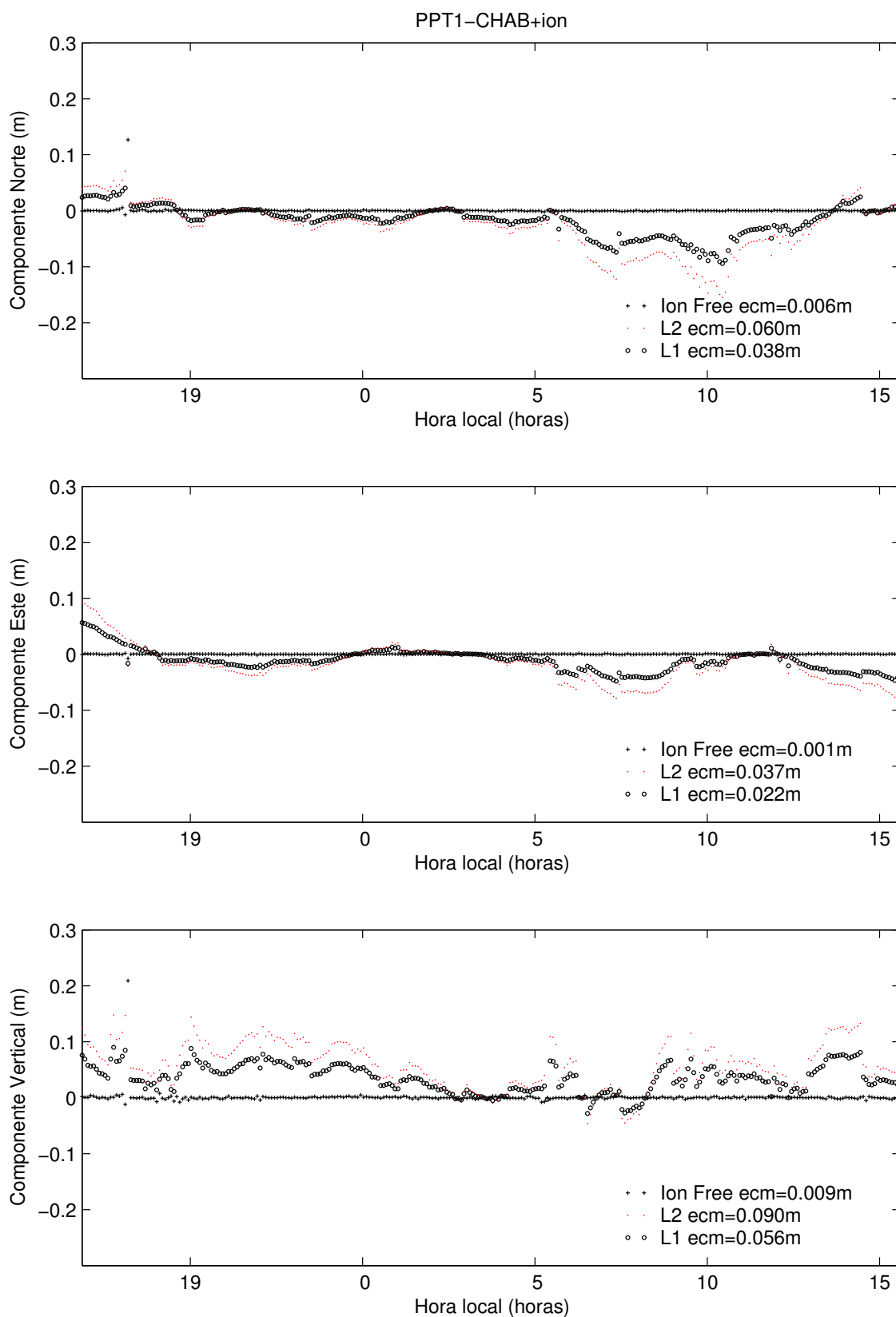


Figura 6.5: Errores en posicionamiento diferencial con fases para la línea PPT1-CHAB al incluir un modelo ionosférico para el caso de procesar L1, L2 y la combinación libre de ionosfera (Ion Free). Se incluyen los errores cuadráticos medios obtenidos para el día completo

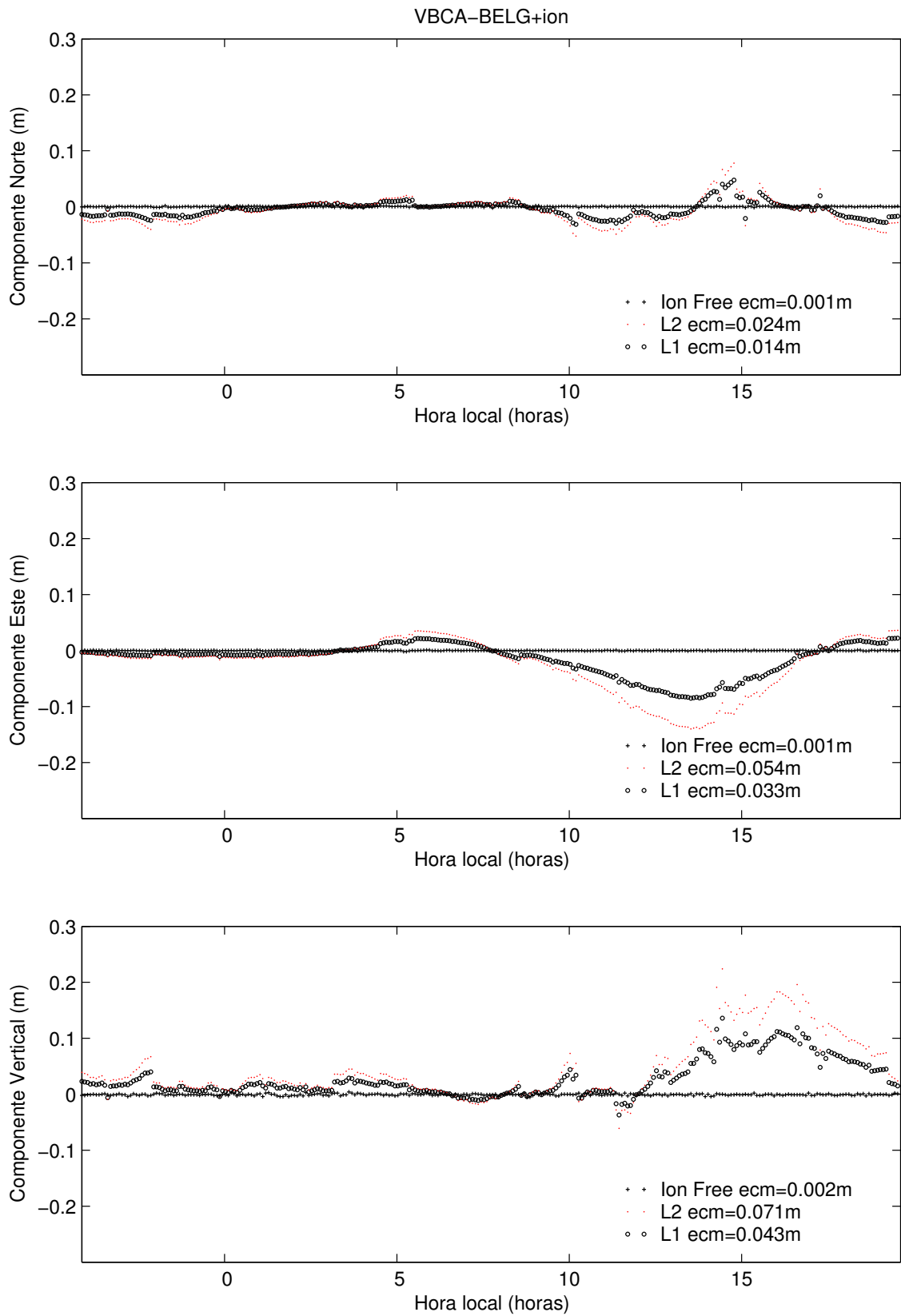


Figura 6.6: Errores en posicionamiento diferencial con fases para la línea VBCA-BELG al incluir un modelo ionosférico para el caso de procesar L1, L2 y la combinación libre de ionosfera (Ion Free). Se incluyen los errores cuadráticos medios obtenidos para el día completo

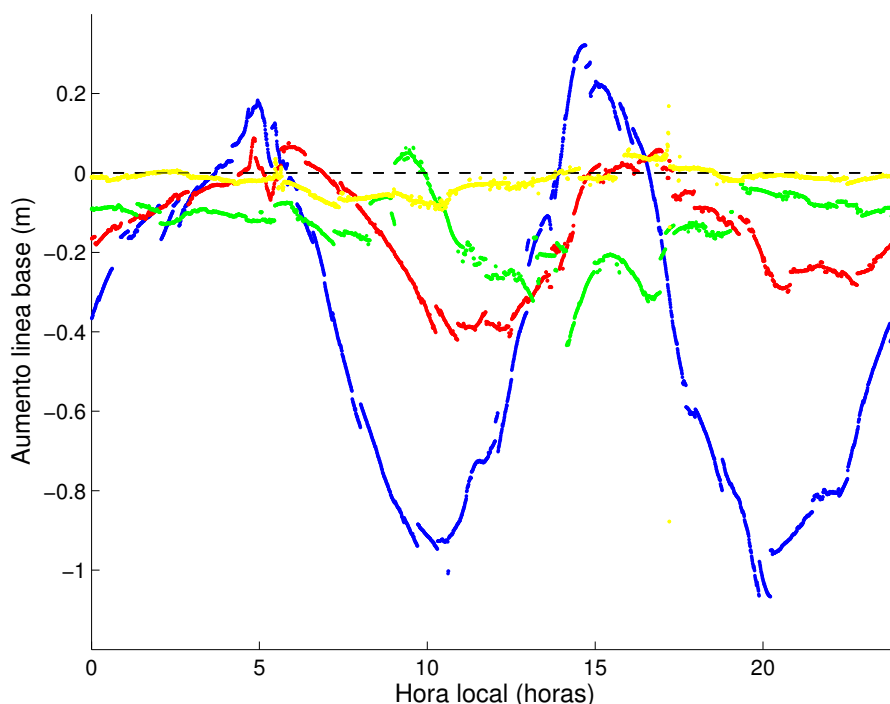


Figura 6.7: Aumento de la línea de base calculada con $L1$ para B-P (azul), G-W (rojo), B-L (verde), P-C (amarillo) y V-B (magenta)

5. En todas las líneas estudiadas se puede observar una tendencia sistemática hacia el oeste y, salvo en la línea argentina, hacia el sur. Esta tendencia se corresponde con una reducción de la línea de base, principal característica que muestra el error ionosférico en posicionamiento diferencial con fases (Schaer, 1999). Este efecto se puede apreciar con claridad en la figura 6.7 donde se representa el aumento en la línea calculada con el observable $L1$ que una ambas estaciones, que sistemáticamente muestra signo negativo.
6. Las dos líneas de base europeas muestran comportamientos muy parecidos, un poco menores en magnitud en la línea GOPE-WROG, ya que la distancia entre estaciones es menor. Esto se debe a que el modelo ionosférico empleado no introduce grandes cambios en la región europea y ambas líneas están relativamente cerca.

6.2. Mitigación del efecto ionosférico en posicionamiento diferencial mediante una red de estaciones de referencia

En esta sección se presenta una técnica que reduce el error ionosférico en posicionamiento diferencial con un receptor de una frecuencia en el caso de líneas de base largas. La idea básica de la técnica consiste en estimar el efecto ionosférico a partir de una red de estaciones de referencia. En este aspecto, esta técnica puede relacionarse con otras que emplean múltiples estaciones para mejorar la precisión de los resultados y la resolución de ambigüedades como las presentadas por Wanninger (1997) o Rizos *et al.* (1998). Para una revisión acerca de estas metodologías se puede consultar Fotopoulos y Cannon (2001).

Sin embargo, a diferencia de los trabajos antes mencionados, que tratan principalmente con posicionamiento diferencial rápido de precisión centimétrica con líneas de base inferiores a los 100km , la técnica aquí propuesta está orientada a líneas de base más grandes, lo que reduce la precisión al orden de los decímetros. Para este rango de líneas de base, Odijk (2000) presentó una metodología basada en la estimación e interpolación de errores ionosféricos con una red de estaciones de referencia que mejoraba la resolución de ambigüedades para líneas de base inferiores a 200km . En cambio, la técnica presentada por Hernández-Pajares *et al.* (2000) para mejorar la resolución de ambigüedades para receptores de doble frecuencia empleando una red de estaciones de referencia amplía el máximo de la línea a 1000km . Esta técnica estima el STEC utilizando el modelo tomográfico de ionosfera de la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC) y lo interpola para el receptor de posición desconocida en función de la distancia a cada estación de la red.

6.2.1. Metodología

Para la estimación del efecto ionosférico, se cuenta con una red de estaciones de doble frecuencia, con un mínimo de tres estaciones, que son capaces de calcular el contenido oblicuo total de electrones (STEC) para cada línea estación - satélite. Las estaciones se escogen para que el punto de coordenadas desconocidas esté lo más centrado posible en el área que cubren. En todos los casos que se muestran en este estudio, el intervalo de muestreo entre observaciones en todas las estaciones fue de 30 segundos.

El cálculo del STEC se realiza a partir de la combinación libre de geometría. Dado un receptor capaz de medir fase o código en ambas portadoras es posible tener una estimación del contenido electrónico total atravesado por la señal, ya que la naturaleza dispersiva de la ionosfera afecta de distinta manera a cada frecuencia. En este trabajo empleamos la combinación libre de geometría de la fase, L4 (Schaer, 1999), suavizada mediante las medidas sobre el código y corregida por los DCB de tanto los satélites como las estaciones. Estos datos se calculan con el modelo LPIM, que se presentó en la sección 2.2.3.

Una vez obtenido el STEC de cada estación de la red a cada satélite, se procede a la estimación del STEC correspondiente a la línea estación de coordenadas desconocidas - satélite. En este trabajo se utilizó una técnica sencilla para tal estimación que consiste en una interpolación lineal mediante un plano inclinado (Wübbena *et al.*, 1996). Dadas las tres estaciones de referencia con valores de STEC conocidos, se requiere la estimación del STEC en otra, de coordenadas desconocidas pero acotadas, no siendo necesario conocerlas con precisión para esta evaluación (véase figura 6.8). Sin embargo, en lugar de realizar la interpolación a partir de las posiciones de las estaciones en tierra, se ha considerado una mejor opción usar los puntos subionosféricos (a semejanza de los algoritmos de interpolación de Wanninger (1995) y Odijk *et al.* (2000)), donde el rayo de cada estación al satélite intercepta la ionosfera, que se considera para este cálculo comprimida en una capa infinitesimal a una altura 450 km . Así mismo, no se interpola directamente el valor del STEC, sino que se calcula primero el contenido electrónico total en la vertical (VTEC) mediante la función de mapeo clásica ($1/\cos z'$) para tener en cuenta la distinta elevación de los rayos (véase figura 2.4). Los lectores interesados en un análisis de distintos algoritmos de interpolación para el uso de redes con múltiples estaciones de referencia pueden consultar el trabajo de Dai *et al.* (2001).

Finalmente, con los valores de STEC estimados para la estación de control y para la estación de coordenadas desconocidas, se corrigen las observaciones de L1 y se procede al cálculo de la posición con el programa GPSsurvey. Se impone al programa la resolución

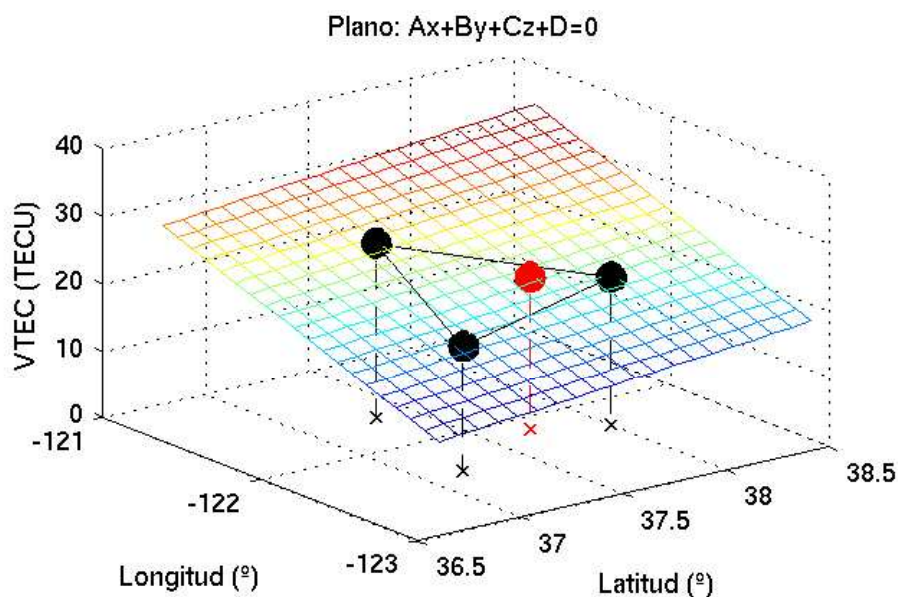


Figura 6.8: Plano inclinado de interpolación. En negro las tres estaciones de referencia. En rojo el valor interpolado.

para cada época resolviendo las ambigüedades con coma flotante. De esta manera, aunque nuestra estación de prueba esté fija en las pruebas realizadas, nos permite extender los resultados a una estación que estuviera en movimiento, siempre que ésta no tuviera problemas adicionales como la pérdida de satélites por la presencia de obstáculos en su trayectoria.

Con el fin de poder analizar los resultados, la estación de coordenadas desconocidas se elige entre aquellas que pueden servir para estaciones de la red, esto es, estaciones de doble frecuencia de coordenadas bien conocidas. Así, además de comparar los resultados de esta técnica con el posicionamiento diferencial mediante L1 sin correcciones, se comparará con el correspondiente a la combinación libre de ionosfera, que se calcula a partir de las medidas en ambas frecuencias.

Para la representación gráfica de los resultados y el cálculo del error cuadrático medio se ha prescindido de aquellas épocas en las que no hubiera un mínimo de 5 satélites con elevaciones por encima de los 20 grados, ya que se ha comprobado que una mala geometría podía introducir grandes errores en algunas épocas. El filtrado se hace posterior al cálculo del posicionamiento diferencial para no perder información sobre las ambigüedades.

6.2.2. Datos

En este trabajo se han analizado distintas redes, todas correspondientes a días con actividad geomagnética no perturbada y en años cercanos al máximo del ciclo solar (2002 a 2003). Las redes sobre las que trabajar se han escogido con cuidado para asegurar, por un lado, conocer con buena precisión las coordenadas de las estaciones, y por otra, tener todos los observables (P1, P2, L1, L2) y receptores de buena calidad. Para el presente trabajo se han elegido redes con 4 estaciones en las que una de ellas sirva como estación desconocida, para poder, como ya se mencionó, realizar un análisis acerca de la mejora

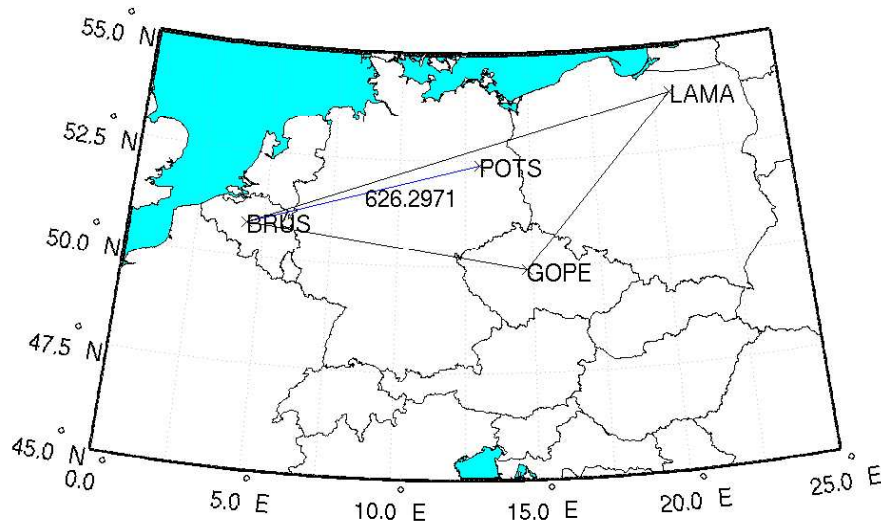


Figura 6.9: Localización de las estaciones para la red 1

que introduce la técnica.

Red 1: Europa 1. Estaciones de referencia: BRUS, LAMA, GOPE. Estación de coordenadas desconocidas: POTS. Día analizado: 170 de 2002 (20 junio de 2002). Los datos de esta red se resumen en la tabla 6.2. En la figura 6.9 se muestra un mapa con la localización de las estaciones.

Estación	latitud	longitud	altura (m)
GOPE	49°54'49.33N	14°47'08.23E	592.593
LAMA	53°53'32.63N	20°40'11.78E	187.035
BRUS	50°47'52.14N	4°21'33.181E	149.672
POTS	52°22'45.46N	13°03'57.92E	144.423

Tabla 6.2: Localización y receptores de las estaciones de la red 1

Red 2: Europa 2. Estaciones de referencia: GOPE, POTS, BOGO. Estación de coordenadas desconocidas: WROC. Día analizado: 170 de 2002 (20 de junio de 2002). Se presenta en la figura 6.10 la localización de esta segunda red. Así mismo, en la tabla 6.3 se resumen los datos para ella.

Estación	latitud	longitud	altura (m)
GOPE	49°54'49.33N	14°47'08.23E	592.593
POTS	52°22'45.46N	13°03'57.92E	144.423
BOGO	52°28'33.41N	21°02'07.22E	149.603
WROC	51°06'47.73N	17°03'43.33E	180.797

Tabla 6.3: Localización y receptores de las estaciones de la red 2

Red 3: República Dominicana. Estaciones de referencia: BARA, SPED, SROD. Estación de coordenadas desconocidas: LVEG. Días analizados: 336, 337 y 338 de 2003: 2, 3 y

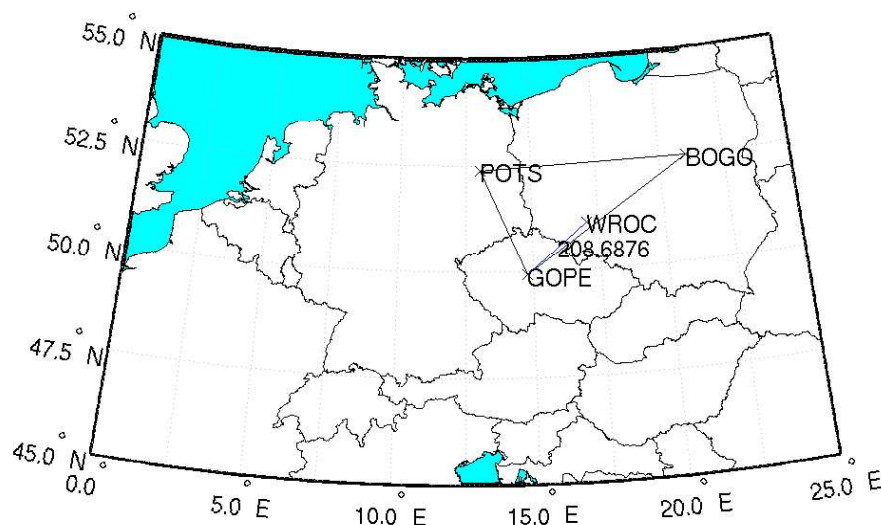


Figura 6.10: Localización de las estaciones para la red 2

4 de diciembre de 2003. En la figura 6.11 se presenta gráficamente la localización de esta tercera red. Así mismo, en la tabla 6.4 se resumen los datos correspondientes a ésta.

Estación	latitud	longitud	altura (m)
BARA	18°12'31.31N	71°05'53.62W	6.735
SPED	18°27'39.65N	69°18'20.06W	-22.132
SROD	19°28'30.90N	71°20'28.18W	98.780
LVEG	19°13'21.77N	70°31'51.91W	78.570

Tabla 6.4: Localización y receptores de las estaciones de la red 3

Red 4: California. Estaciones de referencia: PPT1, OHLN y MHCB. Estación de coordenadas desconocidas: CHAB. Días analizados: 336 de 2003: 2 de diciembre de 2003. En la figura 6.12 se presenta gráficamente la localización de esta cuarta red. Así mismo, en la tabla 6.5 se resumen los datos correspondientes.

Estación	latitud	longitud	altura (m)
PPT1	37°11'13.50N	122°23'23.81W	7.829
OHLN	38°00'22.51N	122°16'22.75W	-0.542
MHCB	37°20'29.51N	121°38'33.27W	1261.849
CHAB	37°43'26.81N	122°07'09.50W	213.973

Tabla 6.5: Localización y receptores de las estaciones de la red 4

En la tabla 6.6 se resumen las líneas de base analizadas, incluyendo las coordenadas geomagnéticas de éstas, la actividad geomagnética (índice A_p) y solar (flujo solar en la banda de 10.7 cm). Así mismo, se listan la longitud de las líneas de base (l) y el área (A) que cubren las estaciones utilizadas en la estimación del efecto ionosférico en la estación de coordenadas desconocidas. Las líneas de base escogidas pertenecen todas a latitudes

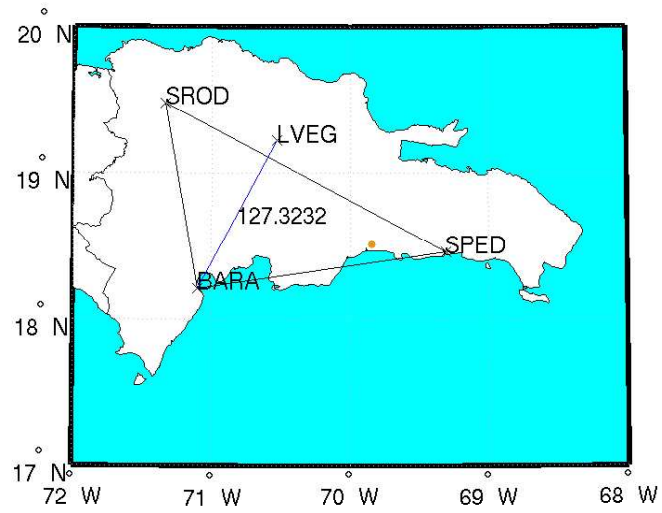


Figura 6.11: Localización de las estaciones para la red 3

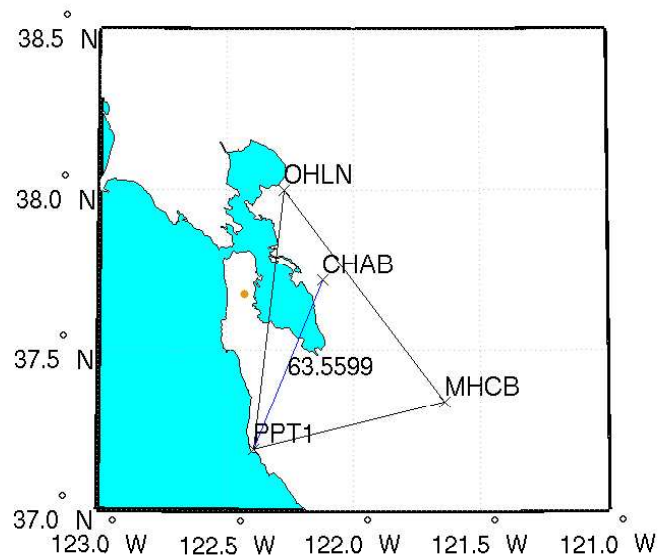


Figura 6.12: Localización de las estaciones para la red 4

geomagnéticas medias.

	Coord. Geomagnéticas	Ap (nT)	f10.7	$l(km)$	$A(km^2)$
Base 1 170 2002	BRUS:52.17N,89.06E POST:52.13N,98.25E	5	145.1	626.2971	196350.0
Base 2 170 2002	GOPE:49.43N,98.73E WROC:50.17N,101.43E	5	145.1	208.6876	76056.0
Base 3 336 2003	BARA:28.66N,0.51E LVEG:29.65N,1.16E	7	139.3	127.3232	13689.0
Base 3 337 2003	BARA:28.66N,0.51E LVEG:29.65N,1.16E	4	123.8	127.3232	13689.0
Base 3 338 2003	BARA:28.66N,0.51E LVEG:29.65N,1.16E	6	115.8	127.3232	13689.0
Base 4 336 2003	PPT1:43.30N,58.06W CHAB:43.84N,57.87W	7	139.3	63.56	2896.1

Tabla 6.6: Resumen de las características de las líneas de base analizadas.

6.2.3. Resultados

En esta sección mostraremos los principales resultados obtenidos. Se presentan en las figuras 6.13, 6.14, 6.15, 6.16, 6.17 y 6.18 las gráficas correspondientes a los errores cometidos en el cálculo de la posición con la técnica descrita en la sección de metodología para cada una de las componentes de la posición (norte, este, zenit), marcados como L1 LPIM en las figuras. Así mismo, con el fin de comparar, se muestra en ellas los errores correspondientes al cálculo de la posición mediante el uso de L1 sin corrección ionosférica (L1, en las figuras) y mediante la combinación libre de ionosfera L3 (Ion Free).

Por último, se resumen en la tabla 6.7 los errores cuadráticos medios (*ecm*) de cada base calculados para cada día bajo análisis. El cálculo del error cuadrático medio se hace mediante la ecuación:

$$ecm = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(x_i - x_0)^2}{N}} \quad (6.2)$$

donde x_i es una de las componentes de la posición (norte, este o zenit) calculada (mediante la observación L1, L1 corregido por la técnica presentada ó la combinación libre de geometría L3), x_0 es el valor ‘verdadero’ (ya que se trata de una estación de coordenadas bien conocidas) y N el número de datos que se procesaron y superan los criterios establecidos en la metodología (mínimo de 5 satélites visibles con elevación superior a 20°).

Se observa claramente que en el caso de la primera base la técnica no se puede utilizar (figura 6.13). Se trata de distancias demasiado grandes como para que la metodología presentada funcione. Las estaciones que se utilizan para interpolar el efecto ionosférico en la estación de coordenadas desconocidas se hallan demasiado lejos de ésta y el esquema de interpolación no funciona, la ionosfera está demasiado descorrelacionada. El error que cometemos al interpolar el STEC es demasiado grande y es necesario reducir la distancia entre las estaciones usadas para la interpolación y la estación de coordenadas desconocidas. Así, en la siguiente línea de base analizada, los resultados son muy buenos: observando la figura 6.14 podemos ver cómo se consigue corregir gran parte del efecto ionosférico en L1, sobre todo en las componentes horizontales (mejoras del 50% en la componente vertical y mayores en la horizontal).

Para la base 3, la técnica funciona y logra eliminar gran parte del efecto ionosférico. Este hecho se muestra claramente en las componentes horizontales en las que, para las horas diurnas el efecto se ve claramente con una tendencia sistemática hacia el sur y hacia el oeste (el efecto ionosférico tiende a reducir la línea de base) y que se elimina al emplear la coordenada L1 corregida mediante la metodología que se ha presentado (véase figuras 6.15, 6.16 y 6.17). Las mejoras obtenidas varían entre el 14 y el 72 % dependiendo de la coordenada y del día analizado.

Sin embargo, en el caso de la cuarta base estudiada, la técnica no aporta grandes mejoras (incluso empeora en el caso de la componente este). Este hecho se debe, básicamente, a que la línea de base es lo suficientemente corta como para que el efecto ionosférico a corregir sea muy pequeño, de manera que aunque en la estimación del STEC se cometa poco error éste es comparable al efecto.

	ecm	L3(m)	L1 LPIM (m)	L1 (m)	Mejora (m)	Mejora (%)
Base 1 170 2002	norte	0.062	0.300	0.265	-0.035	-13.2
	este	0.064	0.395	0.482	0.087	18.0
	vertical	0.244	1.793	0.622	-1.172	-188.4
Base 2 170 2002	norte	0.091	0.115	0.321	0.206	64.2
	este	0.082	0.107	0.520	0.413	79.4
	vertical	0.184	0.348	0.689	0.341	49.5
Base 3 336 2003	norte	0.015	0.040	0.120	0.080	66.7
	este	0.019	0.049	0.174	0.125	71.8
	vertical	0.051	0.239	0.279	0.040	14.3
Base 3 337 2003	norte	0.023	0.042	0.095	0.053	55.8
	este	0.025	0.047	0.126	0.079	62.7
	vertical	0.079	0.151	0.218	0.067	30.7
Base 3 338 2003	norte	0.024	0.054	0.147	0.093	63.3
	este	0.018	0.046	0.145	0.099	68.3
	vertical	0.075	0.189	0.415	0.226	54.5
Base 4 336 2003	norte	0.126	0.125	0.168	0.043	25.6
	este	0.088	0.084	0.069	-0.015	-21.7
	vertical	0.129	0.163	0.182	0.019	10.4

Tabla 6.7: Errores cuadráticos medios en cada línea de base procesada. Se incluyen las mejoras obtenidas al aplicar la metodología presentada frente al posicionamiento diferencial con L1

Error frente a efecto

Se han analizado los residuos entre el STEC calculado mediante la técnica de interpolación (\widetilde{STEC}_s^k) con el STEC obtenido directamente a partir del procesado de la estación con el modelo LPIM ($STEC_s^k$), ya que al tratarse de una estación con receptor de doble frecuencia, se puede realizar el cálculo directo del efecto ionosférico. Estos residuos son lo que se podría considerar como *error* de la técnica en la estimación del STEC de la estación s al satélite k para cada época:

$$err_s^k = \widetilde{STEC}_s^k - STEC_s^k \quad (6.3)$$

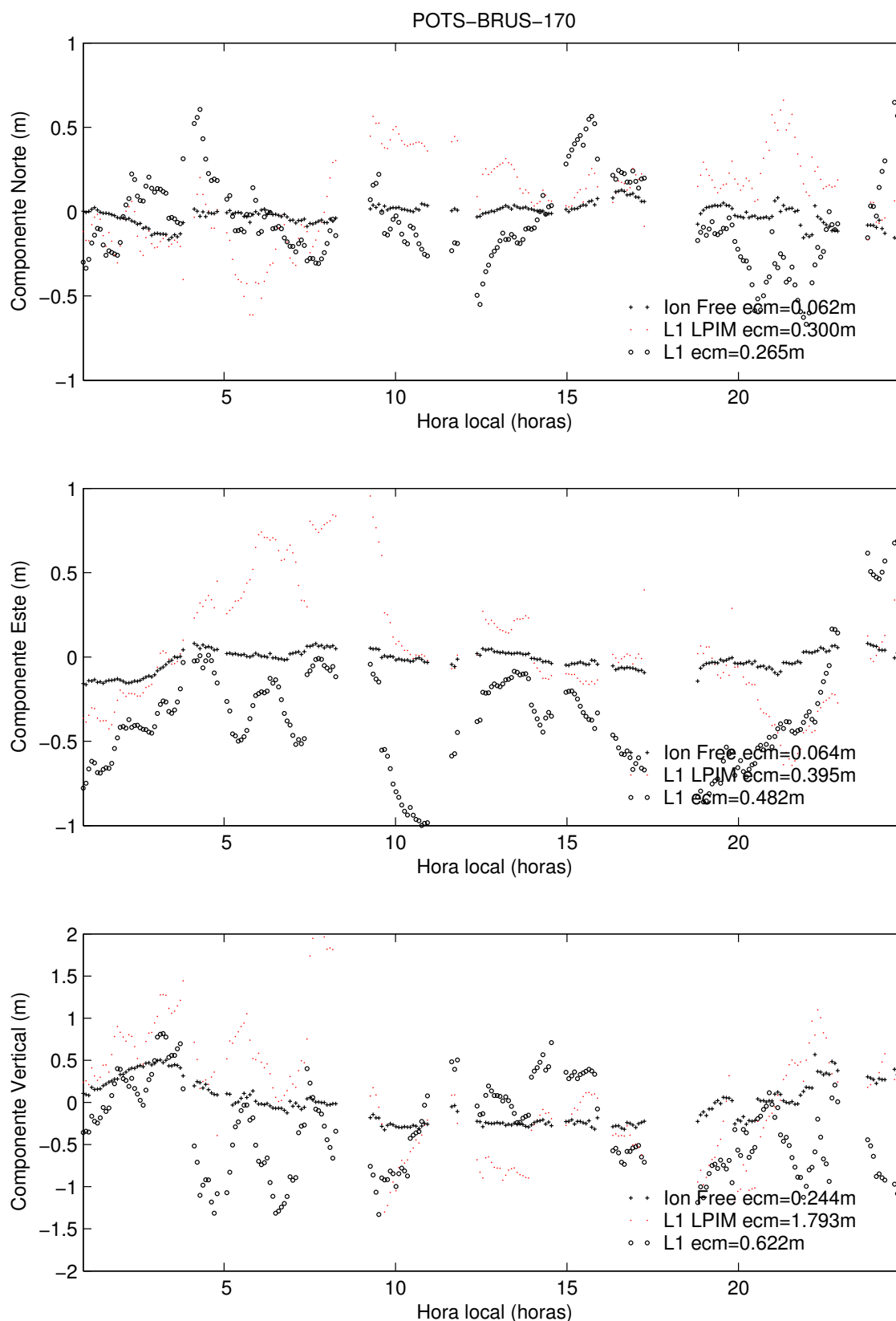


Figura 6.13: Resultados para la base POTS-BRUS. Día 170 de 2002.

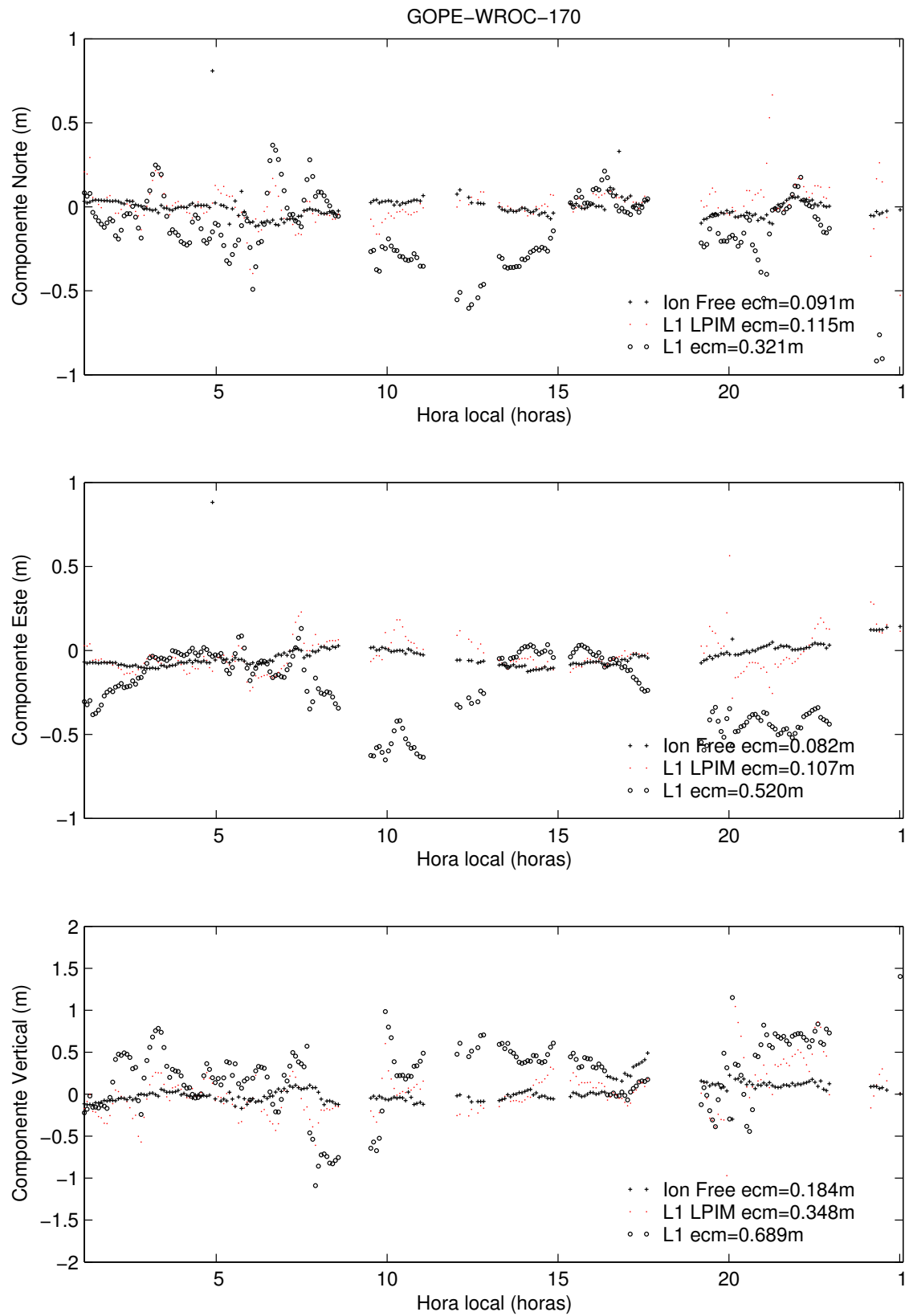


Figura 6.14: Resultados para la base GOPE-WROC. Día 170 de 2002.

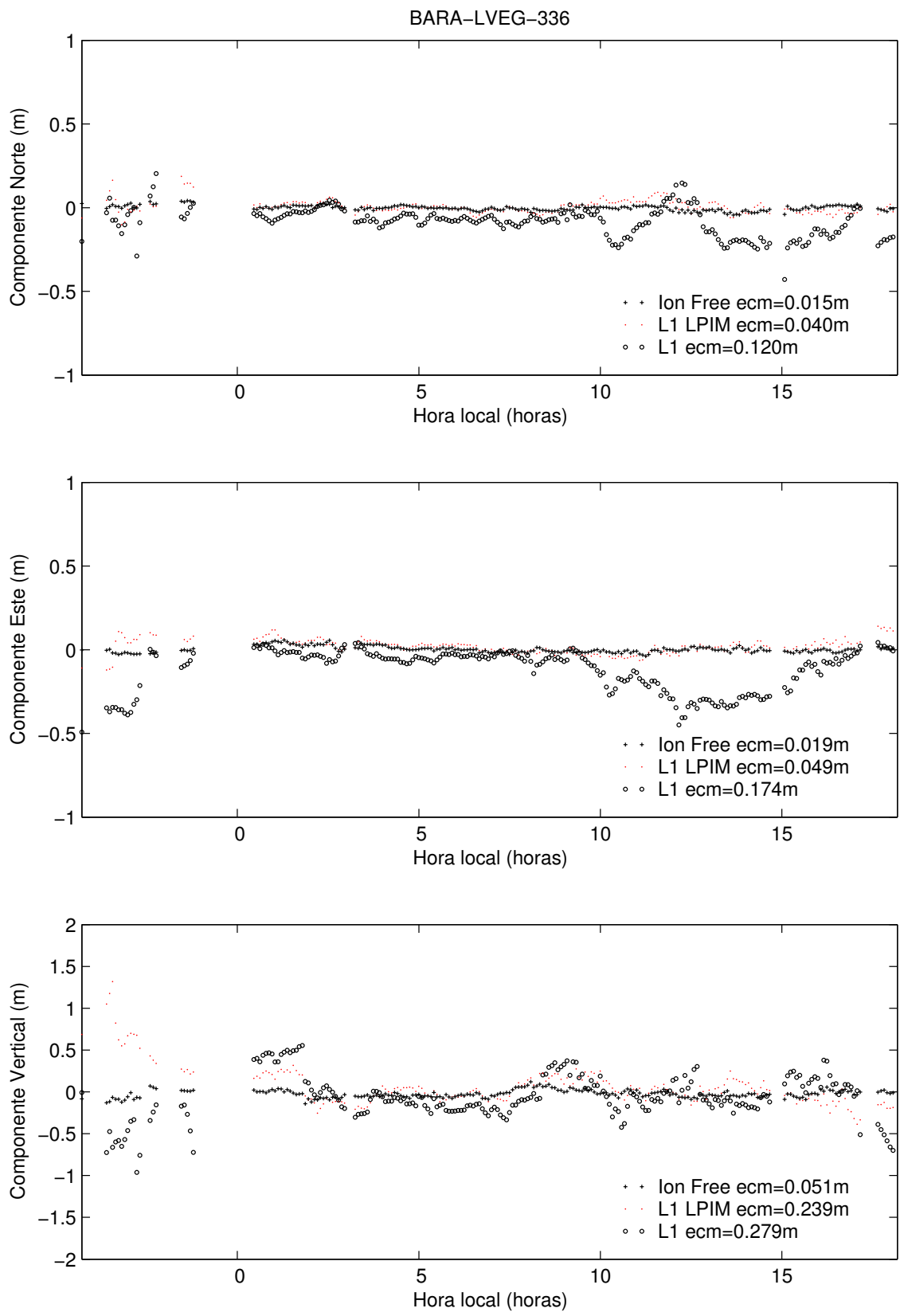


Figura 6.15: Resultados para la base BARA-LVEG. Día 336 de 2003.

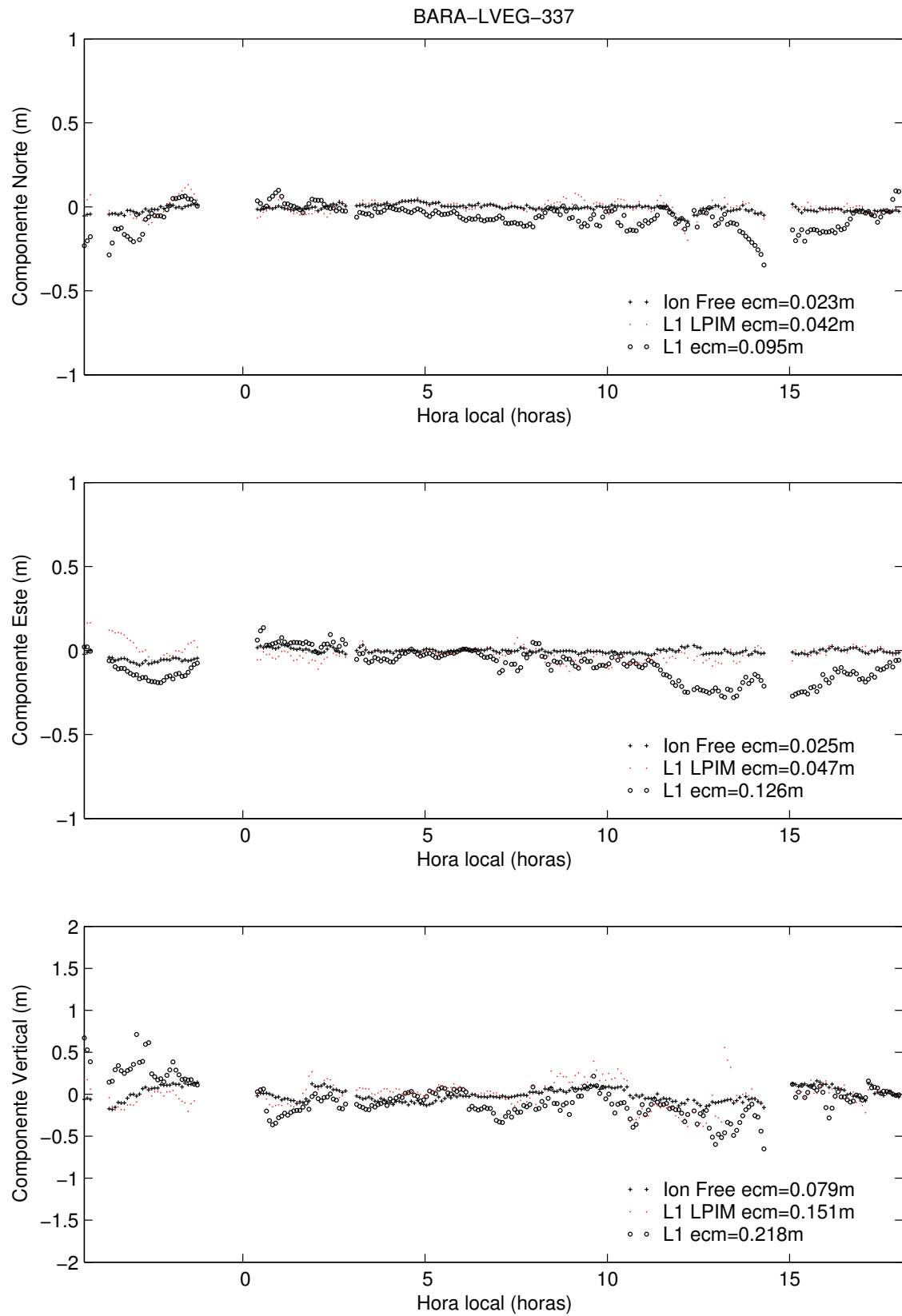


Figura 6.16: Resultados para la base BARA-LVEG. Día 337 de 2003.

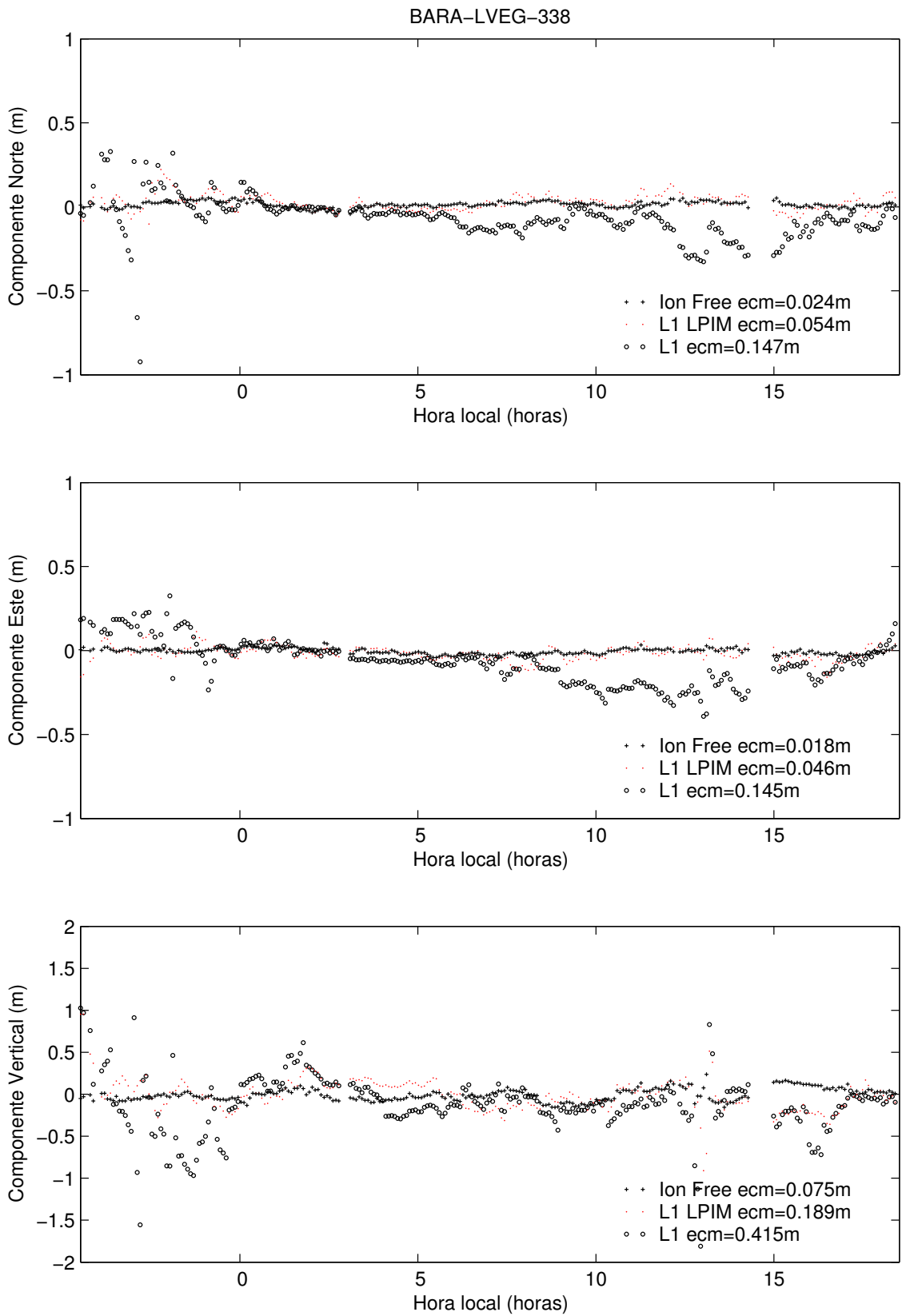


Figura 6.17: Resultados para la base BARA-LVEG. Día 338 de 2003.

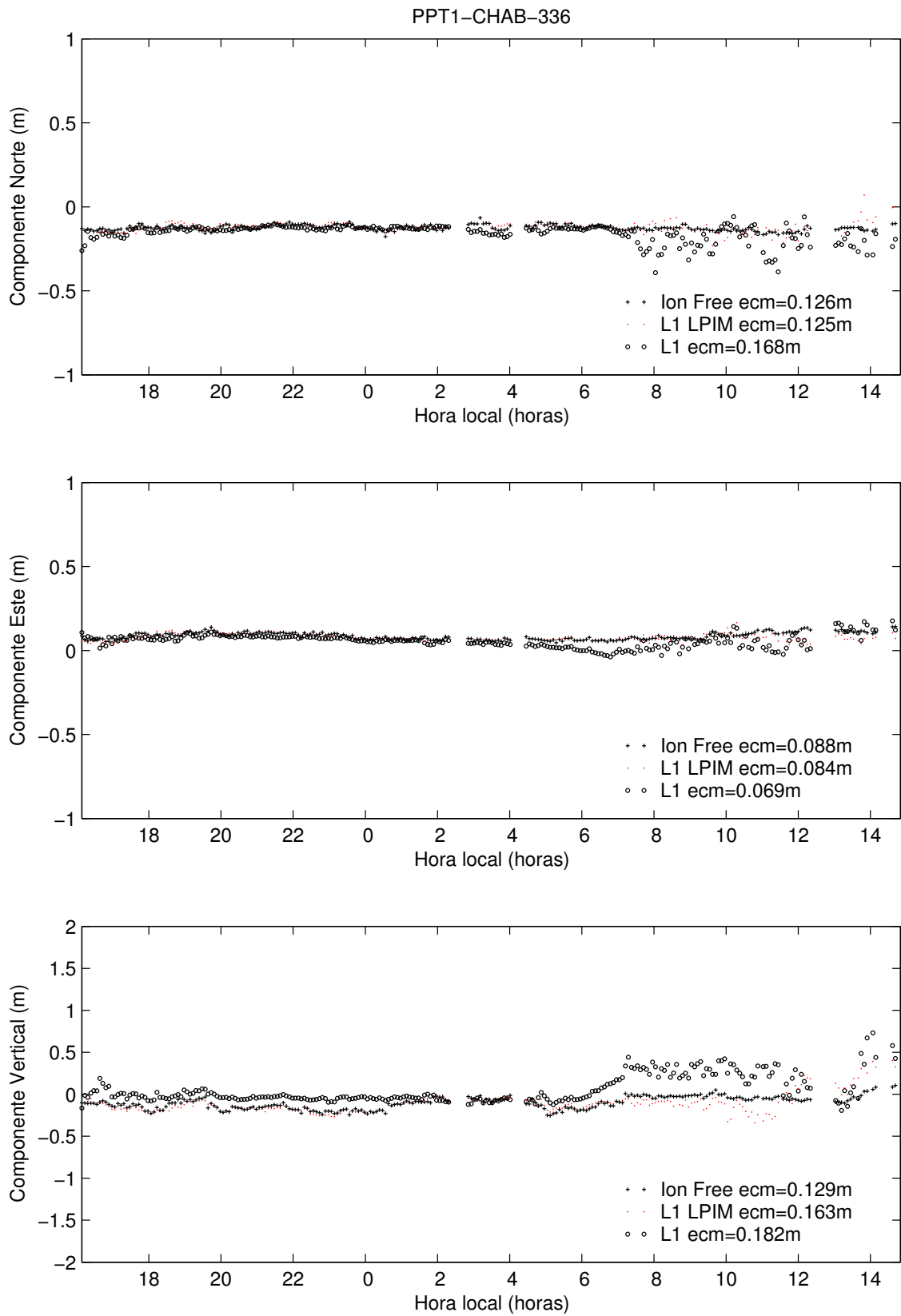


Figura 6.18: Resultados para la base PPT1-CHAB. Día 336 de 2003.

En cambio, el *efecto* ionosférico en posicionamiento diferencial en la línea de la estación s al satélite k para cada época (ef_s^k) se puede calcular a partir de las diferencias entre el STEC de la estación de referencia (r) a ese satélite ($STEC_r^k$) con el STEC correspondiente para la estación de coordenadas desconocidas (calculado directamente con el modelo LPIM):

$$ef_s^k = STEC_s^k - STEC_r^k \tag{6.4}$$

En la tabla 6.8 se muestra un resumen de este análisis a partir de los valores cuadráticos medios (definidas a partir de la ecuación 3.44) de tanto el error (err_s^k) como del efecto (ef_s^k).

	Error STEC (TECU)	Efecto (TECU)
Base 1 170 2002	1.48	4.07
Base 2 170 2002	0.68	1.40
Base 3 336 2003	0.54	1.30
Base 3 337 2003	0.62	1.30
Base 3 338 2003	0.60	1.30
Base 4 336 2003	0.65	0.98

Tabla 6.8: Valores cuadráticos medios para el error en la estimación del STEC y para el efecto ionosférico en posicionamiento diferencial.

Se observa que, en el caso de la primera base, el error cuadrático medio que cometemos con la estimación (1.48 TECU de error cuadrático medio) es mucho mayor que en los otros casos (que no superan 0.68 TECU), lo que confirma las anteriores sospechas de que estamos estimando demasiado mal la ionosfera en este primer caso. Así mismo, vemos cómo en la cuarta base, el *efecto* ionosférico es significativamente menor que en el resto de los casos y no está muy alejado del *error* correspondiente, lo que indica que aplicar la técnica no conlleva mejoras significativas.

Capítulo 7

Conclusiones y propuestas de nuevas investigaciones

Los Sistemas Globales de Navegación por satélite son, hoy por hoy, una herramienta de alcance global cuyo gran abanico de aplicaciones, que abarca ámbitos tan dispares como los transportes o las finanzas, está en plena expansión. Han supuesto una revolución tecnológica con un gran impacto en la Sociedad y en su desarrollo industrial.

Sin embargo, para asegurar su buen funcionamiento y alta precisión es necesario comprender las diversas fuentes de error que afectan al sistema y así poder mitigarlas.

Esta Tesis se ha dedicado a una de estas fuentes de error, la presencia de la capa atmosférica conductora conocida como ionosfera que altera la propagación de las señales de los satélites y de esa manera las medidas que con ellos se realizan. En particular, la Tesis aborda el problema que supone el retardo ionosférico para el posicionamiento puntual y diferencial para receptores de una frecuencia.

7.1. Comportamiento del error ionosférico en la posición

Posicionamiento puntual aislado

En el caso de posicionamiento puntual, se ha estudiado cómo se propagan los errores no aleatorios, como el ionosférico, a la posición a través del proceso de ajuste de mínimos cuadrados. Tras ello, se ha evaluado este error con datos reales de cuatro estaciones europeas y se ha observado que la mayor repercusión de este error se obtiene en las componentes de altura y de error de reloj del receptor. Se ha encontrado una tendencia positiva de la componente norte en las estaciones del hemisferio norte y negativa para la estación del hemisferio sur y una oscilación diaria de la componente oeste con valores positivos al amanecer y negativos al atardecer.

Para obtener relaciones analíticas entre el error en pseudo rango y su efecto en la posición se ha comenzado estudiando sistemas de alta simetría, para los que el ajuste de mínimos cuadrados se simplifica. En este primer caso se ha encontrado que el error que recae en la altura está muy relacionado con el que recae en el error del reloj del receptor, ya que la resta de ambos daba como resultado el error no aleatorio del satélite situado en la vertical del observador. También se ha encontrado que las componentes norte y oeste obedecen a gradientes horizontales de este error no aleatorio. Con objeto de generalizar estos resultados a configuraciones de satélites más reales, se ha acudido a la metodología presentada por Santerre (1991), aplicándola al caso de un error ionosférico dado por el

modelo ICA (Klobuchard, 1987), con un VTEC constante. A partir de los resultados de esta metodología se ha confirmado la relación entre la diferencia de la componente temporal y vertical del error en la posición con el valor del contenido electrónico en la vertical (VTEC), así como la relación entre esta componente temporal y el contenido electrónico a bajas elevaciones.

Debido a las restricciones de esta metodología que no permite, por ejemplo, utilizar modelos ionosféricos más complejos, se ha propuesto una nueva técnica para evaluar el efecto de un error no aleatorio en la determinación de la posición de un observador en posicionamiento puntual aislado basada en el generador de observaciones GPS artificiales desarrollado en esta Tesis. Empleándolo junto con el modelo tridimensional NeQuick (Hochegger *et al.*, 2000) se ha estudiado cómo afecta la ionosfera al cálculo de la posición de un receptor aislado, analizando las dependencias espaciales y temporales. Se ha mostrado que existe una relación clara entre las componentes temporal y de altura con la latitud geomagnética, ya que a medida que nos acercamos al ecuador, éstas aumentan, lo que se relaciona con el aumento del contenido electrónico en estas latitudes. Estas componentes, a través de la dependencia del contenido electrónico, son mayores para las horas centrales del día, así como para mayores valores del índice solar $R12$.

En cuanto a las componentes horizontales, se encontró que la oeste sólo es significativa en aquellos momentos del día donde aparecen gradientes este oeste en la ionosfera (las 8 hora local, de los casos analizados). Por su parte, la componente norte se ha podido relacionar con gradientes horizontales norte-sur, más importantes a bajas latitudes.

A partir de los resultados de las diversas técnicas aplicadas, se han propuesto una serie de relaciones independientes de la localización del observador que, en promedio, ligan las cuatro componentes del error ionosférico en la posición con la “forma” de la ionosfera en coordenadas de elevación y azimut. En concreto, se ha mostrado que la componente temporal depende del error ionosférico a bajas elevaciones, que la altura se puede expresar aproximadamente como la resta de la temporal con un 80 % del error que hay a una elevación de 90° y que las componentes horizontales se pueden estimar a partir de los gradientes horizontales evaluados con las expresiones 4.59 y 4.61. Se ha mostrado que estas relaciones ajustan los promedios calculados con diferencias inferiores a las desviaciones típicas obtenidas en la sección 4.5.2 en un 95 % de los casos estudiados.

Finalmente, se ha presentado una explicación basada en la relación entre las propiedades de la matriz de diseño y la “forma” de la ionosfera que sustenta las anteriores relaciones.

Posicionamiento diferencial

Para estudiar el efecto en posicionamiento diferencial, se ha utilizado el generador de observaciones artificiales presentado en el capítulo 3, en el que se expuso en detalle cuáles son los distintos elementos que intervienen en los observables del sistema GPS, tanto de código como de fase, y los algoritmos empleados en la implementación de un programa que genera archivos RINEX artificiales. A partir de software de procesamiento, se ha encontrado que los errores al generar estos observables son inferiores a 1 *dm* empleando órbitas precisas e inferiores a 2 *dm* con transmitidas, y que al generar fases diferenciales entre estaciones a distancias mayores de 600 *km* es del orden de pocos *mm*.

Se han generado observaciones artificiales sin más error que el retardo ionosférico calculado a partir del modelo ionosférico NeQuick. Se han procesado más tarde con el programa de posicionamiento GPSsurvey encontrándose que la principal tendencia de este

error es la reducción de la línea de base. Dado que el efecto de la ionosfera se descorrelaciona con la distancia, este error aumenta al hacerlo la separación entre estaciones limitando la precisión de los cálculos para líneas superiores a 60km en condiciones benignas, tanto por la localización geomagnética de las estaciones utilizadas como por las condiciones de actividad solar y geomagnética empleadas en la simulación.

7.2. Mitigación del error ionosférico

Una vez estudiado el efecto en la posición, se han investigado diversas técnicas que mitiguen el error ionosférico en el posicionamiento.

Posicionamiento puntual aislado

En la sección 5.1 se ha mostrado las mejoras que introduce el uso del modelo ionosférico NeQuick para reducir el efecto de la ionosfera en posicionamiento puntual aislado. Se han analizado las mismas estaciones en las que se estudió el efecto ionosférico y se ha observado que los errores en las componentes horizontales quedan reducidos, eliminándose la tendencia positiva de la componente norte y la oscilación diaria de la oeste, aunque se aumentaba ligeramente el ruido en ellas. Es en la componente de altura donde el modelo muestra su mejor corrección eliminando el sistematismo y reduciendo la anchura del histograma. Hay que señalar que estos resultados han sido obtenidos en condiciones ionosféricas benignas ya que, por un lado, el estudio se ha reducido a condiciones geomagnéticas no perturbadas y, por otro, ha sido realizado sobre estaciones de latitudes geomagnéticas medias donde el comportamiento de la ionosfera es menos complejo y mejor conocido. Por último, la componente que recae en el reloj del receptor mostraba las deficiencias del modelo, con el que se obtuvieron en la sección 2.3 valores del contenido electrónico vertical unos 4TECU demasiado grandes respecto a los correspondientes al CODE para el invierno y otros 4TECU demasiado pequeños para el verano.

Dado que los diversos esquemas de asimilación de datos GPS basados en dependencias latitudinales presentados en la sección 2.4 reducen sensiblemente el comportamiento estacional que presenta el modelo, con mejoras próximas al 50% en la región europea, se mostró en la sección 5.2 el resultado de aplicarlos a la corrección de la posición. Estos esquemas conduce a mejoras en los valores absolutos del modelo. Al reducir las diferencias de VTEC se mejoran las estimaciones de STEC absolutas, que recaen fundamentalmente en el error del reloj del receptor. Como se ha ido mostrando a lo largo del capítulo 4, las componentes de posición están más relacionadas con valores relativos, gradientes norte-sur para la componente norte, este-oeste para la oeste y relación entre contenidos a distintas elevaciones para la altura, que no dependen tan fuertemente de los valores absolutos del modelo. Al ser estas componentes más independientes del valor absoluto, se benefician del uso de la versión estándar del modelo y no presentan mejoras adicionales al emplear versiones de éste que ajustan valores absolutos, por lo que aplicar una versión con datos GPS incorporados del modelo sólo conduce a mejoras importantes en la determinación del error del reloj del receptor.

Otra posibilidad que tiene un receptor de una única frecuencia para corregir el efecto ionosférico es el uso de correcciones diferenciales DGPS. Estas correcciones eliminan gran parte del error ionosférico así como los errores debidos a otras fuentes, como errores en las efemérides. En el capítulo 3 se presentó una herramienta que, con un error inferior a 2 dm , es capaz de generar observables del sistema GPS en el formato estándar RINEX

y que se pueden emplear para estudiar el comportamiento de distintas fuentes de error en múltiples aplicaciones finales del sistema, así como para mitigar estas fuentes de error. Como se ha mostrado en la sección 5.3, este generador de observaciones GPS artificiales se puede emplear para proporcionar correcciones diferenciales con mejoras del 70 % para las componentes horizontales y del 80 % para la vertical en caso de emplear estaciones de referencia a distancias del orden de 130 *km* o inferiores.

Este tipo de correcciones o cualquier otro se pueden aplicar, con diferencias del orden de centímetros, a las posiciones calculadas por usuarios que no registraron los observables gracias a la técnica propuesta en la sección 5.4.

Posicionamiento diferencial

En el capítulo 6 se ha mostrado una técnica que permite ampliar el posicionamiento diferencial con un receptor monofrecuencia a líneas de base del orden de cientos de kilómetros. De este modo, podemos con un receptor de bajo coste realizar medidas diferenciales con precisión sub-métrica sin quedarnos confinados en un área de pocas decenas de *km* alrededor de la estación de referencia, por lo que ya no es necesario contar con una red densa de estaciones de doble frecuencia, sino que con espaciados del orden de pocos centenares de *km* es suficiente.

Así mismo, se ha mostrado que existe un límite superior para la técnica. No podremos emplearla para líneas de base demasiado grandes ya que, como hemos visto, nuestra capacidad de interpolar se ve reducida por el hecho de que las estaciones que se utilizan para ello se encuentran demasiado alejadas. La ionosfera se descorrelaciona y no es posible obtener una buena interpolación, clave para la mejora del posicionamiento diferencial. Este límite superior dependerá así mismo de la región donde estemos aplicando la técnica, ya que la ionosfera de bajas latitudes geomagnéticas muestra complicaciones adicionales, como la existencia de importantes gradientes horizontales, que reducen nuestra capacidad de interpolar el STEC con el esquema propuesto.

También hay que señalar la existencia de un límite inferior para aplicar la técnica. A distancias demasiado pequeñas, como es el caso de la cuarta base (con unos 64 *km* de línea de base), el empleo de esta metodología no conduce a mejoras significativas. Esto se debe no a nuestra capacidad de interpolar, que mejora cuanto menor es el área que forman las estaciones que empleamos, sino a que el efecto que tratamos de corregir es ya muy pequeño, de hecho, del orden del de L3 o menor (véase tabla 6.7).

Es interesante destacar el hecho de que la técnica que se ha presentado consigue mayores mejoras en las componentes horizontales que en la vertical. En primera aproximación, los errores ionosféricos horizontales están relacionados con los gradientes horizontales en la ionosfera (Gende *et al.*, 2003). Al hacer posicionamiento diferencial una parte de este error permanece y con esta técnica se consigue eliminar en su mayor parte.

Se ha demostrado que el esquema funciona (mejoras importantes, en la mayor parte de los casos superan el 50 %), pero que se debe restringir a cierto rango de longitud de la línea de base y área de interpolación. A la vista de los resultados, se puede proponer como líneas de base aplicables aquéllas en el rango de los 100 a los 300 *km* para latitudes geomagnéticas medias.

7.3. Propuesta de nuevas investigaciones

A partir del estudio realizado y las técnicas presentadas surgen varias líneas para futuras investigaciones que se pueden resumir en las siguientes:

- Los estudios sobre la influencia del error ionosférico en el cálculo de la posición tanto puntual como diferencial han sido realizados para condiciones geomagnéticamente tranquilas. Sería muy interesante investigar cómo puede afectar a la posición la presencia de una ionosfera perturbada escogiendo, por ejemplo, días geomagnéticamente perturbados para la estimación del error de la sección 4.2. También se podría incorporar mallas de datos para simular las condiciones de tormenta ionosférica en el modelo NeQuick como sugiere Leitinger *et al.*, (2001) y emplear la metodología presentada en la sección 4.5 con ella. ¿Cómo se verá alterada la "forma" de la ionosfera en elevación-azimut bajo condiciones de tormenta ionosférica? ¿Siguen siendo válidas en esta nueva situación las relaciones 4.56 a 4.61 entre las componentes del error en la posición y esta "forma" de la ionosfera? Empleando estas mismas mallas se podría investigar cómo afecta al posicionamiento diferencial la presencia de una ionosfera perturbada a través del uso del generador de observaciones GPS como se ilustró en la sección 6.1.

En cuanto a la mitigación, sería deseable estudiar cómo afecta la presencia de una tormenta a las correcciones mediante modelos ionosféricos como la presentada en la sección 5.1 y si el empleo del modelo con datos GPS incorporados introduce mejoras.

También sería interesante analizar bajo condiciones perturbadas la mejora en la estimación de la posición que supone el empleo de técnicas DGPS como la presentada en la sección 5.3 o la técnica de mitigación en posicionamiento diferencial descrita en la sección 6.2.

- En la sección 4.2 se ha restringido el estudio del efecto ionosférico en posicionamiento puntual a la región de latitudes medias europea. Sería deseable ampliar el estudio a otras zonas geomagnéticas e investigar si las conclusiones a las que se ha llegado a través del uso de un modelo ionosférico son consistentes con los datos obtenidos de observaciones GPS, como ocurría en la región europea estudiada.
- A partir de datos de Contenido Vertical de Electrones (VTEC) y observaciones GPS se podría verificar la relación 4.57 que liga el VTEC con el error que recae en las componentes de altura y error del reloj.
- A lo largo de esta Tesis se han mostrado diversos usos del generador de observaciones GPS desarrollado en el capítulo 3. Sin embargo, el rango de aplicaciones es más amplio y se podría utilizar para realizar investigaciones como el estudio del efecto de otras fuentes de error (las efemérides, por ejemplo) o el impacto de obstáculos en el área de observación (simulando un receptor en una ciudad, por ejemplo).
- En la técnica de mitigación del efecto diferencial mostrada en la sección 6.2 se ha empleado un método de interpolación del STEC para la estación desconocida sencillo. Se podrían investigar distintas posibilidades para mejorarlo como:
 - Probar con nuevos esquemas de interpolación basados en una mejor interpretación de la dependencia latitud-longitud del STEC, para dar pesos más adecuados a las distintas estaciones.

- Estudiar la posibilidad de usar una función de mapeo más realista.
- Ampliar el número de estaciones de referencia para la estimación del STEC (por ahora se están usando sólo 3).

Así mismo, sería interesante estudiar si la técnica aquí presentada puede facilitar la resolución de ambigüedades, punto que no ha sido tratado en la presente Tesis.

Apéndice A

Cálculo de coordenadas geocéntricas a partir de los parámetros de la órbita del archivo RINEX de Navegación

Parámetro	Significado
Ω	Ascensión recta del nodo ascendente
i	Inclinación del plano orbital
ω	Argumento del perigeo
a	Semieje mayor de la elipse orbital
e	Excentricidad de la elipse
T_0	Época de paso por el perigeo

Tabla A.1: Parámetros de la órbita kepleriana

Para calcular la órbita del satélite simplificaremos el problema y supondremos, en primera aproximación, que el campo gravitatorio de la Tierra tiene simetría esférica, que la Tierra es el único cuerpo celeste que está actuando sobre el satélite y que no hay más fuerzas actuando sobre él. En ese caso, la ecuación de movimiento queda simplificada a:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -GM_T \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (\text{A.1})$$

donde G es la constante de gravitación universal y M_T la masa de la Tierra.

Una de las soluciones de esta ecuación, la que nos interesa en este problema, es una elipse en uno de cuyos focos se sitúa la Tierra. Los seis parámetros que se especifican en la tabla A.1 y se ilustran gráficamente en las figuras A.1 y A.2 definen esta órbita kepleriana. Para calcular la posición de un satélite en esta órbita en el tiempo t es necesario incorporar además una medida angular que nos permita obtener su posición instantánea en la elipse, conocida como anomalía. Usualmente se utilizan tres tipos de anomalías, que se listan en la tabla A.2.

Parámetro	Significado
$M(t)$	Anomalía media
$E(t)$	Anomalía excéntrica
$\nu(t)$	Anomalía verdadera

Tabla A.2: Anomalías de la órbita kepleriana

La anomalía media es una abstracción matemática relacionada con la velocidad angular

media n a través de:

$$\begin{aligned} M(t) &= n(t - T_0) \\ &= \sqrt{\frac{GM_T}{a^3}}(t - T_0) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

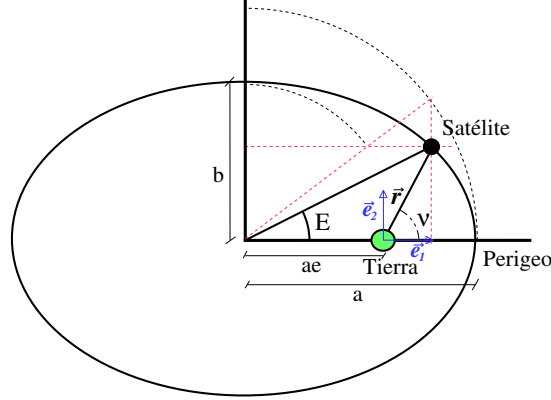


Figura A.1: Coordenadas del satélite en el plano de la elipse en el sistema e_1, e_2 .

Para expresar la posición del satélite referida al sistema geocéntrico X_1, X_2, X_3 , primero calcularemos la posición del satélite en el sistema de referencia de la elipse \vec{e}_1, \vec{e}_2 , que se muestra más claramente en la figura A.1. De ella se puede obtener:

$$\begin{aligned} \vec{r} &= a(\cos E - e)\vec{e}_1 + b \sin E \vec{e}_2 \\ &= a(\cos E - e)\vec{e}_1 + a\sqrt{1 - e^2} \sin E \vec{e}_2 \\ &= a(1 - e \cos E)(\cos \nu \vec{e}_1 + \sin \nu \vec{e}_2) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

de la que se deduce que la relación entre la anomalía excéntrica y la anomalía verdadera es:

$$\tan \nu(t) = \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E(t)}{\cos E(t) - e} \quad (\text{A.4})$$

A su vez, la anomalía excéntrica se relaciona con la anomalía media a través de:

$$E(t) = M(t) + e \sin E(t) \quad (\text{A.5})$$

Por último, una vez obtenida la posición del satélite en el sistema de referencia ligado a la elipse, se transforma ésta al sistema geocéntrico X_1, X_2, X_3 , centrado en el centro de masas de la Tierra, cuyo eje X_3 coincide con el eje de rotación de la Tierra y su eje X_1 con el meridiano de Greenwich (véase figura A.2). Para ello, transformaremos las coordenadas a través de una rotación definida por la matriz \mathbf{R} dada por:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_3\{\Phi_0 - \Omega\}\mathbf{R}_1\{-i\}\mathbf{R}_3\{-\omega\} \quad (\text{A.6})$$

donde $\mathbf{R}_j\{\alpha\}$ significa la rotación alrededor del eje j un ángulo α en sentido antihorario. El ángulo Φ_0 marca la distancia angular entre el equinoccio vernal y el meridiano de Greenwich.

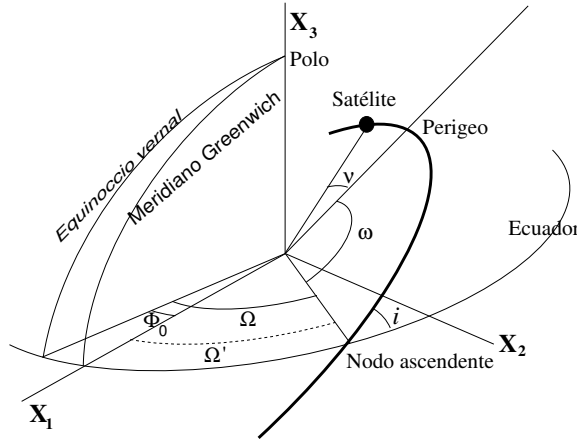


Figura A.2: Relación entre la elipse orbital y el sistema de referencia ECEF.

Sin embargo, debido a diversos efectos que no se tienen en cuenta para la deducción de la órbita kepleriana, como la fuerza de arrastre del aire, la presión de radiación solar, la no simetría esférica del campo gravitatorio terrestre o el hecho de que existan más cuerpos celestes que influyen en la trayectoria del satélite, hay que incorporar más términos a la ecuación de movimiento A.1. Dado que el término dominante sigue siendo el que hemos estudiado, se puede tratar el problema como una perturbación del que ya hemos analizado y resolverlo tomando la órbita kepleriana y añadiendo el concepto de elementos orbitales osculantes, esto es, permitiendo que los elementos que definen la órbita (véase tabla A.1) varíen con el tiempo.

Así, en el mensaje de navegación el sistema GPS radia los parámetros que describen la órbita kepleriana del satélite en un tiempo de referencia (t_{oe}) así como una serie de elementos que permiten calcular la variación de los parámetros y así la posición del satélite. En la tabla A.3 se listan los elementos que transmite cada satélite del sistema y que se registran en el archivo RINEX de navegación, con los que se calcula la posición del satélite al emplear las efemérides transmitidas.

El algoritmo para obtener la posición del satélite en el tiempo t referido al inicio de la semana GPS a partir de estos elementos consiste en el siguiente:

1. Cálculo de la anomalía media. Para ello hacemos uso de la ecuación A.2 y le añadimos un pequeño término que tenga en cuenta la variación temporal de la velocidad media n , de modo que:

$$M(t) = M_0 + \left[\frac{GM_T}{(\sqrt{a})^3} + \Delta n \right] (t - t_{oe}) \quad (\text{A.7})$$

donde $GM_T = 3,986005 \cdot 10^{14} m^3 s^{-2}$.

2. Cálculo de la anomalía excéntrica. Para ello usamos la ecuación A.5 iterándola hasta convergencia, tomando en el paso inicial $E^{(1)} = M$. En el generador de archivos RINEX de observación que se ha presentado en este trabajo se ha tomado $\left\| \frac{E^{(j)} + E^{(j-1)}}{E^{(j)}} \right\| < 10^{-14}$ como umbral de convergencia, alcanzándose normalmente en la sexta iteración.
3. Cálculo de la anomalía verdadera. Para ello empleamos la ecuación A.4 con el valor

Parámetro	Significado	Unidades
t_{oe}	Tiempo al que están referidas las efemérides desde inicio semana GPS	s
M_0	Anomalía media en el tiempo de referencia	rad
Δn	Variación temporal de la velocidad angular media del satélite	$rad \ s^{-1}$
\sqrt{a}	Raíz cuadrada del semieje mayor de la elipse	$m^{-1/2}$
e	Excentricidad de la órbita	<i>adimensional</i>
Ω_0	Ascensión recta del nodo ascendente referida al inicio de la semana GPS	rad
$\dot{\Omega}$	Variación temporal de la ascensión recta	$rad \ s^{-1}$
ω_0	Argumento del perigeo	rad
i_0	Inclinación del plano orbital	rad
i'	Variación temporal de la inclinación	$rad \ s^{-1}$
C_{uc}	Coefficiente de corrección para ω (factor del coseno)	rad
C_{us}	Coefficiente de corrección para ω (factor del seno)	rad
C_{rc}	Coefficiente de corrección para distancia geocéntrica (factor del coseno)	m
C_{rs}	Coefficiente de corrección para distancia geocéntrica (factor del seno)	m
C_{ic}	Coefficiente de corrección para la inclinación (factor del coseno)	rad
C_{is}	Coefficiente de corrección para la inclinación (factor del seno)	rad

Tabla A.3: Elementos orbitales transmitidos en el mensaje de navegación

de la excentricidad radiado y el de la anomalía excéntrica ya obtenido en el paso anterior.

4. Cálculo del argumento del perigeo. Para ello utilizamos el argumento de latitud (ϕ), que no es más que la suma del argumento del perigeo y la anomalía verdadera y corresponde a adoptar un sistema de referencia girado con la matriz $\mathbf{R}_3\{-\omega\}$ respecto al que veíamos en la figura A.1 (véase figura A.3). Hemos de utilizar este argumento de latitud ya que, como veremos las correcciones a los elementos osculantes de la órbita están calculados a partir de este parámetro (IRN-200C-004, 2000):

$$\phi = \nu + \omega \quad (\text{A.8})$$

El argumento del perigeo se calculará mediante la siguiente expresión que ya tiene incorporadas las correcciones a este parámetro (C_{uc} y C_{us}) radiadas por el sistema GPS:

$$\omega = \omega_0 + C_{uc} \cos(2\phi) + C_{us} \sin(2\phi) \quad (\text{A.9})$$

El sistema de ecuaciones A.8 y A.9 se resuelven mediante iteración hasta convergencia, tomando en el paso inicial $\phi = \nu$. En el generador de archivos RINEX de observación que se ha presentado en este trabajo se ha tomado $\|\frac{\omega^{(j)} - \omega^{(j-1)}}{\omega^{(j)}}\| < 10^{-14}$, como umbral de convergencia, alcanzándose normalmente en la segunda iteración.

5. Cálculo de la distancia geocéntrica r del satélite. A partir de la ecuación A.3 se deduce que esta distancia en la órbita kepleriana viene dada por:

$$r_0 = a(1 - e \cos E) \quad (\text{A.10})$$

Sin embargo, hay que corregir este término a través de:

$$r = r_0 + C_{rc} \cos(2\phi) + C_{rs} \sin(2\phi) \quad (\text{A.11})$$

Apéndice B

Algoritmo de funcionamiento del generador de RINEX a partir de órbitas precisas

1. El programa principal lee los siguientes datos de entrada:
 - Posición observador x_o, y_o, z_o
 - Nombre estación
 - Máscara de elevación para los satélites
 - Época inicial (año, mes, día, hora, minuto, segundo)
 - Época final (hora, minuto, segundo): se genera como máximo un RINEX para cada día
 - Intervalo entre observaciones
 - Uso del modelo troposférico? Presión total (mb), temperatura ($^{\circ}C$), humedad relativa (%).
 - Tipos de observable a generar: C1, P1, P2, L1, L2.
2. Comprobación calidad órbitas precisas. Para evitar extrapolaciones (ver sección 3.3.2) se requieren también los archivos del día anterior y posterior. El programa principal utiliza para esta comprobación una subrutina que leerá las posiciones y errores de reloj de todos los satélites y eliminará aquellos satélites que no cumplan los requisitos siguientes:
 - No podrá faltar más de un dato de cada coordenada en el día para cada satélite
 - Las faltas en la variable de error del reloj no podrán exceder el 10% para cada satélite
 - Deberá haber registro de cada satélite en los tres archivos de órbitas precisas
3. El programa principal utiliza otra subrutina que leerá los datos de todos los archivos de efemérides y los separará en un archivo por satélite.
4. Para cada satélite se generará un archivo en el que se calculará las posiciones en sistema ITRF para las épocas de observación determinadas a partir de los datos de entrada al programa principal (épocas inicial y final e intervalo entre observaciones). El cálculo se efectúa mediante la interpolación detallada en la subsección 3.3.3. En este proceso se incluye la corrección por efecto Sagnac (iteración 3.16), así como el error del reloj del satélite para esa época y el efecto relativista calculado a partir de 3.27.

5. Se calculan la elevación (E) y azimut (α) de los satélites respecto del observador ($\vec{r}_o: x_o, y_o, z_o$) para cada una de las épocas de observación para cada uno de los satélites a partir de las posiciones del observador y satélite ($\vec{r}_s: x_s, y_s, z_s$) en el sistema IRTF. La elevación viene dada por:

$$\sin E = \frac{(\vec{r}_s - \vec{r}_o) \cdot \vec{r}_o}{\|\vec{r}_s - \vec{r}_o\| \|\vec{r}_o\|} \quad (\text{B.1})$$

Para hallar el azimut del satélite es necesario conocer la latitud y longitud del observador (ϕ_o, λ_o) y del satélite (ϕ_s, λ_s), calculadas a través de:

$$\tan \phi = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad \tan \lambda = \frac{y}{x} \quad (\text{B.2})$$

Y a partir de ellos y empleando la proyección de las posiciones en la esfera unidad (véase figura B.1) tenemos:

$$\cos \alpha = \frac{\sin \phi_s - \sin \phi_o \cos \xi}{\sin \xi \cos \phi_o} \quad (\text{B.3})$$

$$\sin \alpha = \frac{\cos \phi_s \sin(\lambda_s - \lambda_o)}{\sin \xi} \quad (\text{B.4})$$

$$\text{con:} \quad \cos \xi = \sin \phi_s \sin \phi_o + \cos \phi_s \cos \phi_o \cos(\lambda_s - \lambda_o) \quad (\text{B.5})$$

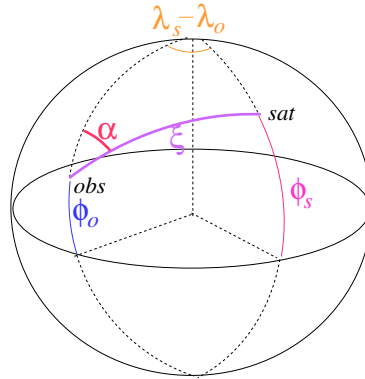


Figura B.1: Proyección de la posición del satélite y el observador en la esfera unitaria

6. Conociendo la elevación de cada satélite se puede calcular, a través del modelo explicado en la sección 3.6 el retardo troposférico (ecuaciones 3.34, 3.35 y 3.36), y se incluye en la medida de los observables si así se especifica en la entrada al programa. Se utilizará como variables atmosféricas para el modelo las dadas en la entrada al programa.
7. A través de una subrutina, el programa elimina para cada satélite aquellas épocas en las que la elevación no supere el umbral de elevación dado como entrada.

8. Por último, con otra subrutina se procede a la escritura del archivo en formato RINEX (Gurtner, 2002) de observación artificial de los tipos de observable introducidos al programa.

El programa que implementa este algoritmo consta de unas 3000 líneas, incluidas las de comentarios.

Apéndice C

Algoritmo de funcionamiento del generador de RINEX a partir de órbitas transmitidas

1. El programa principal lee los siguientes datos de entrada:
 - Posición observador x_o, y_o, z_o
 - Nombre estación
 - Máscara de elevación para los satélites
 - Época inicial (año, mes, día, hora, minuto, segundo)
 - Época final (hora, minuto, segundo): se genera como máximo un RINEX para cada día
 - Intervalo entre observaciones
 - Uso del modelo troposférico? Presión total (mb), temperatura ($^{\circ}C$), humedad relativa (%).
 - Tipos de observable a generar: C1, P1, P2, L1, L2.
2. El programa toma el archivo de efemérides transmitidas del día indicado en los datos de entrada y separa los registros de cada satélite en distintos archivos (uno por satélite).
3. Para cada satélite, se genera su posición para cada una de las épocas especificadas en la entrada de datos (época inicial, final e intervalo entre observaciones) teniendo en cuenta el retardo de la señal y el efecto Sagnac (iteración 3.16). El cálculo de estas posiciones se realiza a partir de los elementos orbitales y se explica con detalle en el apéndice A. En este proceso también se calcula el error del reloj del satélite a partir de la ecuación 3.19, así como la corrección relativista a través de la ecuación 3.26.
4. Se calcula elevación y azimut del satélite (ver apéndice B).
5. Cálculo de los retardos troposféricos (ver apéndice B), si así se especifica en la entrada.
6. Se eliminan aquellas observaciones de satélites con una elevación inferior al umbral de elevación especificado como dato de entrada.
7. Se genera el archivo RINEX de observación (Gurtner, 2002) con los tipos de observables especificados en la entrada.

El programa que implementa este algoritmo consta de unas 2300 líneas, incluidas las de comentarios

Apéndice D

Valor de las integrales empleadas en la sección 4.4

Por brevedad sólo se muestra el resultado de la integral indefinida, sin evaluar entre la elevación inicial y final:

$$I_{100} = -\sin \eta \quad (\text{D.1})$$

$$I_{110} = \frac{\cos^2 \eta}{2} \quad (\text{D.2})$$

$$I_{101} = \cos \eta - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) \sin \eta \quad (\text{D.3})$$

$$I_{120} = -\frac{\sin^3 \eta}{3} \quad (\text{D.4})$$

$$I_{102} = 2\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) \cos \eta + \left(2 - \left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)^2\right) \sin \eta \quad (\text{D.5})$$

$$I_{103} = -\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)^3 \sin \eta + 3\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)^2 \cos \eta - 6I_{101} \quad (\text{D.6})$$

$$I_{111} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) \cos^2 \eta}{2} - \frac{1}{2}I_{200} \quad (\text{D.7})$$

$$I_{200} = \frac{1}{4}\left(2\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) - \cos\left(2\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right)\right) \quad (\text{D.8})$$

$$I_{112} = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)^2 \cos^2 \eta - I_{201} \quad (\text{D.9})$$

$$I_{201} = \frac{1}{8}\left[2\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)^2 - 2\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) \cos\left(2\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right) - \sin\left(2\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right)\right] \quad (\text{D.10})$$

$$I_{113} = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)^3 \cos^2 \eta - \frac{3}{2}I_{202} \quad (\text{D.11})$$

$$I_{202} = \frac{1}{24}\left[4\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)^3 + \left(3 - 6\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)^2\right) \cos\left(2\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right) - 6\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right) \sin\left(2\left(\frac{\pi}{2} - \eta\right)\right)\right] \quad (\text{D.12})$$

$$I_{300} = \frac{1}{3}(\sin^3 \eta - 3 \cos \eta) \quad (\text{D.13})$$

$$(\text{D.14})$$

Bibliografía

- Alkan, R. M. (2001), GPS-single point positioning without selective availability, en *U.S. Hydrographic Conference*, 22-24 Mayo, 2001.
- Anderson, D., Forbes, J. M., y Codrescu, M. (1989), A Fully Analytic, Low- and Middle-Latitude Ionospheric Model, *Journal of Geophysical Research* **94(A2)**, 1520–1524.
- Ashby, N. (2002), Relativity and the Global Positioning System, *Physics Today*, Mayo 2002 pp 41–47.
- Ashby, N. y Spilker, J. J. (1996), Introduciton to relativistic effects on the Global Positioning System, en B. W. Parkinson, J. J. Spilker, P. Axelrad, y P. Enge (eds.), *Global Positioning System: Theory and Applications*, Vol. 2, pp 623–697, American Institute of Astronautics and Aeronautics, Washington D. C.
- Bent, R. B., Llewellyn, S. K., y Walloch, M. K. (1972), *Description and Evaluation of the Bent Ionospheric Model*, Technical Report B26740., DBA Systems, Melbourne, Florida
- Beran, T., Bisnath, S. B., y Langley, R. B. (2004), Evaluation of High-Precision, Single-Frequency GPS Point Positioning Models, en *Proceedings ION Meeting*, Long Beach Convention Center, Long Beach, California, 21-24 Septiembre, 2004.
- Beran, T., Kim, D., y Langley, R. B. (2003), High-Precision Single-Frequency GPS Point Positioning, en *Proceedings ION Meeting*, Oregon Convention Center, Portland, Oregon, 9-12 Septiembre, 2003.
- Beutler, G., Brockmann, E., Gurtner, W., Johnson, J., Mervart, L., Rothacher, M., Schaer, S., Springer, T., y Weber, R. (1996), *Bernese GPS Software Version 4.0*, Astronomical Institute University of Berne.
- Beutler, G., Rothacher, M., Springer, T., Kouba, J., y Neilan, R. E. (1998), The International GPS Service (IGS): an interdisciplinary service in support of Earth Sciences, en *32nd COSPAR Scientic Assembly, July 12 to 19, 1998*, Nagoya, Japan.
- Bilitza, D. (1990), *International Reference Ionosphere 1990*, NSSDC 90-22, Greenbelt, Maryland.
- Bilitza, D. (2001), International Reference Ionosphere 2000, *Radio Science* **36(2)**, 261–275.
- Bilitza, D. (2003), International Reference Ionosphere 2000: examples of improvements and new features, *Advances in Space Research* **31(3)**, 757–767.
- Bilitza, D. (2004), 35 years of International Reference Ionosphere - Karl Rawer's legacy, *Advances in Radio Science* **2**, 283–287.
- Bilitza, D., Hernández-Pajares, M., Juan, J. M., y Sanz, J. (1999), Comparison between IRI and GPS-IGS Derived Electron content during 1991-97, *Physics and Chemistry of the Earth* **24(4)**, 311–319.
- Bilitza, D., Rawer, K., y Pallaschke, S. (1988), Study of ionospheric models for satellite orbit determination, *Radio Science* **23(3)**, 223–232
- Brunini, C., Meza, A., Azpilicueta, F., VanZele, M. A., Meza, A., Gende, M., y Díaz, A. (2004), A new ionospheric monitoring technology based on GPS, *Astrophysics and*

- Space Science* **290**, 415–429.
- Brunini, C., VanZele, M. A., Meza, A., y Gende, M. (2002), Quiet and perturbed ionospheric representation according the electron content from GPS signals, *Journal of Geophysical Research (Space Physics)* **108**, No. A2 10.1029/2002JA009346.
- Cander, L. R., Leitinger, R., y Levy, M. F. (1998), Ionospheric models including the auroral environment, en *Proceedings ESA Workshop on Space Weather-155*, ESTEC, Noordwijk, Holanda, 11-13 Noviembre.
- Coisson, P. (2002), Uso di dati sperimentali per la convalida di modelli ionosferici applicati al disegno di servizi e sistemi satellitari, *Tesis de Licenciatura*, Universidad de Trieste, Italia.
- Coisson, P. y Radicella, S. M. (2004), The IRI topside parameters, en *Proceedings of the IRI task force activity 2003*, Abdus Salam ICTP, Trieste, Italia
- Dai, L., Han, S., Wang, J., y Rizos, C. (2001), A study on GPS/GLONASS multiple reference station techniques for precise real-time carrier phase-based positioning, en *Proceedings of the 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of the U. S. Institute of Navigation, ION GPS-2001, 11-14 Septiembre, 2001*, Salt Lake City, Utha, USA, pp 392–403.
- Daniell, R. E., Brown, J. L. D., Anderson, D., Fox, M. W., Doherty, P. H., Decker, D. T., Sojka, J. J., y Schunk, R. W. (1995), Parameterized Ionospheric Model: A global ionospheric parameterization based on first principles models, *Radio Science* **30**, 1499–1510.
- Davies, K. (1996), Ionospheric regions and layers, en W. Dieminger, G. K. Hartmann, y R. Leitinger (eds.), *The upper atmosphere: data, analysis and interpretation*, Springer-Verlag. Berlin.
- Di Giovanni, G. y Radicella, S. M. (1990), An analytical model of the electron density profile in the ionosphere, *Advances in Space Research* **10(11)**, (11)27–(11)30.
- Diggelen, F. (1997), GPS and GPS+GLONASS RTK, en *Proceedings ION-GPS 97*, Kansas City, EEUU, Septiembre 1997.
- Diloy, P. Y., Robineau, A., Lilensten, J., Brelly, P. L., y Fontanari, J. (1996), A numerical model of the ionosphere, including the E-region above EISCASAT, *Annales Geophysicae* **14**, 191–200.
- Dixon, K. (2003), Navcom's global correction service. Decimetre accuracy in real time without base stations., *Geomatics World* 11(4)
- EGNOS News (2004), Countdown to EGNOS, *EGNOS Newsletters* **4(1)**, 1–2.
- Feltens, J. (1998), Chapman profile approach for 3-D global TEC representation, en *Proceedings of the IGS AC Workshop*, Darmstadt, Germany, pp 285–297, 9 al 11 de Febrero de 1998
- Feltens, J. y Doherty, P. H. (2001), The international GPS service (IGS) ionosphere working group, en *Proceedings of the International Beacon Satellite Symposium*, BostonCollege, Chestnut Hill, MA 02167, U.S.A., 3-6 Junio, 2001.
- Fotopoulos, G. y Cannon, M. E. (2001), An overview of multi-reference station methods for cm-level positioning, *GPS Solutions* **4(3)**, 1–10.
- Fuller-Rowell, T. J., Rees, D., Quegan, S., Moffett, R. J., y Bailey, G. J. (1987), Interactions between neutral thermospheric composition and the polar ionosphere using a coupled ionosphere-thermosphere model, *Journal of Geophysical Research* **92(A7)**, 7714–7748.
- Gallagher, D. L., Craven, P. D., y Comfort, R. H. (1988), An empirical model of the Earth's plasmasphere, *Advances in Space Research* **8(8)**, (8)15–(8)24.

- Gende, M., Mohino, E., Brunini, C., Radicella, S. M., y Herraiz, M. (2005), Ionospheric biases correction for coordinates derived from GPS, *Annals of Geophysics*, En revisión.
- Gende, M., Radicella, S. M., Nava, B., y Brunini, C. (2003), Ionospheric effect in Instantaneous Positioning, en *Proceedings of the ION 2003 National Technical Meeting, 22-24 enero, 2003*, Disneyland Paradise Pier Hotel - Anaheim, California, p. 826.
- Goad, C. C. (1998)a, Short distance GPS models, en P. J. G. Teunissen y A. Kleusberg (eds.), *GPS for Geodesy*, Springer.
- Goad, C. C. (1998)b, Single-Site GPS Models, en P. J. G. Teunissen y A. Kleusberg (eds.), *GPS for Geodesy*, Springer.
- Gold, T. (1959), Motions in the magnetosphere of the earth, *Journal of Geophysical Research* **64**, 1219–1224.
- Goodwin, G. L. y Breed, A. M. (2001), Total electron content in Australia corrected for receiver/satellite offset bias and compared with IRI and PIM predictions, *Advances in Space Research* **27(1)**, 49–60.
- GPSpace (2000), *GPSpace User's guide*, Technical Report Version 2.0, Canadian Active Control System, Geodetic Survey Division, Geomatics Canada.
- Grewal, M. S., Weill, L. R., y Andrews, A. P. (2001), *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*, John Wiley & Sons, Inc. Publication.
- Gurtner, W. (2002), *RINEX: The Receiver Independent Exchange Format Version 2.10*, [<http://igsceb.jpl.nasa.gov/igsceb/data/format/rinex210.txt>].
- Hajj, G. A., Wilson, B., Wang, C., Pi, X., y Rosen, I. G. (2004), Data assimilation of ground GPS total electron content into a physics-based ionospheric model by use of the Kalman filter, *Radio Science* **39**, RS1S05, doi:10.1029/2002RS002859.
- Hargreaves, J. K. (1992), *The solar-terrestrial environment*, Cambridge University Press.
- Hernández-Pajares, M., Juan, J. M., y Sanz, J. (1999), New approaches in global ionospheric determination using ground GPS data, *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* **61**, 1237–1247.
- Hernández-Pajares, M., Juan, J. M., Sanz, J., y Bilitza, D. (2002), Combining GPS measurements and IRI model values for space weather specifications, *Advances in Space Research* **29(6)**, 949–958.
- Hernández-Pajares, M., Juan, J. M., Sanz, J., y Colombo, O. L. (2000), Application of ionospheric tomography to real-time GPS carrier-phase ambiguities resolution, at scales of 400-1000 km and with high geomagnetic activity, *Geophysical Research Letters* **24(13)**, 2009–2012.
- Heroux, P. y Kouba, J. (1995), GPS Precise Point Positioning with a Difference, en *Geomatics, 1995*, Ottawa, Ontario, Canada, 13-15 Junio, 1995.
- Hochegger, B., Nava, B., Radicella, S., y Leitinger, R. (2000), A family of ionospheric models for different uses, *Physics and Chemistry of the Earth* **25(4)**, 307–310.
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., y Collins, J. (1994), *GPS. Theory and Practice*, Springer-Verlag Wien New York.
- Hopfield, H. S. (1969), Two-quartic tropospheric refractivity profile for correcting satellite data, *Journal of Geophysical Research* **74(18)**, 4487–4499.
- IRN-200C-004 (2000), *Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interfaces*, Technical Report ICD-GPS-200C IRN-200C-004, 12 abril 2000, Department of Defense, Washington, DC: U.S. Government Printing Office.
- Klobuchard, J. A. (1987), Ionospheric Time-Delay Algorithm for Single-frequency users, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* **AES-23(3)**, 325–331.
- Klobuchard, J. A. y Kunches (2003), Comparative range delay and variability of the

- earth's troposphere and the ionosphere, *GPS Solutions* **7(1)**, 55–58.
- Komjathy, A. y Langley, R. B. (1996)a, An Assessment of Predicted and Measured Ionospheric Total Electron Content Using a Regional GPS Network, en *ION National Technical Meeting*, Santa Monica, California, EEUU, 22-24 Enero 1996.
- Komjathy, A. y Langley, R. B. (1996)b, Improvement of a Global Ionospheric Model to Provide Ionospheric Range Error Corrections for Single-frequency GPS Users, en *ION 52nd Annual Meeting*, Cambridge, MA, 19-21 Junio 1996.
- Komjathy, A., Langley, R. B., y Bilitza, D. (1998), Ingesting GPS-Derived TEC Data into the International Reference Ionosphere for Single Frequency Radar Altimeter Ionospheric Delay Corrections, *Advances in Space Research* **22(6)**, 793–801.
- Langley, R. B. (1998), Propagation of the GPS signals, en P. J. G. Teunissen y A. Kleusberg (eds.), *GPS for Geodesy*, Springer.
- Lathuillère, C., Lilensten, J., y Menvielle, M. (2001), *Space Weather Parameters*, Technical Report 2100, LPG, Alcatel-LPCE Consortium, Public Documents from the ESA Space Weather Programme Feasibility Studies
- Lathuillère, C., Menvielle, M., Lilensten, J., Amari, T., y Radicella, S. M. (2002), From the Sun's atmosphere to the Earth's atmosphere: an overview of scientific models available for space weather developments, *Annales Geophysicae* **20**, 1081–1104
- Leitinger, R., Nava, B., Hochegger, G., y Radicella, S. (2001), Ionospheric Profilers Using Data Grids, *Physics and Chemistry of the Earth* **26(5)**, 293–301.
- Manetti, L., Frapolli, M., y Knecht, A. (2002), Permanent, autonomous monitoring of landslide movements with GPS, en *1st European Conference on Landslides*, Praga, República Checa, 24 a 26 Junio.
- Mannucci, A. J., Wilson, B. D., Yuan, D., Ho, C. H., y Lindqwister, U. J. (1998), A global mapping technique for GPS-derived ionospheric total electron content measurements, *Radio Science* **33(3)**, 565–582.
- Mendes, V. B. y Langley, R. B. (1994), A comprehensive analysis of mapping functions used in modeling tropospheric propagation delay in space geodetic data, en *Proceedings KIS94 International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation*, Banff, Canada, 30 Agosto– 2 Septiembre, 1994.
- Misra, P., Burke, B. P., y Pratt, M. M. (1999), GPS Performance in Navigation, en *Proceedings of the IEEE*, Vol. 87, pp 65–85.
- Misra, P. y Enge, P. (2001), *Global Positioning System. Signals, measurements, and performance*, Ganga-Jamuna Press.
- Mohino, E., Gende, M., Brunini, C., y Herraiz, M. (2005), SiGOG: Simulated GPS Observation Generator, *GPS Solutions* 9(2), Aceptado.
- Neta, B., Sagovac, C. P., Danielson, D. A., y Clynych, J. R. (1996), Fast interpolation for Global Positioning System (GPS) Satellite orbits, en *Proceedings AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*, San Diego, California, July 29-31, 1996, Paper Number AIAA 96-3658.
- Newby, S. P. (1992), An assessment of empirical models for the prediction of the transionospheric propagation delay of radio signals, *Tesis Doctoral*, Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, Canada
- NIMA (2000), *Department of Defense World Geodetic System 1984. Its definition and relationships with Local Geodetic Systems*, Technical Report TR8350.2, Third Edition, National Imagery and Mapping Agency.
- Odiijk, D. (2002), Fast precise GPS positioning in the presence of ionospheric delays, *Tesis Doctoral*, Technische Universiteit Delft.

- Odiijk, D., van der Marel, H., y Song, I. (2000), Precise GPS positioning by applying ionospheric corrections from an active control network, *GPS Solutions* **3(3)**, 49–57.
- Orús, R., Hernández-Pajares, M., Juan, J. M., Sanz, J., y García-Fernández, M. (2002), Performance of different TEC models to provide GPS ionospheric corrections, *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* **64**, 2055–2062.
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., y Vetterling, W. T. (1996), *Numerical Recipes in C. The art of Scientific Computing*, Cambridge University Press.
- Radicella, S. M. y Zhang, M.-L. (1995), The improved DGR analytical model of electron density height profile and total electron content in the ionosphere, *Annali di Geofisica* **28(1)**, 35–41.
- Raeder, J. (2003), Global Geospace Modeling: Tutorial and Review, en J. Büncher, C. T. Dum, y M. Scholer (eds.), *Space Plasma Simulation, Lecture Notes in Physics*, Springer Verlag, Berlin.
- Ratcliffe, J. A. (1972), *An introduction to the ionosphere and magnetosphere*, Cambridge University Press.
- Rindler, W. (1969), *Essential relativity. Special, General and Cosmological*, New York: Van Nostrand Reinhold Company.
- Rizos, C., Han, S., y Chen, H.-Y. (1998), Carrier phase-based, medium-range, GPS rapid static positioning in support of geodetic applications: algorithms and experimental results, en *Proceedings Spatial Information Science and Technology (SIST'98), 13-16 December*, Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, Wuhan, P.R. China, pp 7–16.
- Ruffini, G., Cucurull, L., Flores, A., y Rius, A. (1999), A PIM-Aided Kalman Filter for GPS tomography of the Ionospheric Electron Content, *Physics and Chemistry of the Earth* **24(4)**, 365–369.
- Rüeger, J. M. (2002), Refractive index formulae for Radio Waves, en *FIG International Congress*, Washington D.C., U.S.A, 19–26 abril, 2002.
- Santerre, R. (1991), Impact of GPS satellite sky distribution, *Manuscripta Geodaetica* **16**, 28–53.
- Santerre, R. y Forgues, I. (1995), Comparison of tropospheric mapping functions: their effects on station coordinates, en *IUGG XXI General Assembly*, Boulder, Colorado, U.S.A.
- Sardón, E., Rius, A., y Zarraoa, N. (1994), Estimation of the transmitter and receiver differential biases and the ionospheric total electron content from Global Positioning System observations, *Radio Science* **29(3)**, 577–586.
- Schaer, S. (1999), Mapping and predicting the Earth's Ionosphere using the Global Positioning System, *Tesis Doctoral*, Universidad de Berna.
- Schaer, S., Gurtner, W., y Feltens, J. (1998), IONEX: the IONosphere Map EXchange format Version 1, en *Proceedings of the IGS AC Workshop*, Darmstadt, Germany, 9 al 11 de Febrero de 1998
- Schenewerk, M. (2003), A brief review of basic GPS orbit interpolation strategies, *GPS Solutions* **6**, 265–267.
- Schunk, R. W. y Nagy, A. F. (2000), *Ionospheres. Physics, Plasma Physics, and Chemistry*, Cambridge. Atmospheric and Space Science Series.
- Schunk, R. W., Sojka, J. J., y Bowline, M. D. (1986), Theoretical Study of the Electron Temperature in the High-Latitude Ionosphere for Solar Maximum and Winter Conditions, *Journal of Geophysical Research* **91(A11)**, 12041–12054.
- Seeber, G. (1993), *Satellite Geodesy*, Walter de Gruyter.

- Sethi, N. K., Pandey, V. K., y Mahajan, K. K. (2001), Comparative study of TEC with IRI model for solar minimum period at low latitude, *Advances in Space Research* **27(1)**, 45–48.
- Spofford, P. R. y Remondi, B. W. (1999), *The National Geodetic Survey Standar GPS format SP3*, [ftp://igsb.jpl.nasa.gov/igsb/data/format/sp3_docu.txt].
- Teunissen, P. J. G. y Kleusberg, A. (1998)a, *GPS for Geodesy*, Springer.
- Teunissen, P. J. G. y Kleusberg, A. (1998)b, GPS observation equations and positioning concepts, en P. J. G. Teunissen y A. Kleusberg (eds.), *GPS for Geodesy*, Springer.
- Torr, D. G. (1985), The photochemistry of the upper atmosphere, en J. S. Levine (ed.), *The photochemistry of atmospheres*, Academic Press, Inc. New York.
- Torr, M. R., Torr, D. G., Richards, P. G., y Yung, S. P. (1990), Mid- and Low-latitude model of Thermospheric Emissions 1. O+(2P) 7320 A and N2 (2P) 3371 A, *Journal of Geophysical Research* **95(A12)**, 21147–21168.
- Walpole, R. E. y Myers, R. H. (1992), *Probabilidad y Estadística*, McGraw-Hill.
- Wanninger, L. (1995), Improved ambiguity resolution by regional differential modelling of the ionosphere, en *Proceedings of ION GPS-95, Sep. 12-15, 1995*, Palm Springs, pp 55–62.
- Wanninger, L. (1997), Real-time differential GPS error modelling in regional reference station networks, en *Proceedings of the IAG Scientific Assembly, Sep. 1997, IAG Symposia 118*, Springer Verlag, pp 86–92.
- Wübbena, G., Bagge, A., Seeber, G., Böder, V., y Hankemeier, P. (1996), Reducing distance dependent errors for real-time precise DGPS applications by establishing reference station networks, en *Proceedings of the International Technical Meeting, ION GPS-96*, Kansas City, Missouri, pp 1845–1852.

Índice de figuras

1.1. Planos orbitales de los satélites GPS	3
1.2. Esquema para la trilateración: dadas las distancias a tres puntos (d_1 , d_2 y d_3) de coordenadas conocidas (r_1 , r_2 y r_3), se puede obtener la posición del receptor P (r)	4
1.3. Curvatura de los rayos debida a la propagación en un medio distinto del vacío	10
2.1. Espectro de radiación electromagnética solar a su entrada en la atmósfera y en la superficie. Se incluye la curva de cuerpo negro a $6000K$ para comparación. Las áreas negras muestran la absorción producida por la totalidad de la atmósfera para una trayectoria vertical. Se señala el efecto de algunos componentes atmosféricos. <i>Adaptada de Hargreaves (1992)</i>	19
2.2. Perfiles verticales típicos de concentración electrónica en la ionosfera de latitudes medias. <i>Adaptada de Hargreaves (1992)</i>	21
2.3. Ángulo cenital solar	27
2.4. Función de mapeo clásica en función de la elevación	31
2.5. Localización de las estaciones pertenecientes al IGS a principios de 2004 . .	34
2.6. Evolución temporal de las diferencias medias (arriba), error cuadrático medio (centro) para ambos modelos incluyendo todas las horas y puntos en la malla Europea. En el gráfico inferior se muestra el flujo solar medio mensual en unidades de flujo solar (u.f.s.)	38
2.7. Histogramas de las diferencias entre las salidas de cada modelo (IRI izquierda, NeQuick derecha) y los mapas del CODE para los meses invernales (D: noviembre a febrero) y veraniegos (J: mayo a agosto), incluyendo todos los años, horas y puntos de la malla	39
2.8. Esquemas de incorporación de observaciones GPS propuestos: A, basado en un sólo punto; B, dependencia latitudinal; C, dependencia longitudinal y D, dependencia latitudinal y longitudinal conjunta. En los cuatro gráficos se muestra la malla de puntos empleada en el análisis y superpuestos en círculos mayores los puntos de ajuste necesarios para cada esquema	41
2.9. Evolución temporal de las diferencias medias (arriba) y error cuadrático medio (abajo) para el NeQuick incluyendo todas las horas y puntos en la malla Europea bajo el esquema de asimilación A, basado en un punto (círculos) y el esquema B, de dependencia latitudinal (asteriscos). Para comparación se incluye la evolución de las salidas del modelo original (línea continua)	44

2.10. Evolución temporal de las diferencias medias (arriba) y error cuadrático medio (abajo) para el IRI incluyendo todas las horas y puntos en la malla Europea bajo el esquema de asimilación A (círculos) y B (asteriscos). Para comparación se incluye la evolución de las salidas del modelo original (línea continua)	45
2.11. Histogramas de las diferencias entre las salidas de cada modelo (IRI izquierda, NeQuick derecha) bajo el esquema de asimilación latitudinal (B) y los mapas del CODE para los meses invernales (D: noviembre a febrero) y veraniegos (J: mayo a agosto), incluyendo todos los años, horas y puntos de la malla	45
3.1. Efecto de la rotación de la Tierra	53
3.2. Ejemplo de archivo RINEX de observación	60
3.3. Localización estaciones europeas: BRUS, POTS, GOPE, WROC	61
3.4. Localización estaciones Santo Domingo: BARA, LVEG	62
3.5. Localización estaciones californianas: PPT1, CHAB	63
3.6. Localización estaciones argentinas VBCA, BELG en mapa grande (izquierda) y más preciso (derecha)	64
3.7. Errores en posicionamiento diferencial con fases para la línea BRUS-POTS	66
4.1. Cosenos directores en el sistema de referencia centrado en el centro de masas de la Tierra y que gira solidariamente con ella	72
4.2. Sistema local centrado en el observador. Las variables que se emplean para localizar un satélite en este sistema son la elevación, η , y el azimut respecto al norte, χ	73
4.3. Representación de la posición del satélite en coordenadas locales. a) Uso de la esfera unidad; b) proyección de las coordenadas locales en el plano	74
4.4. Localización de las estaciones europeas procesadas	79
4.5. Localización de la estación australiana procesada	80
4.6. Flujo solar en la banda de 10.7 cm suavizado mediante un promedio móvil de 27 días (unidades de flujo solar: $10^{-22} W m^{-2} Hz^{-1}$). Se marcan encima los grupos de 5 días analizados para cada mes del estudio	80
4.7. Comportamiento diario del error ionosférico en posición para la estación de LAMA en diciembre de 2000. Los datos correspondientes a cada uno de los cinco días consecutivos se marcan con magenta, rojo, verde, azul y amarillo. En línea negra se marca el promedio	82
4.8. Promedio de la componente norte para la estación de BUCU	83
4.9. Promedio de la componente oeste para la estación de BUCU	84
4.10. Promedio de la componente de altura para la estación de BUCU	85
4.11. Promedio de la componente del error del reloj para la estación de BRUS	86
4.12. Diferencia entre el promedio correspondiente a la componente del error del reloj del receptor y la altura para la estación de BRUS	87
4.13. Histogramas del valor de la componente norte del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquéllos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local	89

4.14. Histogramas del valor de la componente norte del error ionosférico para la estación HOB2. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquéllos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local	90
4.15. Histogramas del valor de la componente oeste del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquéllos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local	91
4.16. Histogramas del valor de la componente oeste del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas para el mes de septiembre de 2002. Se representan los histogramas de las horas próximas al amanecer (Ama.) y al atardecer (Ata.) con intervalo de 1 hora centrado en el amanecer y atardecer local respectivamente, teniendo en cuenta el cambio de estación	93
4.17. Histogramas del valor de la componente oeste del error ionosférico para la estación HOB2 para el mes de septiembre de 2002. Se representan los histogramas de las horas próximas al amanecer (Ama.) y al atardecer (Ata.) con intervalo de 1 hora centrado en el amanecer y atardecer local respectivamente, teniendo en cuenta el cambio de estación	94
4.18. Histogramas del valor de la componente de altura del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente	95
4.19. Histogramas del valor de la componente de altura del error ionosférico para la estación de HOB2. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente	97
4.20. Histogramas del valor de la componente del error ionosférico que recae en el error del reloj del receptor para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente	98
4.21. Configuración de satélites con alta simetría, caso bidimensional con 3 satélites	99
4.22. Configuración de satélites con alta simetría en tres dimensiones. En el dibujo <i>A</i> se expone el caso para $m = 5$ y en el <i>B</i> la proyección en planta del caso $m = 9$	100
4.23. Límites de elevación y azimut para la integración	104
4.24. Error ionosférico ($\delta(\eta)$) con el modelo ICA tomando $VTEC = 80TECU$	106
4.25. Error ionosférico en las componentes vertical (δh) y error del reloj del receptor ($c\delta dt$) frente al umbral de elevación	106
4.26. Diferencias entre los errores en la componente que recae en el reloj del receptor ($c\delta dt_i$) y la correspondiente a la componente vertical de la posición (δh_i) en función del umbral de elevación. La línea marca el valor del error ionosférico en la vertical ($\delta(\eta = 90^\circ) = A \frac{\sigma}{f^2} VTEC$).	107

4.27. Factores de dilución geométrica en función del umbral de elevación para el caso de $m=8$ satélites	108
4.28. Trazas de los satélites visibles a lo largo de un día para un observador situado en el ecuador (A) y en latitudes medias (B). Los triángulos marcan las posiciones de los satélites con un intervalo de quince minutos	110
4.29. Error ionosférico promedio en función de el umbral de elevación en las componentes norte (δn), oeste (δw), cenital (δh) y de error del reloj del receptor ($c\delta dt$) para un observador en el ecuador. En línea superpuesta se muestran los resultados con la técnica de Santerre (1991)	111
4.30. Factor de dilución de la precisión geométrico promedio (GDOP) y su desviación típica (mostrada como barras de error) para un observador en el ecuador. En línea superpuesta se muestran los resultados con la técnica de Santerre (1991)	112
4.31. Histograma del efecto ionosférico en las coordenadas de posición (δn , δw , δh) y error de reloj ($c\delta dt$) para la estación de TLSE a las 14 horas (hora local) del mes de marzo para un índice solar $R12$ con valor de 94	115
4.32. TEC vertical (en TECU) a las 14 hora local en GLPS, YKRO y PIMO. Las líneas concéntricas indican la proyección del corte de la capa a 450 km de altura con los rayos de elevación 10° , 30° y 50° , respectivamente	116
4.33. TEC vertical a las 14 hora local de TLSE con $R12=137$ para los meses de marzo, junio y diciembre (TECU). Las líneas concéntricas indican la proyección del corte de la capa a 450 km de altura con los rayos de elevación 10° , 30° y 50° , respectivamente	118
4.34. Error ionosférico en metros sobre la estación de TLSE para las 14 horas del mes de marzo con $R12=94$ en función de la elevación y el azimut	121
4.35. TEC vertical a las 14 hora local de TLSE con $R12=94$ para el mes de marzo (TECU). Las líneas concéntricas indican la proyección del corte de la capa a 450 km de altura con los rayos de elevación 10° , 30° y 50° , respectivamente	122
4.36. Aplicación de las cuatro hipótesis de trabajo para obtener el error ionosférico sobre la posición. Estación de TLSE para las 14 horas del mes de marzo con $R12=94$	124
4.37. Error ionosférico en metros sobre la estación de YKRO para las 14 horas del mes de marzo con $R12=94$ en función de la elevación y el azimut	128
4.38. Error ionosférico $\delta_i^k = T$ en elevación-azimut	128
4.39. Error ionosférico $\delta_i^k = -H \sin \eta^k$ en elevación-azimut	129
4.40. Error ionosférico $\delta_i^k = -N \cos \eta^k \cos \chi^k$ en elevación-azimut	130
4.41. Error ionosférico $\delta_i^k = W \cos \eta^k \cos \chi^k$ en elevación-azimut	130
4.42. Error ionosférico $\delta_i^k = T - H \sin \eta^k - N \cos \eta^k \cos \chi^k + W \cos \eta^k \sin \chi^k$ en elevación-azimut	131
5.1. Comparación entre el error ionosférico estimado en la sección 4.2 y la corrección calculada a partir del modelo NeQuick para todas las líneas satélite receptor de todos los días procesados en la estación de BRUS	134
5.2. Promedio de la componente norte del residuo al corregir con el modelo NeQuick para la estación de BUCU	136
5.3. Promedio de la componente oeste del residuo al corregir con el modelo NeQuick para la estación de BUCU	137

-
- 5.4. Promedio de la componente de altura del residuo al corregir con el modelo NeQuick para la estación de BUCU 138
- 5.5. Promedio de la componente del error del reloj del residuo al corregir con el modelo NeQuick para la estación de BRUS 139
- 5.6. Histogramas del valor de la componente norte del residuo del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquéllos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local 141
- 5.7. Histogramas del valor de la componente oeste del residuo del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquéllos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local 142
- 5.8. Histogramas del valor de la componente de altura del residuo del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente . 144
- 5.9. Histogramas del valor de la componente del residuo del error ionosférico que recae en el error del reloj del receptor para las cuatro estaciones europeas procesadas. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente 145
- 5.10. Comparación entre el error ionosférico estimado en la sección 4.2 y la corrección calculada a partir del modelo NeQuick que incorpora datos GPS mediante el esquema latitudinal presentado en la sección 2.4 para todas las líneas satélite receptor de todos los días procesados en la estación de BRUS 146
- 5.11. Histogramas del valor de la componente norte del residuo del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas empleando el modelo NeQuick con el esquema de asimilación latitudinal. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquéllos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local 147
- 5.12. Histogramas del valor de la componente oeste del residuo del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas empleando el modelo NeQuick con el esquema de asimilación latitudinal. Se incluyen los histogramas del total de datos (Tot.), así como de aquéllos relativos al centro del día (Med.) con un rango de 4 horas centradas en el mediodía local y los nocturnos (Noc.) con un intervalo de 4 horas centradas en la medianoche local 148

- 5.13. Histogramas del valor de la componente de altura del residuo del error ionosférico para las cuatro estaciones europeas procesadas empleando el modelo NeQuick con el esquema de asimilación latitudinal. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente . 149
- 5.14. Histogramas del valor de la componente del residuo del error ionosférico que recae en el error del reloj del receptor para las cuatro estaciones europeas procesadas empleando el modelo NeQuick con el esquema de asimilación latitudinal. Se representan los histogramas de todo el día (Tot.), sólo las horas cercanas al mediodía (Med.) y las próximas a la medianoche (Noc.), estas dos últimas con un intervalo de 4 horas centrado en el mediodía y medianoche locales, respectivamente 150
- 5.15. Errores en la determinación de la posición (componente norte en el gráfico superior, oeste en el central y altura en el inferior) para la estación de LVEG el día 2 de diciembre de 2003 aplicando correcciones DGPS sobre las medidas (círculos) y haciéndolo directamente sobre la posición (puntos) . . 156
- 5.16. Diferencias en la posición obtenida para la estación de LVEG el día 2 de diciembre de 2003 aplicando correcciones DGPS sobre las medidas y haciéndolo directamente sobre la posición. Componente norte en el gráfico superior, oeste en el central y altura en el inferior 157
- 6.1. Ciclo solar de los últimos once años a través del índice de manchas solares suavizado R12. Se indica el valor empleado en el modelo ionosférico 163
- 6.2. Errores en posicionamiento diferencial con fases para la línea BRUS-POTS al incluir un modelo ionosférico para el caso de procesar L1, L2 y la combinación libre de ionosfera (Ion Free). Se incluyen los errores cuadráticos medios obtenidos para el día completo 164
- 6.3. Errores en posicionamiento diferencial con fases para la línea GOPE-WROC al incluir un modelo ionosférico para el caso de procesar L1, L2 y la combinación libre de ionosfera (Ion Free). Se incluyen los errores cuadráticos medios obtenidos para el día completo 165
- 6.4. Errores en posicionamiento diferencial con fases para la línea BARA-LVEG al incluir un modelo ionosférico para el caso de procesar L1, L2 y la combinación libre de ionosfera (Ion Free). Se incluyen los errores cuadráticos medios obtenidos para el día completo 166
- 6.5. Errores en posicionamiento diferencial con fases para la línea PPT1-CHAB al incluir un modelo ionosférico para el caso de procesar L1, L2 y la combinación libre de ionosfera (Ion Free). Se incluyen los errores cuadráticos medios obtenidos para el día completo 167
- 6.6. Errores en posicionamiento diferencial con fases para la línea VBKA-BELG al incluir un modelo ionosférico para el caso de procesar L1, L2 y la combinación libre de ionosfera (Ion Free). Se incluyen los errores cuadráticos medios obtenidos para el día completo 168
- 6.7. Aumento de la línea de base calculada con L1 para B-P (azul), G-W (rojo), B-L (verde), P-C (amarillo) y V-B (magenta) 169
- 6.8. Plano inclinado de interpolación. En negro las tres estaciones de referencia. En rojo el valor interpolado. 171

6.9. Localización de las estaciones para la red 1	172
6.10. Localización de las estaciones para la red 2	173
6.11. Localización de las estaciones para la red 3	174
6.12. Localización de las estaciones para la red 4	174
6.13. Resultados para la base POTS-BRUS. Día 170 de 2002.	177
6.14. Resultados para la base GOPE-WROC. Día 170 de 2002.	178
6.15. Resultados para la base BARA-LVEG. Día 336 de 2003.	179
6.16. Resultados para la base BARA-LVEG. Día 337 de 2003.	180
6.17. Resultados para la base BARA-LVEG. Día 338 de 2003.	181
6.18. Resultados para la base PPT1-CHAB. Día 336 de 2003.	182
A.1. Coordenadas del satélite en el plano de la elipse en el sistema e_1, e_2	192
A.2. Relación entre la elipse orbital y el sistema de referencia ECEF.	193
A.3. Relación entre la elipse orbital y el sistema de referencia ECEF.	195
B.1. Proyección de la posición del satélite y el observador en la esfera unitaria	198

Índice de tablas

2.1. Regiones y capas ionosféricas	21
2.2. Diferencias medias y errores cuadráticos medios globales para todas las horas, sólo medianoche y sólo mediodía para los modelos NeQuick e IRI . . .	37
2.3. Diferencias medias y errores cuadráticos medios globales (en TECU) para todas las horas, sólo medianoche y sólo mediodía para el modelo NeQuick bajo los cuatro esquemas de asimilación. Se incluye la mejora global conseguida con cada esquema	42
2.4. Diferencias medias y errores cuadráticos medios globales (en TECU) para todas las horas, sólo medianoche y sólo mediodía para el modelo IRI bajo los cuatro esquemas de asimilación. Se incluye la mejora global conseguida con cada esquema	43
3.1. Coeficientes empleados en el cálculo de la refractividad	58
3.2. Coordenadas de las estaciones procesadas, ordenadas en parejas	62
3.3. Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento puntual mediante códigos para el caso de órbitas precisas	63
3.4. Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento puntual mediante códigos para el caso de órbitas transmitidas	64
3.5. Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento puntual mediante códigos para el caso de órbitas precisas para la estación de POTS	65
3.6. Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento puntual mediante códigos para el caso de órbitas transmitidas para la estación de POTS	67
3.7. Líneas de base procesadas	67
3.8. Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento diferencial con fases para el caso de órbitas precisas	67
3.9. Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento diferencial con fases para el caso de órbitas transmitidas	67
4.1. Lista de días elegidos para cada época de cada año bajo análisis	81
4.2. Intervalos que contiene más del 68 % de los datos centrados en las medianas de las distribuciones de los datos del amanecer (Ama.) y atardecer (Ata.) (intervalos de 1 hora) para la componente oeste en la estación de BRUS . . .	92
4.3. Intervalos que contiene más del 68 % de los datos centrados en las medianas de las distribuciones de los datos de las horas centrales del día (Med.) para la componente de altura en la estación de BUCU	96
4.4. Coordenadas geográficas y geomagnéticas de las estaciones simuladas	113

- 4.5. Errores ionosféricos promedios y desviaciones típicas en las componentes norte, oeste, cenital y error del reloj del receptor, utilizando el modelo ionosférico NeQuick con índice $R12\ 94$, mes de marzo y fijo para las 14 horas de hora local en cada estación. Se lista también el factor de dilución de la precisión geométrica promedio y desviación típica asociada 114
- 4.6. Errores ionosféricos promedios y desviaciones típicas en las componentes norte, oeste, cenital y error del reloj del receptor, utilizando el modelo ionosférico NeQuick para la estación de TLSE en el mes de marzo. Se añade el factor de GDOP promedio y su desviación típica 119
- 4.7. Errores ionosféricos promedios y desviaciones típicas en las componentes norte, oeste, cenital y error del reloj del receptor, utilizando el modelo ionosférico NeQuick para la estación de TLSE en el mes de junio. Se añade el factor de GDOP promedio y su desviación típica 119
- 4.8. Errores ionosféricos promedios y desviaciones típicas en las componentes norte, oeste, cenital y error del reloj del receptor, utilizando el modelo ionosférico NeQuick para la estación de TLSE en el mes de septiembre. Se añade el factor de GDOP promedio y su desviación típica 120
- 4.9. Errores ionosféricos promedios y desviaciones típicas en las componentes norte, oeste, cenital y error del reloj del receptor, utilizando el modelo ionosférico NeQuick para la estación de TLSE en el mes de diciembre. Se añade el factor de GDOP promedio y su desviación típica 120
- 4.10. Errores ionosféricos en metros obtenidos aplicando las cuatro hipótesis de trabajo expuestas. Se incluye la diferencia entre el promedio calculado con la metodología de la sección 4.5.2 y el uso de las anteriores hipótesis (también en metros). En todas las estaciones, la hora local fueron las 14 horas, en marzo y bajo un índice solar $R12\ 94$ 125
- 4.11. Errores ionosféricos para la estación de TLSE en marzo en metros obtenidos aplicando las cuatro hipótesis de trabajo expuestas. Se incluye la diferencia entre el promedio calculado con la metodología de la sección 4.5.2 y el uso de las anteriores hipótesis (también en metros) 125
- 4.12. Errores ionosféricos para la estación de TLSE en junio en metros obtenidos aplicando las cuatro hipótesis de trabajo expuestas. Se incluye la diferencia entre el promedio calculado con la metodología de la sección 4.5.2 y el uso de las anteriores hipótesis (también en metros) 126
- 4.13. Errores ionosféricos para la estación de TLSE en septiembre en metros obtenidos aplicando las cuatro hipótesis de trabajo expuestas. Se incluye la diferencia entre el promedio calculado con la metodología de la sección 4.5.2 y el uso de las anteriores hipótesis (también en metros) 126
- 4.14. Errores ionosféricos para la estación de TLSE en diciembre en metros obtenidos aplicando las cuatro hipótesis de trabajo expuestas. Se incluye la diferencia entre el promedio calculado con la metodología de la sección 4.5.2 y el uso de las anteriores hipótesis (también en metros) 127
- 5.1. Tabla con los intervalos que contiene más del 68% de los datos centrados en las medianas de las distribuciones de los datos del amanecer (Ama.) y atardecer (Ata.) (intervalos de 1 hora) de los residuos para la componente oeste en la estación de BRUS 140

5.2.	Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento puntual mediante códigos usando órbitas precisas sin, con correcciones diferenciales y procesando la combinación libre de ionosfera (P3). En el caso de las correcciones diferenciales, se indica en minúsculas la estación empleada como referencia y entre paréntesis la distancia entre ambas en km	154
5.3.	Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento puntual mediante códigos usando órbitas transmitidas sin y con correcciones diferenciales. En este último caso, se indica en minúsculas la estación empleada como referencia y entre paréntesis la distancia entre ambas en km	155
5.4.	Diferencias cuadráticas medias entre aplicar las correcciones directamente a las medidas y hacerlo sobre la posición final en cada componente	159
6.1.	Errores cuadráticos medios (m) en posicionamiento diferencial con fases al incluir modelo ionosférico empleando órbitas transmitidas	162
6.2.	Localización y receptores de las estaciones de la red 1	172
6.3.	Localización y receptores de las estaciones de la red 2	172
6.4.	Localización y receptores de las estaciones de la red 3	173
6.5.	Localización y receptores de las estaciones de la red 4	173
6.6.	Resumen de las características de las líneas de base analizadas.	175
6.7.	Errores cuadráticos medios en cada línea de base procesada. Se incluyen las mejoras obtenidas al aplicar la metodología presentada frente al posicionamiento diferencial con L1	176
6.8.	Valores cuadráticos medios para el error en la estimación del STEC y para el efecto ionosférico en posicionamiento diferencial.	183
A.1.	Parámetros de la órbita kepleriana	191
A.2.	Anomalías de la órbita kepleriana	191
A.3.	Elementos orbitales transmitidos en el mensaje de navegación	194

Glosario

- IG_{12}** Índice global efectivo del número de manchas solares, 39
- $M3000F_2$** Factor de conversión para obtener la frecuencia máxima utilizable para la distancia de $3000km$ empleando la capa F_2 como capa reflectante, 33, 36
- $R12$** Número de manchas solares suavizado, 20, 113, 117, 121, 123, 127, 129, 162, 186
- f_oF_2** Frecuencia crítica de la onda ordinaria en la estratificación estable más alta de la región F , relacionada con la densidad electrónica máxima de esta capa (N_m) por:
 $f_oF_2 = \frac{N_m e^2}{m \epsilon_0}$, donde e es la carga del electrón, m su masa y ϵ_0 la permitividad dieléctrica del vacío, 30, 33, 36
- k_P** Índice trihorario planetario de actividad geomagnética, 37, 40
- época** Momento al que se refiere una determinada observación, 14, 16, 54, 60, 61, 65, 69, 71, 78, 97, 103, 104, 109, 110, 120, 123, 126, 134, 154, 157, 162, 171, 176, 183, 197, 201
- AIUB** Instituto Astronómico de la Universidad de Berna, del inglés *Astronomical Institute of the University of Berne*, 34
- ARPL** Laboratorio de Aeronomía y Radio Propagación, del inglés *Aeronomy and Radio-Propagation Laboratory*, 32
- BKG** Agencia Federal de Cartografía y Geodesia, del alemán *Bundesamt fuer Kartographie und Geodaesie*, 34
- C1** Observaciones de código C/A sobre la portadora en la frecuencia de 1575.42 MHz, 5, 48, 59, 61, 197, 201
- CACS** Sistema Canadiense de Control Activo, del inglés *Canadian Active Control System*, 7, 62
- CCIR** Comité Consultivo Internacional de Radiocomunicaciones, del francés *Comité Consultatif International des Radiocommunications*, 30, 33
- CESR** Centro de Investigación de Estudios Espaciales, del francés *Centre d'Etude Spatiale des Rayonnements*, 29
- CIRA** Atmósfera Internacional de Referencia del COSPAR, del inglés *COSPAR International Reference Atmosphere*, 30

- CODE** Centro de Determinación Orbital Europeo, del inglés *Center of Orbit Determination for Europe*, 7, 14, 15, 17, 33–40, 42, 43, 50, 134, 135, 143, 187
- COSPAR** Comité de Investigación Espacial, del inglés *Committee on Space Research*, 30
- CTIM** Modelo Acoplado Termosfera - Ionosfera, del inglés *Coupled Thermosphere-Ionosphere Model*, 28
- CTIP** Modelo Acoplado Termosfera - Ionosfera - Plasmasfera, del inglés *Coupled Thermosphere - Ionosphere - Plasmasphere Model*, 28
- DCB** Retardos Diferenciales de Código, del inglés *Differential Code Bias*, 34, 35, 78, 135, 170
- DGPS** GPS Diferencial, del inglés *Differential GPS*, 8, 14–16, 61, 133, 146, 153, 154, 156, 158, 187, 189
- DoD** Departamento de Defensa de los Estados Unidos, del inglés *Department of Defense*, 13
- DOP** Dilución de la Precisión, del inglés *Dilution of Precision*, 75, 103
- Dst** Índice de Tiempos de Tormenta, del inglés *Storm-time Disturbance*, 36, 79, 155
- ECEF** Sistema de Referencia Centrado en la Tierra y Fijo a ella, del inglés *Earth Centered, Earth Fixed*, 52
- efemérides** Conjunto de parámetros que describen la trayectoria de un cuerpo celeste, 2, 4, 5, 7, 8, 13, 15, 49–52, 54, 56, 60–65, 146, 151–153, 155, 158, 187, 193, 197, 201
- EGNOS** Servicio Geostacionario Complementario Europeo de Navegación, del inglés *European Geostationary Navigation Overlay Service*, 7, 8, 32
- EMR** Energía, Minas y Recursos, del inglés *Energy Mines and Resources*, 50
- ESA** Agencia Espacial Europea, del inglés *European Space Agency*, 32, 50
- ESOC** Centro Europeo de Operaciones Espaciales, del inglés *European Space Operations Centre*, 7
- FAIM** Modelo de Latitudes Bajas y Medias, del inglés *Low and Mid-Latitude Model*, 29
- FLIP** Modelo Plasmasférico de Líneas de Campo Interhemisféricas, del inglés *Field Line Interhemispheric Plasma Model*, 29
- GAIM** Modelo Ionosférico de Asimilación Global, del inglés *Global Assimilative Ionospheric Model*, 39
- GALILEO** Proyecto de Sistema Global de Navegación por Satélite europeo, 1
- GDOP** Dilución de la Precisión Geométrica, del inglés *Geometric Dilution of Precision*, 75, 111, 123

- GFZ** Centro de Investigación Nacional de Geociencia, del alemán *GeoForschungsZentrum Potsdam*, 50
- GIM** Mapas Ionosféricos Globales, del inglés *Global Ionospheric Map*, 34–36
- GLONASS** Sistema Global de Navegación por satélite ruso, del inglés *GLOBAL NAVIGATION Satellite System*, 1, 34
- GNSS** Sistemas Globales de Navegación por Satélite, del inglés *Global Navigation Satellite Systems*, 1, 2, 6, 17, 33, 69
- GPS** Sistema de Posicionamiento Global, del inglés *Global Positioning System*, 1–6, 8, 9, 12–17, 26, 31, 33–36, 39, 40, 43, 47, 48, 50, 53, 54, 186, 187, 189
- GPSpace** Programa de posicionamiento puntual desarrollado por GSD/NRCan, 61–64, 151, 152, 154, 156
- GPSsurvey** Programa de procesamiento de datos GPS desarrollado por Trimble Navigation Surveying and Mapping Software Development, 61, 65, 162, 170, 186
- GSD/NRCan** División de Seguimiento Geodético del NRCan, del inglés *Geodetic Survey Division, Natural Resources, Canada*, 50
- HDOP** Dilución de la Precisión Horizontal, del inglés *Horizontal Dilution of Precision*, 75
- ICA** Algoritmo de Corrección Ionosférica, del inglés *Ionospheric Correction Algorithm*, 29, 32, 35, 105, 109, 111, 186
- ICTP** Centro Internacional de Física Teórica Abdus Salam, del inglés *International Centre for Theoretical Physics*, 33
- IGN** Instituto Geográfico Nacional, del francés *Institut Geographique National*, 34
- IGS** Servicio Internacional de GPS, del inglés *International GPS Service*, 7, 34, 50, 78
- IONEX** Formato Intercambio de mapas Ionosféricos, del inglés *IONosphere map EXchange format*, 34, 35
- IRI** Ionosfera Internacional de Referencia, del inglés *International Reference Ionosphere*, 14, 17, 29–31, 35–43, 59, 109, 133
- ITRF** Marco Terrestre de Referencia del Servicio Internacional de Rotación Terrestre, del inglés *International Earth Rotation Service Terrestrial Reference Frame*, 51
- ITU-R** Sección de Radiocomunicaciones de la Unión Internacional de Telecomunicaciones, del inglés *International Telecommunication Union, Radiocommunication Sector*, 33
- JPL** Laboratorio de Propulsión a Chorro, del inglés *Jet Propulsion Laboratory*, 7, 50
- L1** Observaciones de la fase de la portadora en la frecuencia de 1575.42 MHz, 5, 48, 59, 162, 170, 175, 197, 201

- L2** Observaciones de la fase de la portadora en la frecuencia de 1227.60 MHz, 5, 48, 59, 163, 197, 201
- L3** Combinación libre de ionosfera calculada a partir de las observaciones de fase en ambas portadoras: $L3 = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} L1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} L2$, 12
- LPG** Laboratorio de Planetología de Grenoble, del francés *Laboratoire de Planétologie Grenoble*, 29
- LPIM** Modelo Ionosférico de La Plata, Modelo Ionosférico desarrollado en la Universidad de La Plata (Argentina), 14, 33–35, 170, 175, 176, 183
- mesosfera** Región atmosférica situada entre los 50 y los 80km de altura en la que la temperatura decrece con la altura, 22
- MSAS** Sistema MTSAT de Aumento a través de Satélites, del inglés *Multi-functional Transport Satellite (MTSAT) Satellite-based Augmentation System*, 8
- NCAR** Centro Nacional de Investigación Atmosférica estadounidense, del inglés *National Center for Atmospheric Research*, 28
- NeQuick** Modelo ionosférico desarrollado conjuntamente por el ARPL del ICTP y la Universidad de Graz, 36, 38, 40–43, 109, 135, 143
- NGS** Centro de Seguimiento Geodético Nacional, del inglés *National Geodetic Survey*, 50
- NRCan** Servicio Canadiense de Recursos Naturales, del inglés *Natural Resources Canada*, 7
- P1** Observaciones de código P sobre la portadora en la frecuencia de 1575.42 MHz, 5, 48, 59, 61, 197, 201
- P2** Observaciones de código P sobre la portadora en la frecuencia de 1227.60 MHz, 5, 48, 59, 61, 197, 201
- P3** Combinación libre de ionosfera calculada a partir de las observaciones de código en ambas portadoras: $P3 = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} P1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} P2$, 12
- PDOP** Dilución de la Precisión en la posición, del inglés *Position Dilution of Precision*, 75
- PIM** Modelo Ionosférico Paramétrico, del inglés *Parameterized Ionospheric Model*, 29, 35, 40, 109
- PRISM** Modelo Ionosférico Paramétrico para Especificaciones a Tiempo Real, del inglés *Parameterized Real-time Ionospheric Specification Model*, 29
- PRN** Ruido Pseudo Aleatorio, del inglés *Pseudo Random Noise*, 5
- RINEX** Formato de Intercambio Independiente entre Receptores, del inglés *Receiver Independent EXchange format*, 15, 47, 50, 51, 54, 59–61, 63, 162, 186, 187, 193, 194, 197, 199, 201

- RTK** Cinemático en Tiempo Real, del inglés *Real Time Kinematics*, 9, 162
- SA** Disponibilidad Selectiva, del inglés *Selective Availability*, 13, 79
- SBAS** Sistemas de Aumento a través de Satélites, del inglés *Satellite-Based Augmentation Systems*, 8
- SCTIP** Modelo Acoplado Termosfera - Ionosfera - Plasmasfera de Sheffield, del inglés *Sheffield Coupled Thermosphere-Ionosphere-Plasmasphere Model*, 28
- SIO** Instituto de Oceanografía de Scripps, del inglés *Scripps Institution of Oceanography*, 50
- SP3** Formato estándar para los archivos de órbitas precisas, 50
- STEC** Contenido Oblicuo de Electrones, del inglés *Slant Total Electron Content*, 12, 13, 29, 33, 40, 117, 133, 143, 170, 175, 176, 183, 187–189
- TDIM** Modelo Ionosférico Dependiente del Tiempo, del inglés *Time-Dependent Ionospheric Model*, 29
- TDOP** Dilución de la Precisión en el Tiempo, del inglés *Time Dilution of Precision*, 75
- TECU** Unidades de Contenido Electrónico Total, del inglés *Total Electron Content Units*, 12, 35, 39, 42, 105, 111, 183
- TI-GCM** Modelo de Circulación Global del Sistema Termosfera-Ionosfera, del inglés *Thermosphere-Ionosphere General Circulation Model*, 28
- TIME-GCM** Modelo de Circulación Global Termosfera - Ionosfera - Mesosfera, del inglés *Thermosphere - Ionosphere - Mesosphere - Electrodynamics General Circulation Model*, 28
- TOPEX** Satélite altimétrico, del inglés *TOPOgraphy EXperiment*, 35
- turbosfera** Región de la atmósfera por debajo de unos 100km de altitud en la que dominan los procesos de mezcla turbulenta, 21
- umbral de elevación** Elevación mínima con la que se aceptan las observaciones de un satélite determinado, 62, 104, 198, 201
- UPC** Universidad Politécnica de Cataluña, 170
- URSI** Unión Internacional de Radio Ciencia, del francés *Union Radio-Scientifique Internationale*, 30
- VDOP** Dilución de la Precisión Vertical, del inglés *Vertical Dilution of Precision*, 75
- VTEC** Contenido Vertical de Electrones, del inglés *Vertical Total Electron Content*, 7, 14, 17, 33, 35–40, 43, 105, 109, 111, 115, 121, 133, 135, 170, 186, 187, 189
- WAAS** Sistema de Aumento de Zona Amplia, del inglés *Wide Area Augmentation System*, 7, 8
- WGS84** Sistema Geodético Global 1984, del inglés *World Geodetic System 1984*, 50

